



エフィモフ効果 (Efimov effect)

西田 祐介 (マサチューセッツ工科大学)

2つの粒子がs波散乱長が無限大となるような短距離力で相互作用しているとします。散乱長が無限大とは、2粒子間の相互作用ポテンシャルがs波の新しい2体の束縛状態を作るか作らないかのギリギリのところに調整されたような状況を指します。このとき、第3の粒子を系に付け加えると、3つの粒子は必ず束縛状態を作ります。しかも著しい特徴として、離散的なスケール対称性で特徴付けられる無限個の束縛状態が存在します。つまり、もし大きさ R の束縛状態が存在すれば、それをある数 λ 倍だけそっくりそのまま大きくした束縛状態が存在し、さらにそれを同じ数 λ 倍だけ大きくした束縛状態も存在し、さらにそれを、、、と無限に続きます。この現象を1970年に発見した Vitaly Efimov にちなんでエフィモフ効果と呼びます。エフィモフ効果は古典的対応物を持たない、純粋に量子力学によって引き起こされる現象です。エフィモフ効果を語る際にしばしば「1. 普遍性」、「2. スケール不変性」、「3. 量子異常」、「4. 縲り込み群リミットサイクル」といったキーワードが表れます。ここではこれらのキーワードとともに、なぜそのような一見奇妙な現象が現れるのかを解説します。

1. まず、s波散乱長がポテンシャルの到達距離 r_0 よりもずっと大きくなるような短距離力で粒子が相互作用するとき、その低エネルギーの物理は相互作用ポテンシャルの詳細に依らず、散乱長のみによって決定されます。これは十分低エネルギーの物理、つまりド・ブロイ波長が r_0 よりもずっと大きくなるような物理を考えれば、どんな短距離力も点状のコンタクト相互作用 ($r_0 \rightarrow 0$) と見なせることから理解できます。つまり、エフィモフ効果は、散乱長がポテンシャルの到達距離と比べて無限大と見なせる状況が実現する限り、どんな短距離力であっても（例えば、原子間力で相互作用する原子系、核力で相互作用する核子・ハドロン系などで原理的には）起こります。これを「普遍性」と呼び、エフィモフ効果が興味を集める一つの理由です。

2. エフィモフ効果のエッセンスは次の簡単な考察から理解できます。いま2つの重い粒子（質量 M ）が第3の軽い粒子（質量 m ）とs波散乱長が無限大となる短距離力で相互作用しているとします。この系の物理は質量比が大きい極限ではボルン・オッペンハイマー近似を使って理解することができます。まず第一に重要な点は、散乱長が無限大になると相互作用ポテンシャルに次元を持った量がなくなる、つまり「スケール不変」となることです。いま次元を持った量は重い粒子間の距離 r だけなので、軽い粒子は2つの重い粒子の間に $V(r) = -c^2 \frac{\hbar^2}{mr^2}$ で与えられる引力を誘起することが、無次元の比例係数 c^2 を除いて次元解析だけから決定されます。

3. 次に有効ポテンシャル $V(r)$ で相互作用する2つの重い粒子が、束縛状態を作るかどうかを考えます。単純には束縛状態を作ることは不可能に思えます。なぜなら、ハミルトニアン $H = -\frac{\hbar^2}{M} \frac{\partial^2}{\partial r^2} + V(r)$ に次元を持った量が存在しないので、束縛エネルギーを決めることができないからです。しかし実際には無限個の束縛状態が現れます。これを見るためにシュレーディンガー方程式 $H\psi(r) = -\frac{\hbar^2 \kappa^2}{M} \psi(r)$ の解を考えると、 $\alpha \equiv \sqrt{c^2 \frac{M}{m} - \frac{1}{4}}$ を使って $\psi(r) \propto r^{-1/2} K_{\pm i\alpha}(\kappa r) \rightarrow r^{-1/2} \sin[\alpha \ln(\kappa r) + \delta]$ ($r \rightarrow 0$)

で与えられます。これは相互作用ポテンシャルの外側の波動関数なので、それを内側の波動関数と接合させることで、許される束縛エネルギー $-\frac{\hbar^2 \kappa^2}{M}$ が求まります。もちろん、その解は一般に相互作用ポテンシャルの詳細に依りますが、相互作用ポテンシャルの詳細に依らない予言をすることもできます。いまこの接合の手続きによって、 $\kappa = \kappa_*$ が解であると分かったとします。しかし、外側の波動関数は原点付近 ($r \rightarrow 0$) で $\ln \kappa$ の周期関数なので、 n を任意の正整数として $\kappa = \kappa_* \times (e^{-\pi/\alpha})^n$ も同じ境界条件を満たす、つまりその全てが解であることが分かります。従って、離散的なスケール対称性で特徴付けられる無限個の束縛状態が存在します。要点は、ハミルトニアン H は古典的にはスケール不変であるが、量子力学によって生成される未知のスケール κ_* (エフィモフ・パラメータと呼ばれる) が存在し、それが束縛エネルギーを決定します。これは古典的な対称性が量子力学的効果によって破れるという意味で「量子異常」の一種です。特に面白いのは、 κ_* によって連続的なスケール対称性は破れるが、離散的なスケール対称性が残っている点です。これは以下で説明する「繰り込み群リミットサイクル」と関係します。

4. いま一般に繰り込み群方程式、つまり結合定数がスケールの関数としてどう変化するかを考えます。繰り込み群方程式には、しばしばスケールを変えても結合定数が変化しない「固定点」と呼ばれる解が存在します。固定点では結合定数がスケールに依存しないことから、臨界現象のようなスケール不変な物理を記述します。一方、例えば $g(\Lambda) = \tan[\alpha \ln(\Lambda/\Lambda_*)]$ のように、結合定数がスケールのログ周期関数として振る舞うような解も稀に存在します。このような解を「リミットサイクル」と呼びます。この場合、スケールを任意に変えると結合定数が変化することから連続的なスケール不変性は存在しません。しかし、スケールをある数 $(e^{-\pi/\alpha})^n$ 倍だけ変えると結合定数は変化しません。従って、リミットサイクルは離散的なスケール不変性を持つ物理を記述します。エフィモフ効果はこの繰り込み群リミットサイクルを実現する物理において非常に稀な（恐らく唯一の）例であり、これがエフィモフ効果が興味を集めるもう一つの理由です。

5. 上記の簡単な解析では、重い粒子がボソンの場合を考えました。重い粒子がフェルミオンの場合、軽い粒子によって誘起される引力 $V(r) = -c^2 \frac{\hbar^2}{mr^2}$ とフェルミ統計から要請される円心力による斥力 $+l(l+1) \frac{\hbar^2}{Mr^2}$ とが競合します。その結果、フェルミオンの場合には質量比が $M/m = 13.6$ よりも大きいときのみエフィモフ効果が現れます。

以上、エフィモフ効果のエッセンスとその面白さを理論的側面に重点を置いて解説しました。エフィモフ効果は、s波散乱長がポテンシャルの到達距離と比べて無限大と見なせる状況が実現する限り普遍的に現れます。しかし、そのような理想的な状況は自然にはなかなか実現されません。これがエフィモフ効果が長い間注目されてこなかった理由の一つです。しかし現在、冷却原子系ではフェッシュバハ共鳴を使って散乱長を自在に制御することができ、エフィモフ効果を実現する理想的な状況を人工的に作り出すことができます。2006年のインスブルックでの実験を皮切りに、現在複数のグループでエフィモフ効果の実験が進められており、エフィモフ効果の最たる特徴である「離散的なスケール不変性」が観測されて来ています。またリチウム、カリウム、セシウムといった異なる原子種でエフィモフ効果が観測されており、エフィモフ効果が粒子やその相互作用の詳細に依らずに現れるという「普遍性」の証拠の一つと見ることができます。Efimovによって原子核物理の文脈で発見され冷却原子系で実現されたエフィモフ効果は、原子核物理と冷却原子系とを結ぶ好例の一つであろうと思います。