

平成17年度 修士論文

超伝導接合系における近接効果の理論

横山 毅人

名古屋大学大学院工学研究科
マテリアル理工学専攻応用物理学分野
物性基礎工学講座

目次

第 1 章 序論	1
1.1 はじめに	1
1.1.1 超伝導の発見	1
1.1.2 BCS 理論	2
1.1.3 異方的超伝導体	4
1.2 メゾスコピック超伝導	12
1.2.1 メゾスコピック系	13
1.2.2 Andreev 反射	13
1.2.3 近接効果	23
1.2.4 Josephson 電流	30
1.3 スピントロニクス	41
1.3.1 スピントロニクスとは	41
1.3.2 2次元電子ガス	43
1.3.3 強磁性体/超伝導体接合系	50
1.3.4 磁性不純物	54
1.4 非平衡 Green 関数法	59
1.4.1 Keldysh 形式	59
1.4.2 Gor'kov 方程式	60
1.4.3 準古典近似	62
1.5 Nazarov のサーキット理論	64
1.5.1 Kirchhoff の法則とマトリックス電流	64
1.5.2 マトリックス電流の遅延成分と Keldysh 成分の計算	70
1.5.3 コンダクタンスの計算	72
1.6 本論文の概要	73
参考文献	75
第 I 部 スピンに依存しない近接効果	85
第 2 章 高温超伝導体接合系における Meissner 効果	87
2.1 はじめに	87
2.2 モデルと計算方法	87
2.3 計算結果	89
2.4 結論	90

参考文献	93
第 3 章 高温超伝導体接合系における Josephson 電流の非単調な温度依存性	95
3.1 はじめに	95
3.2 モデルと計算方法	95
3.3 計算結果	97
3.4 結論	100
参考文献	103
第 4 章 汚れた常伝導体/超伝導体接合系における熱と電荷輸送	105
4.1 はじめに	105
4.2 モデルと計算方法	106
4.2.1 s -波接合の場合	108
4.2.2 d -波接合の場合	110
4.2.3 p -波接合の場合	111
4.3 計算結果	114
4.3.1 s -波接合の場合	114
4.3.2 d -波接合の場合	116
4.3.3 p -波接合の場合	122
4.4 結論	129
参考文献	131
第 II 部 スピンに依存する近接効果	137
第 5 章 Rashba スピン軌道相互作用をもつ 2 次元電子ガス/超伝導体接合系における電荷輸送	139
5.1 はじめに	139
5.2 モデルと計算方法	140
5.3 計算結果	144
5.4 結論	149
参考文献	151
第 6 章 スピン軌道相互作用を持つトリプレット超伝導体の s-波超伝導体的性質	153
6.1 はじめに	153
6.2 モデルと計算方法	154
6.3 計算結果	157
6.4 結論	158
参考文献	161

第 7 章	超伝導体接合系における電荷輸送への磁性不純物の効果	163
7.1	はじめに	163
7.2	モデルと計算方法	164
7.3	計算結果	166
7.3.1	s -波接合に対するコンダクタンス	166
7.3.2	d -波接合におけるコンダクタンス	170
7.4	結論	171
	参考文献	177
第 8 章	強磁性体/超伝導体接合系における共鳴近接効果	181
8.1	はじめに	181
8.2	モデルと計算方法	182
8.3	計算結果	185
8.3.1	DOS の共鳴条件	185
8.3.2	s -波超伝導接合	191
8.3.3	d -波超伝導体接合	192
8.4	結論	202
	参考文献	203
第 9 章	d-波超伝導体/強磁性体/d-波超伝導体接合系における Josephson 電流の異常な温度依存性	207
9.1	はじめに	207
9.2	モデルと計算方法	208
9.3	計算結果	208
9.4	結論	209
	参考文献	213
第 10 章	まとめと今後の展望	215
Appendix		219
A	DC Josephson 電流公式	219
A.1	Bogoliubov 変換と準粒子の保存則	219
A.2	Furusaki-Tsukada の公式	220
A.3	S-I-S System	225
B	スピン軌道相互作用の起源	228
B.1	Dirac 方程式	228
B.2	スピン軌道相互作用	229
C	有効磁場	234
D	Nazarov の境界条件	235
D.1	マトリックス電流の遅延成分の計算	235
D.2	マトリックス電流の Keldysh 成分の計算	236

E サーマルコンダクタンスを計算するためのマトリックス電流の計算 239

第1章 序論

1.1 はじめに

1.1.1 超伝導の発見

超伝導は金属の電気抵抗が低温でどうなるかを研究していた Kamerlingh Onnes によって 1911 年に発見された (図 1.1)¹⁾. それ以来多くの元素が超伝導になることが発見された. 転移温度の高さは Nb の 9.2K が単体では最高であることが知られている. 図 1.2 に見られるように超伝導は金属が低温で示す普遍的現象と認められるようになってきた. この図より, 少数の元素だけが超伝導を示すのではなく, 多くの元素が超伝導性を示すことがわかる. Be や Al などの非遷移金属から Nb, Mo, Zn などの遷移金属までが超伝導を示す. さらに Si, Ge, Se や Te などの半導体も高圧下で金属となり, 低温で超伝導を示す. 超伝導性は結晶構造にもよるが, 結晶性を持つことは必ずしも超伝導の必要条件ではないことがわかっている. また, 最近では Fe も高圧下において超伝導を示すことが発見された.

超伝導の発見以後, Meissner 効果²⁾, London 方程式, Ginzburg-Landau 理論, など様々な実験結果や理論が登場した. 超伝導現象に関する, 初めての詳細な微視的理論は, 1957 年に Bardeen-Cooper-Schrieffer により提案された BCS 理論である³⁾. 理論の確立に超伝導現象の発見から半世紀近くもの時間を要したのは, 超伝導現象が全くの量子力学的な物理現象であり, まず量子力学の完成を待たねばならなかったからである. この BCS 理論により, 電子対の間に弱い引力相互作用を与えたときに電子気体が低温で不安定化することが示された.

1970 年代の終わりごろから新しい物質を合成する研究が進み, 超伝導になることが期待されていなかった物質が超伝導になることが発見された. しかも, 銅酸化物高温超伝導体の転移温度は予想されなかった高い値である. 図 1.3 に超伝導体転移温度の最高値が年とともにどう上昇したかを示す. BCS 理論に基づいた研究により, 30K 以上の T_C をもつ超伝導体は存在しないだろうと考えられていた. ところが 1986 年, Bednorz と Müller は, 銅酸化物金属化合物 $\text{La}_{2-x}\text{Ba}_x\text{CuO}_4$ がこれまでの超伝導体と比較してかなり高い T_C を示すことを発見した⁴⁾. この発見により新たな超伝導研究の決定的な突破口が開かれることとなる. それから短時間でさらなる研究が進み, 1987 年, Chu らは $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$ (YBCO) 系のセラミック試料において $T_C = 92\text{K}$ まで転移温度を上げることに成功した⁵⁾. これは BCS 理論の予測をはるかに凌ぐ. これらの高い T_C を示す銅酸化金属化合物は皆共通して CuO_2 面を持ち, そこで超伝導電子 (Cooper 対) による電気伝導が実現しているので, 銅酸化物高温超伝導体と呼ばれている. Cooper 対は, ペアポテンシャルと呼ばれる超伝導体特有のポテンシャルを持っている. 従来の金属超伝導体のペアポテンシャルは運動量ベクトルに関して等方的であることが知られていたが, 銅酸化物高温超伝導体ではペアポテ

ンシャルが運動量ベクトルに関して方向依存性をもつことも後に明らかとなり，異方的超伝導体とも呼ばれるようになった．このペアポテンシャルの異方性により，超伝導接合系で特有の量子輸送現象が数多く確認され，現在も興味深い議論が続いている．一例として，微分コンダクタンスにゼロバイアスコンダクタンスピーク（ZBCP）が現れることなどが挙げられる．

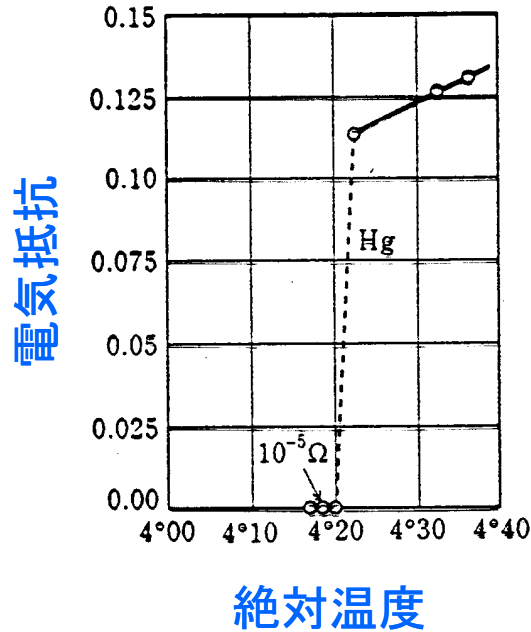


図 1.1 Hg での超伝導の発見．

1.1.2 BCS 理論

1957年にBadeen,Cooper,Schriefferはミクロなモデルから理論を構築し，超伝導に関する実験の定量的な説明に成功した³⁾．これによると，金属中を運動する($\mathbf{k} \uparrow$)という波数とスピンをもった電子と($-\mathbf{k} \downarrow$)という波数とスピンをもった電子には電子-格子相互作用を通じて実効的な引力が生じ，この引力的な相互作用によって，Cooper対が形成されることで超伝導状態となるのである．彼らは電子の従うHamiltonianを次のように仮定した．

$$\mathcal{H} = \sum_{k,\sigma} \xi_k c_{k\sigma}^\dagger c_{k\sigma} + g \sum_{k,k'} c_{-k'\downarrow}^\dagger c_{k'\uparrow}^\dagger c_{k\uparrow} c_{-k\downarrow} \quad (1.1)$$

Superconducting Elements

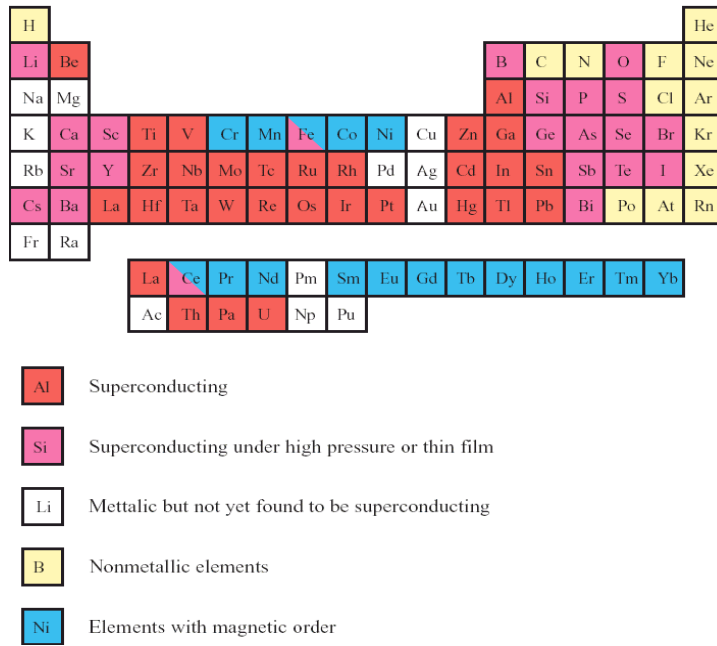


図 1.2 単体で超伝導になる元素.

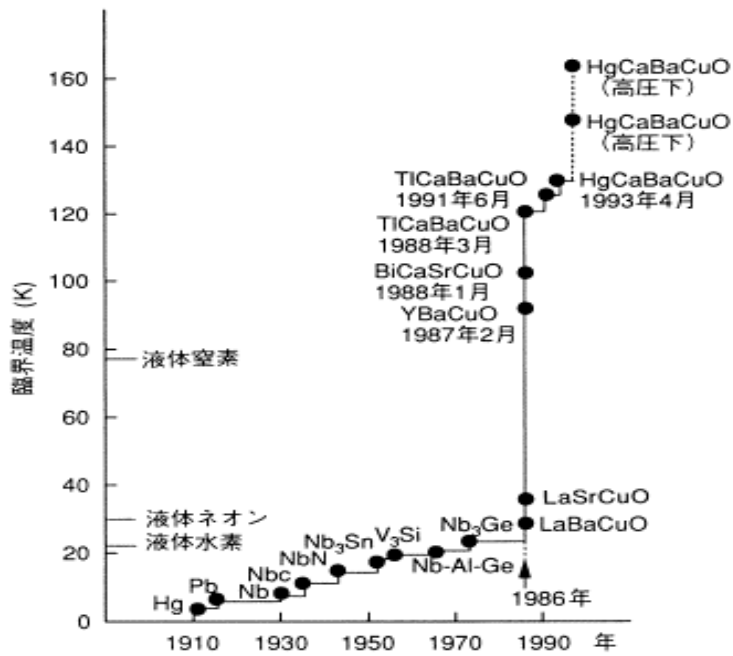


図 1.3 超伝導体転移温度の最高値

ただし, $\xi_k = \varepsilon_k - \mu$, ε_k は電子の運動エネルギー, μ は化学ポテンシャル, g は負の定数とする. 平均場近似を用いると Hamiltonian は次のように書ける.

$$\mathcal{H} = \sum_{k\sigma} \xi_k c_{k\sigma}^\dagger c_{k\sigma} - \sum_k \left(\Delta c_{-k\downarrow}^\dagger c_{k\uparrow}^\dagger + h.c. \right) + \sum_k \Delta \left\langle c_{-k\downarrow}^\dagger c_{k\uparrow}^\dagger \right\rangle \quad (1.2)$$

$$\Delta = -g \sum_{k'} \left\langle c_{k'\uparrow} c_{-k'\downarrow} \right\rangle. \quad (1.3)$$

ここで Δ は Cooper 対の波動関数に対応し, ペアポテンシャルとよばれる. この Hamiltonian を対角化するため次の Bogoliubov 変換をする.

$$\alpha_{k\uparrow} = u_k c_{k\uparrow} - v_k c_{-k\downarrow}^\dagger, \alpha_{-k\downarrow}^\dagger = u_k c_{-k\downarrow}^\dagger + v_k^* c_{k\uparrow}^\dagger \quad (1.4)$$

$$u_k^2 = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\xi_k}{E_k} \right), |v_k|^2 = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\xi_k}{E_k} \right), E_k = \sqrt{\xi_k^2 + |\Delta|^2} \quad (1.5)$$

この時 Hamiltonian は次のようになる.

$$\mathcal{H} = E_g + \sum_k E_k \left(\alpha_{k\uparrow}^\dagger \alpha_{k\uparrow} + \alpha_{-k\downarrow}^\dagger \alpha_{-k\downarrow} \right) \quad (1.6)$$

$$E_g = \sum_k \left(2\xi_k |v_k|^2 + 2\Delta u_k v_k^* + \Delta \left\langle c_{-k\downarrow}^\dagger c_{k\uparrow}^\dagger \right\rangle \right) \quad (1.7)$$

これらの式よりエネルギー E_k は Δ より小さな値をとることはできず, Δ がエネルギーギャップの意味を持つことがわかる. α^\dagger, α は Fermi 演算子だから

$$\left\langle \alpha_{k\uparrow}^\dagger \alpha_{k\uparrow} \right\rangle = \left\langle \alpha_{-k\downarrow}^\dagger \alpha_{-k\downarrow} \right\rangle = \frac{1}{e^{\beta E_k} + 1} \quad (1.8)$$

が成り立つ. これより

$$\left\langle c_{k\uparrow} c_{-k\downarrow} \right\rangle = \frac{\Delta}{2E_k} \tanh \frac{\beta E_k}{2} \quad (1.9)$$

$$\Delta = -g \sum_{k'} \frac{\Delta}{2E_{k'}} \tanh \frac{\beta E_{k'}}{2} \quad (1.10)$$

となる. これをギャップ方程式といい, エネルギーギャップや転移温度を求めるのに用いられる.

1.1.3 異方的超伝導体

銅酸化物高温超伝導体の発見以前は超伝導は Fermi 面近傍の $(k \uparrow)$ という波数とスピンを持った電子と $(-k \downarrow)$ の電子とが電子-格子相互作用を通じてスピン 1 重項 s 波対称性の対凝縮を生じるとする BCS 理論の範疇で説明されるものとされていた. ここでいう s 波対称性とは, 超伝導状態を形成する秩序変数, すなわちペアポテンシャル $\Delta(\mathbf{k})$ が波数 \mathbf{k} の方向によらず一定である対称性のことであり, BCS 理論に従う超伝導体 (金属超伝導体)

	s	p	d	f
S (合成スピン)	0	1	0	1
L (相対角運動量)	0	1	2	3
空間パリティ	偶	奇	偶	奇

表 1.1 ペア対称性の合成スピン, 相対角運動量, 空間パリティによる超伝導の分類.

は等方的超伝導体とも呼ばれている. しかしながら, 1972年の液体 ^3He における非 s 波の対による超流動の発見や, 銅酸化物高温超伝導体の発見, そして重い電子系の超伝導の発見などに刺激されて非 s 波の超伝導状態を示す物質が追究されている.

これらの超伝導体は電子対のスピン部分及び空間部分の対称性によって分類することが可能となる. まずスピンに関する状態として, 合成スピンの $S = 0$ の1重項(シングレット)の状態と $S = 1$ の3重項(トリプレット)の状態をとることが可能である. $S = 0$ の場合, Fermionの交換関係により, 軌道部分の対称性は偶パリティであることが要請され, 相対角運動量 L は偶数である. このタイプの超伝導体として, $L = 0$ や $L = 2$ のものがある. $L = 0$ の場合は, s 波超伝導体と呼ばれ, 従来型のBCS理論で説明される超伝導体であり, 金属超伝導体や MgB_2 などで実現している. また $L = 2$ の場合は, d 波超伝導体と呼ばれ, 1979年に発見された CeCu_2Si_2 や銅酸化物高温超伝導体で実現していることが知られている. 一方, $S = 1$ の場合は軌道部分の対称性は奇パリティであることが要請される. $L = 1$ については p 波超伝導体と呼ばれ, ^3He の超流動状態で実現していることが明らかになっている. 超伝導については Sr_2RuO_4 が p 波対称性の超伝導体であることが確認された. UPt_3 については $L = 3$ の f 波超伝導体であることが示唆されているが, 現在も議論は続いている.

ペア対称性の合成スピン, 相対角運動量, 空間パリティによる超伝導の分類を表 1.1に, Cooper対の空間的な広がり とスピンの構造を図 1.4に示した.

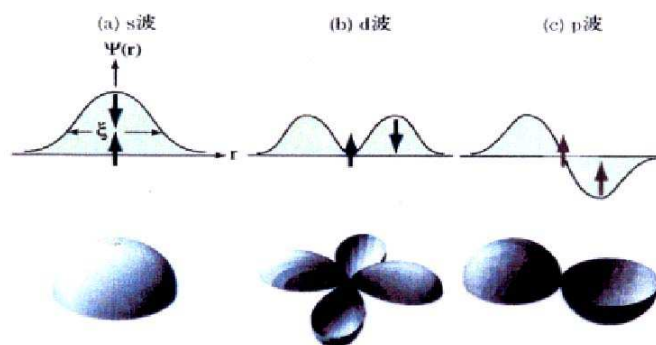


図 1.4 Cooper 対の空間的な広がり とスピンの構造.

銅酸化高温超伝導体の結晶構造と対称性

銅酸化物高温超伝導体の特徴の一つとして、銅と酸素からなる 2 次元面 (CuO_2 面) とブロッキング面 (絶縁層) が交互に積層した構造をとることが挙げられる. この CuO_2 面が超伝導の舞台であり, 超伝導電流はこの面を流れる (図 1.5 参照).

CuO_2 面内では, Cu の $3d$ 軌道が伝導を担い, 結晶場分裂した $3d_{x^2-y^2}$ 軌道が half-filling となり電子相関が強くなっている. その結果, キャリアがドーピングされていない母物質は反強磁性絶縁体となる. この反強磁性絶縁体に電子やホールキャリアをドーピングすることによって超伝導が発現する. 銅酸化物高温超伝導体に存在する CuO_2 面は, 正方対称な結晶

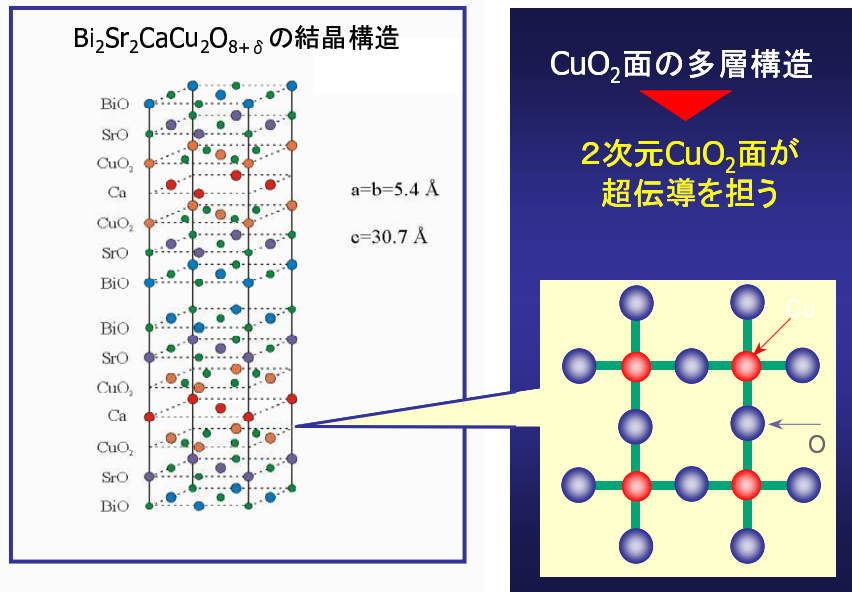


図 1.5 $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ の結晶構造.

場を作っている. 結晶構造の対称群, つまり点群の既約表現で表わすと, 正方対称群 D_{4h} に分類される⁶⁾. 表 1.2 で示されるように, 正方対称群 D_{4h} は 5 つの既約表現を持っており, 銅酸化物高温超伝導体の Cooper 対の対称性はそれらのどれかに属していなければならない. $d_{x^2-y^2}$ 波と d_{xy} 波状態はそれぞれ,

$$\Delta_{d_{x^2-y^2}}(k) = \Delta_0 (\bar{k}_x^2 - \bar{k}_y^2) \quad (1.11)$$

$$\Delta_{d_{xy}}(k) = \Delta_0 \bar{k}_x \bar{k}_y \quad (1.12)$$

$$\bar{k}_j = \frac{k_j}{k_F} \quad (1.13)$$

で与えられ, それぞれ B_{1g} 表現と B_{2g} 表現に由来する.

Γ^+	$\Delta(k)$ の波数依存性
A_{1g}	$1, k_x^2 + k_y^2, k_z^2$
A_{2g}	$k_x k_y (k_x^2 - k_y^2)$
B_{1g}	$k_x^2 - k_y^2$
B_{2g}	$k_x k_y$
E_g	$k_z (k_x + i k_y)$

表 1.2 正方対称群 D_{4h} の既約表現 Γ^+ (偶パリティ) と $\Delta(k)$ の波数依存性.

図 1.6 に波数空間での超伝導のペアポテンシャル $\Delta(\mathbf{k})$ の対称性を示す. ここで重要なのは d 波の場合, $\Delta(\mathbf{k})$ の符号が \mathbf{k} によって反転することである. 波数空間で $\Delta(\mathbf{k})$ は $k_x = \pm k_y$ でゼロとなりその点を境に符号が反転している. これは, $\Delta(\mathbf{k})$ が等方的である s 波超伝導体では見られないことで, この符号反転性は s 波と d 波の超伝導状態の決定的な違いである. そのため d 波超伝導体の接合系では, s 波超伝導接合系では起こり得ない特異な現象が引き起こされる.

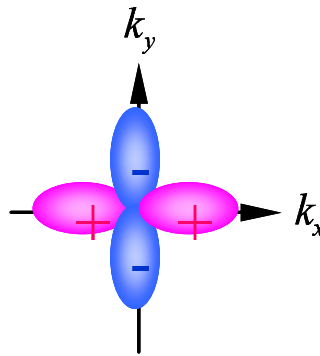


図 1.6 d 波超伝導体のペアポテンシャル $\Delta(\mathbf{k})$ の対称性.

このペア対称性を実験的に確認する試みはすでに行われている. ここでは Sigrist らによって提案された π 接合について説明する⁷⁾. 図のような YBCO 単結晶と鉛の薄膜からなる接合をつくりループの中に磁束 Φ をとおす. a, b 軸に垂直な面をはさむ 2 つの超伝導体間の位相差をそれぞれ ϕ_a, ϕ_b とするとループには ϕ_a, ϕ_b の大きさに応じた Josephson 電流が流れる. また, 位相差をループにわたって足し合わせたものはループを貫く磁束に等しく, $\phi_a - \phi_b + \Phi + \delta_{ab} = 0$ が成り立つ. ここでは YBCO の中で a 軸に垂直な面と b 軸に垂直な面との間に生じる位相差で, YBCO が s -波超伝導体だとすると $\delta_{ab} = 0$, d -波超伝導体だとすると $\delta_{ab} = \pi$ となる. このため Josephson 電流の最大値を磁束 Φ の関数として求めると s -波超伝導体と d -波超伝導体とではその Φ に対する依存性 π ずれることになる. 図に見られるように実験結果は d -波を支持している⁸⁾.

では, 何故 d 波対称性が有利になるのであろうか. 一見, ギャップが開いた分だけエネルギーが下がるのならば, 節がある d 波対称性よりも s 波対称性のほうが得なように考え

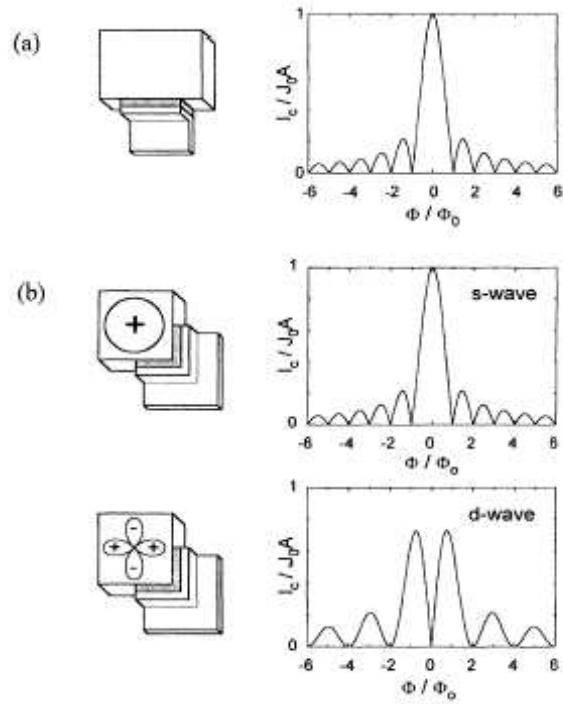


図 1.7 π 接合の実験.⁸⁾

る方が自然だからである．しかし，図 1.4 に示したように Cooper 対を形成する 2 電子は d 波対称性に比べて s 波対称性のほうが接近している．よって電子間相互作用が強い系では d 波対称性のほうが安定になる可能性がある．このことをもう少し詳しく調べることにする．超伝導体中のペアポテンシャルは、BCS 理論のギャップ方程式に従うとされており、

$$\Delta(\mathbf{k}) = - \sum_{\mathbf{k}'} V(\mathbf{k}, \mathbf{k}') \frac{\Delta(\mathbf{k}')}{2E(\mathbf{k}')} \tanh \left(\frac{E(\mathbf{k}')}{2k_B T} \right) \quad (1.14)$$

$$E(\mathbf{k}') = \sqrt{\xi_{\mathbf{k}'}^2 + |\Delta(\mathbf{k}')|^2} \quad (1.15)$$

で表される．ここで $\xi_{\mathbf{k}} = \varepsilon_{\mathbf{k}} - \mu$ は化学ポテンシャル μ から測ったエネルギーであり、 $V(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$ は電子間の相互作用を表す．いま、 $\Delta(\mathbf{k}) = \Delta_0 f(\mathbf{k})$ として式 (1.14) に代入すると、転移温度 T_C 近傍において

$$f(\mathbf{k}) = - \sum_{\mathbf{k}'} V(\mathbf{k}, \mathbf{k}') \frac{f(\mathbf{k}')}{2\xi(\mathbf{k}')} \tanh \left(\frac{\xi_{\mathbf{k}'}}{2k_B T_C} \right) \quad (1.16)$$

となる．この両辺に $f(\mathbf{k})$ を掛けて \mathbf{k} に関する和をとり、 $V(\mathbf{k}, \mathbf{k}') f(\mathbf{k}) f(\mathbf{k}')$ を Fermi 面に

関する平均値 $\langle \rangle$ で置き換えて整理すると,

$$1 = - \sum_{\mathbf{k}'} V_f \frac{1}{2\xi(\mathbf{k}')} \tanh\left(\frac{\xi_{\mathbf{k}'}}{2k_B T_C}\right) \quad (1.17)$$

$$V_f = \frac{\langle V(\mathbf{k}, \mathbf{k}') f(\mathbf{k}) f(\mathbf{k}') \rangle}{\langle f(\mathbf{k})^2 \rangle} \quad (1.18)$$

となり, T_C の決定方程式が得られる.

ここで $d_{x^2-y^2}$ 波を考えると, たとえば

$$f(\mathbf{k}) = \cos k_x - \cos k_y \quad (1.19)$$

であり, このとき $f(\mathbf{k})f(\mathbf{k}')$ という積は, $\mathbf{k} \sim (0, \pi)$, $\mathbf{k}' \sim (\pi, 0)$ (あるいは $\mathbf{k} \sim (\pi, 0)$, $\mathbf{k}' \sim (0, \pi)$) の時に, 負で絶対値が最も大きくなる. 従って $\mathbf{Q} = \mathbf{k} - \mathbf{k}'$ (または $-\mathbf{Q}$) の運動量移行を伴う電子対散乱相互作用が斥力で大きければ, V_f は負となり有効引力として作用する. CuO_2 面のような反強磁性揺らぎが発達するという事は電子対散乱のうち運動量移行 \mathbf{Q} 成分が斥力的に大きくなることと対応する. したがってこのような場合は $d_{x^2-y^2}$ 波対称性が有利となるのである.

Sr₂RuO₄ の発見

高温超伝導体として銅酸化物超伝導体に注目が集まる一方で, 銅以外の類似の物質を用いて, 新しい超伝導体を探す研究が行なわれてきた. そしてついに, 1994年に前野らによって, 銅をルテニウムで置き換えた Sr₂RuO₄ が超伝導体であることが発見された⁹⁾.

Sr₂RuO₄ の結晶構造は, 図 1.8 に示したように, 銅酸化物高温超伝導体 La_{2-x}Sr_xCuO₄ と全く同じ層状ペロブスカイト構造をとる. ルテニウムと酸素からなる 2次元平面 (RuO_2 面) が超伝導の舞台となり, 転移温度 $T_C = 1.5\text{K}$ 以下で超伝導状態となる. コヒーレンス長は $T = 0$ の ab 面内方向で $\xi_{ab} = 68\text{nm}$, c 軸方向で $\xi_c = 3.2\text{nm}$ である. その異方性は 21 倍であり, 同じ結晶構造の銅酸化物高温超伝導体より 2 倍程度大きい. さらに Sr₂RuO₄ の場合, RuO_2 面内の電子状態は銅酸化物高温超伝導体のそれとは対照的に, 常伝導状態は準 2次元 Fermi 液体として定量的によく記述できる. また, 銅酸化物超伝導体は母物質にキャリアをドーピングすることによって超伝導が発現するのに対して, Sr₂RuO₄ は不純物を混ぜると直ちに超伝導相が壊される

スピン 3 重項超伝導体の秩序変数を議論するため以下で説明する d ベクトルを導入する. $\hat{\Delta}$ を付けた変数で 2×2 のスピン空間の行列を表すことにする. ペアポテンシャルは一般に

$$\hat{\Delta}(\mathbf{k}) = i [\Delta_{\mathbf{k}} \hat{\sigma}_0 + \mathbf{d}_{\mathbf{k}} \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}}] \hat{\sigma}_2 \quad (1.20)$$

と記述することが出来る. ここで $\hat{\sigma}_j, j = 1, 2, 3$ は Pauli 行列, $\hat{\sigma}_0$ は単位行列である. 単体金属など Cooper 対がスピン自由度をもたない場合には, $\Delta_{\mathbf{k}}$ が有限の値を持つ. また, Sr₂RuO₄ のようにスピン 3 重項の Cooper 対が超伝導を担う場合には $\mathbf{d}_{\mathbf{k}}$ が有限の値を持ち, $\Delta_{\mathbf{k}}$ がゼロになる. Cooper 対は 2 つの電子と巨視的位相からなる複合粒子で 2 つの電子の入れ替えに対して反対称であるという要請から $\Delta_{-\mathbf{k}} = \Delta_{\mathbf{k}}$, $\mathbf{d}_{-\mathbf{k}} = -\mathbf{d}_{\mathbf{k}}$ という変換側

Γ^-	$\Delta(k)$ の波数依存性
A_{1u}	$\hat{x}k_x + \hat{y}k_y, \hat{z}k_z$
A_{2u}	$\hat{x}k_y - \hat{y}k_x$
B_{1u}	$\hat{x}k_x - \hat{y}k_y$
B_{2u}	$\hat{x}k_y + \hat{y}k_x$
E_u	$\hat{z}(k_x + ik_y), k_z(\hat{x} + i\hat{y})$

表 1.3 正方対称群 D_{4h} の既約表現 Γ^- (奇パリティ) と $\Delta(k)$ の波数依存性.

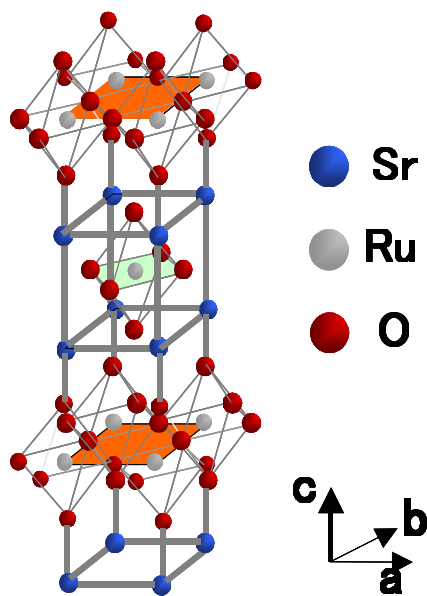


図 1.8 Sr_2RuO_4 の結晶構造.

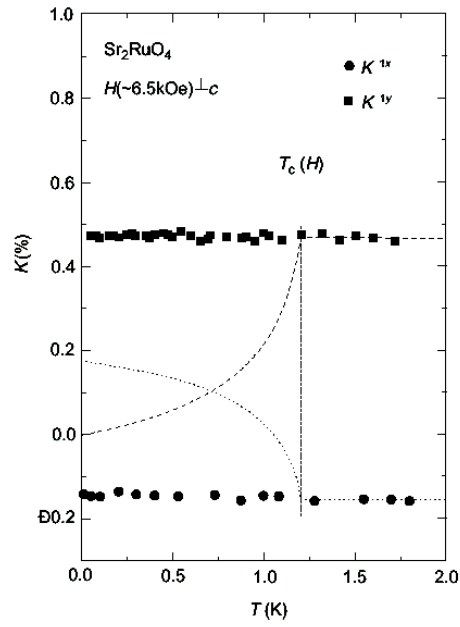


図 1.9 Knight シフトの実験¹⁰⁾.

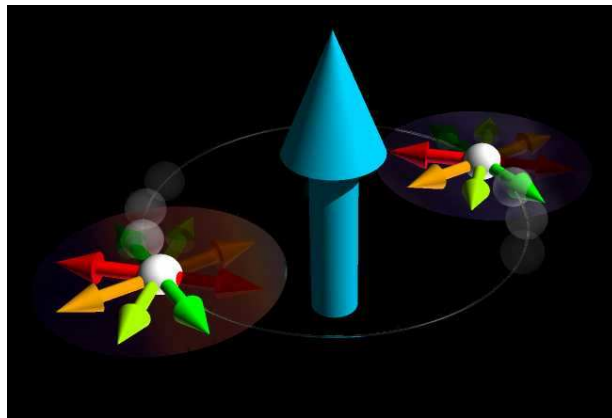


図 1.10 Sr_2RuO_4 の d ベクトルの模式図¹²⁾. 小さな矢印は面内で並行な電子スピンを表し, 大きな矢印は Cooper 対の軌道角運動量をあらわす.

が成り立つ. このベクトル \mathbf{d}_k がスピン 3 重項超伝導の秩序を特徴づけ, Cooper 対のスピンは \mathbf{d}_k と直交する方向を向いている.

対称性から p 波超伝導体 Sr_2RuO_4 の d ベクトルは $\{\hat{x}k_x, \hat{y}k_x, \hat{z}k_x, \hat{x}k_y, \hat{y}k_y, \hat{z}k_y\}$ の線形結合で表わされることになる (表 1.3 参照). この d ベクトルを決定するために様々な実験が行われた. NMR による Knight シフトの測定によって印加磁場が ab 面に平行のときにスピン帯磁率は変化しないことがしめされた. これにより Cooper 対はスピン 3 重項状態にあり, そのスピンは c 軸に垂直である $S_z = 0$ の状態であると推定されるようになった¹⁰⁾. また μSR の実験により, 超伝導体状態では T_C を境にして時間反転対称性が破れ, 自発的に内部磁場が発生している事が明らかになった¹¹⁾. その他にも比熱, 超音波吸収, 磁場侵入長の測定, 状態密度などの実験がなされている¹²⁾. その結果, スピン波動関数が z 成分のみから構成されている

$$\mathbf{d} = z\Delta_0 (\bar{k}_x \pm i\bar{k}_y) \quad (1.21)$$

$$\bar{k}_j = \frac{k_j}{k_F} \quad (1.22)$$

と記述される E_u 状態が有力視されている (図 1.10 参照). 式 (1.21) で記述される d ベクトルの下では, 超伝導のギャップの大きさは

$$|\Delta(k)| = (\mathbf{d} \cdot \mathbf{d}^*)^{\frac{1}{2}} = \Delta_0 (\bar{k}_x^2 + \bar{k}_y^2)^{\frac{1}{2}} \quad (1.23)$$

となり, 2 次元的な Fermi 面上ではその波数依存性は等方的である.

ここで注意を要するのは, 軌道部分は k_x, k_y の線形結合であらわされる面内等方的な状態で k_x, k_y で表される状態が縮退している点である. これは結晶構造が正方晶である事によっており, 空間の対称性が低下した状況では k_x, k_y で表される状態の縮退が解けることで 2 つの T_C が生じうる. これはたとえば, 磁場や一軸性圧力のような外場の下で実現することが期待される¹³⁾. 実際に, RuO_2 面に平行な磁場の下で, 超伝導転移に伴う比熱のとびが 2 つに分裂するのが観測され, 2 つの T_C を示す, 超伝導 2 段転移が起きていると考えられる¹⁴⁾.

1.2 メゾスコピック超伝導

近年, 実験技術の進歩により超伝導体/常伝導体接合系や, 超伝導体/常伝導体/超伝導体接合系における実験を行うことが可能になってきた. これらの実験は人工的に量子力学的な物理現象を再現し, 調べようとするものである. そのためには系がメゾスコピックな領域にある必要がある. ここではメゾスコピック系とはなにか, またメゾスコピック系での超伝導がどのような物理現象を引き起こすかを述べる.

1.2.1 メゾスコピック系

メゾスコピック系とは簡単に言えばマイクロとマクロの間のサイズの系のことであるが、厳密に言えば次のようになる。金属には位相緩和長という電子の位相がコヒーレントであり続けることのできる特徴的な長さが存在する。この長さは電子の非弾性散乱によって決まり平均自由行程とは一般に異なる。例えば低温で電子が非磁性の不純物や格子欠陥によって弾性散乱されるとすると電子の平均自由行程はこの散乱されるまでに電子がたどった軌跡の長さで決まる。しかし、この散乱では電子の位相は変化するがコヒーレンスは失われない。散乱される前に持っていた位相情報は、散乱後も持ち続けられる。系の長さがこの位相緩和長以下の系をメゾスコピック系と呼ぶ。また、このことからメゾスコピック系は、試料のサイズが電子の平均自由行程よりも短い場合、長い場合の2通りに分かれることがわかる。前者をバリスティック領域、後者を拡散領域と呼ぶ。メゾスコピック超伝導においてバリスティック領域で重要な概念が Andreev 反射であり、拡散領域で重要な役割を果たすのが近接効果である。

1.2.2 Andreev 反射

常伝導体 (N) と超伝導体 (S) の界面で N 側から 1 個の電子が入射した時、電子が S 中に透過するよりも電子 2 個からなる Cooper 対を形成するほうがエネルギー的に安定であるためにホールが界面で反射し S 中に Cooper 対が現れる。この現象は Andreev 反射¹⁵⁾ とよばれ電子のエネルギーが超伝導体のエネルギーギャップ Δ よりも小さいときに起こる。Andreev 反射は NS 接合系における熱伝導度の温度に対する指数関数的依存性を説明するために考え出された。Andreev 反射には以下の 3 つの性質がある。

1. 過剰電流

1 個の電子が入射して 1 つの Cooper 対つまり 2 個の電子が出て行くため、通常反射のない時、電流は 2 倍になり N - S 接合の抵抗は半分になる。

2. 位相伝達

超伝導体中のすべての Cooper 対は巨視的な位相 φ を共有しており、Andreev 反射によって 1 つの Cooper 対が形成され、その対も位相 φ を持つ。ホールの受け取る位相は $-\varphi - \arccos(E/\Delta)$ となる。ここで E は Bogoliubov-de Gennes 方程式の固有値である。

3. 遡及性

反射したホールは電子の入射経路をまったく反対に帰る。

次に、Andreev 反射の効果を取り入れた NS 接合での電荷輸送を記述する Blonder-Thinkham-Klapwijk (BTK) 理論を説明するために Bogoliubov-de Gennes (BdG) 方程式を紹介する。BTK が議論したのは s 波超伝導体の場合だが、本論文ではトリプレット超伝導体を取り扱うため、より一般的な方法について述べる。まず、場の演算子 $\Psi_\sigma(\mathbf{r})$ を用いて、相互作用のある電子系の Hamiltonian を記述する。電子間の有効相互作用にスピン依存性を持

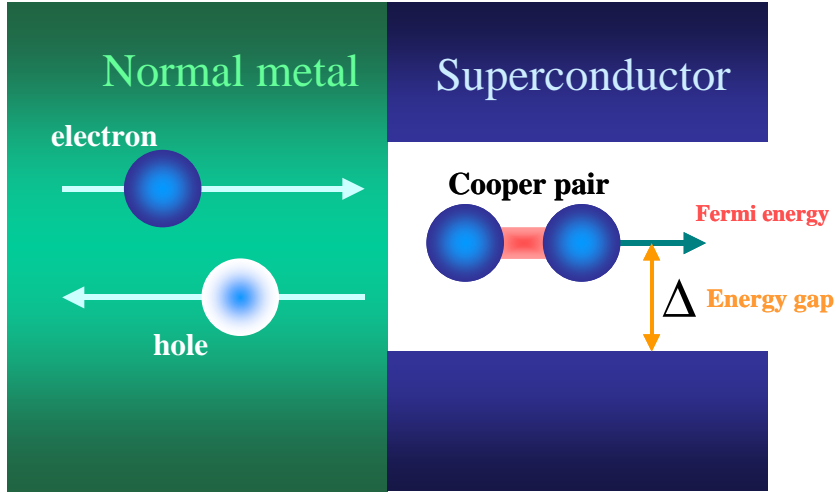


図 1.11 Andreev 反射

たせた Hamiltonian は,

$$H = \sum_{\sigma} \int d\mathbf{r} \Psi_{\sigma}^{\dagger}(\mathbf{r}) \left[-\frac{\hbar}{2m} \nabla^2 + V_{\sigma}(\mathbf{r}) - \mu_F \right] \Psi_{\sigma}(\mathbf{r}) + \frac{1}{2} \sum_{\sigma, \sigma'} \int d\mathbf{r} \int d\mathbf{r}' \Psi_{\sigma}^{\dagger}(\mathbf{r}) \Psi_{\sigma'}^{\dagger}(\mathbf{r}') g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \Psi_{\sigma'}(\mathbf{r}') \Psi_{\sigma}(\mathbf{r}) \quad (1.24)$$

となる. ここで $\sigma = \uparrow, \downarrow$ はスピンを表す. $g(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ は 2 点 \mathbf{r} と \mathbf{r}' にある 2 電子の間に働く相互作用である. これが正の値ならば斥力, 負の値ならば引力相互作用を表している. ここで平均場を

$$\Delta_{\sigma, \sigma'}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \langle \Psi_{\sigma'}(\mathbf{r}') \Psi_{\sigma}(\mathbf{r}) \rangle \quad (1.25)$$

$$\Delta_{\sigma, \sigma'}^*(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \langle \Psi_{\sigma}^{\dagger}(\mathbf{r}) \Psi_{\sigma'}^{\dagger}(\mathbf{r}') \rangle \quad (1.26)$$

として, 平均場近似を行なうと,

$$H_{MF} = \sum_{\sigma} \int d\mathbf{r} \Psi_{\sigma}^{\dagger}(\mathbf{r}) h_{\sigma}(\mathbf{r}) \Psi_{\sigma}(\mathbf{r}) + \frac{1}{2} \sum_{\sigma, \sigma'} \int d\mathbf{r} \int d\mathbf{r}' \left[\Delta_{\sigma, \sigma'}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \Psi_{\sigma}^{\dagger}(\mathbf{r}) \Psi_{\sigma'}^{\dagger}(\mathbf{r}') + \Delta_{\sigma, \sigma'}^*(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \Psi_{\sigma'}(\mathbf{r}') \Psi_{\sigma}(\mathbf{r}) \right] \quad (1.27)$$

となる. ここで $h_{\sigma}(\mathbf{r}) = -\frac{\hbar}{2m} \nabla^2 + V(\mathbf{r}) - \mu_F$ である. ここで, Heisenberg の運動方程式

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi_{\sigma}(\mathbf{r}) = [\Psi_{\sigma}(\mathbf{r}), H_{MF}] \quad (1.28)$$

により, 整理すると,

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Psi(\mathbf{r},t) = \int d\mathbf{r}' \begin{pmatrix} \hat{h}(\mathbf{r})\delta(\mathbf{r},\mathbf{r}') & \hat{\Delta}(\mathbf{r},\mathbf{r}') \\ -\hat{\Delta}^*(\mathbf{r},\mathbf{r}') & -\hat{h}^*(\mathbf{r})\delta(\mathbf{r},\mathbf{r}') \end{pmatrix} \Psi(\mathbf{r}',t) \quad (1.29)$$

ここで,

$$\Psi(\mathbf{r},t) = \begin{pmatrix} \Psi_{\uparrow}(\mathbf{r},t) \\ \Psi_{\downarrow}(\mathbf{r},t) \\ \Psi_{\uparrow}^{\dagger}(\mathbf{r},t) \\ \Psi_{\downarrow}^{\dagger}(\mathbf{r},t) \end{pmatrix} \quad (1.30)$$

$$\hat{h}(\mathbf{r}) = \begin{pmatrix} h_{\uparrow}(\mathbf{r}) & 0 \\ 0 & h_{\downarrow}(\mathbf{r}) \end{pmatrix} \quad (1.31)$$

$$\hat{\Delta}(\mathbf{r},\mathbf{r}') = \begin{pmatrix} \Delta_{\uparrow\uparrow}(\mathbf{r},\mathbf{r}') & \Delta_{\uparrow\downarrow}(\mathbf{r},\mathbf{r}') \\ \Delta_{\downarrow\uparrow}(\mathbf{r},\mathbf{r}') & \Delta_{\downarrow\downarrow}(\mathbf{r},\mathbf{r}') \end{pmatrix} \quad (1.32)$$

とした. この Hamiltonian は次の Bogoliubov 変換

$$\Psi_{\uparrow}(\mathbf{r},t) = \sum_k \left\{ u_{k\uparrow\uparrow}(\mathbf{r})\alpha_{k\uparrow}e^{-iE_k t} + u_{k\uparrow\downarrow}(\mathbf{r})\alpha_{k\downarrow}e^{-iE_k t} + v_{k\uparrow\uparrow}^*(\mathbf{r})\alpha_{-k\uparrow}^{\dagger}e^{iE_k t} + v_{k\uparrow\downarrow}^*(\mathbf{r})\alpha_{-k\downarrow}^{\dagger}e^{iE_k t} \right\} \quad (1.33)$$

$$\Psi_{\downarrow}^{\dagger}(\mathbf{r},t) = \sum_k \left\{ u_{k\downarrow\uparrow}(\mathbf{r})\alpha_{k\uparrow}e^{-iE_k t} + u_{k\downarrow\downarrow}(\mathbf{r})\alpha_{k\downarrow}e^{-iE_k t} + v_{k\downarrow\uparrow}^*(\mathbf{r})\alpha_{-k\uparrow}^{\dagger}e^{iE_k t} + v_{k\downarrow\downarrow}^*(\mathbf{r})\alpha_{-k\downarrow}^{\dagger}e^{iE_k t} \right\} \quad (1.34)$$

によって対角化することができる. これを Heisenberg の運動方程式に代入して係数比較して整理すると, Bogoliubov-de Gennes(BdG) 方程式が得られる.

$$\int d\mathbf{r}' \begin{pmatrix} h_{\uparrow}(\mathbf{r})\delta(\mathbf{r},\mathbf{r}') & 0 & \Delta_{\uparrow\uparrow}(\mathbf{r},\mathbf{r}') & \Delta_{\uparrow\downarrow}(\mathbf{r},\mathbf{r}') \\ 0 & h_{\downarrow}(\mathbf{r})\delta(\mathbf{r},\mathbf{r}') & \Delta_{\downarrow\uparrow}(\mathbf{r},\mathbf{r}') & \Delta_{\downarrow\downarrow}(\mathbf{r},\mathbf{r}') \\ -\Delta_{\uparrow\uparrow}^*(\mathbf{r},\mathbf{r}') & -\Delta_{\uparrow\downarrow}^*(\mathbf{r},\mathbf{r}') & -h_{\uparrow}(\mathbf{r})\delta(\mathbf{r},\mathbf{r}') & 0 \\ -\Delta_{\downarrow\uparrow}^*(\mathbf{r},\mathbf{r}') & -\Delta_{\downarrow\downarrow}^*(\mathbf{r},\mathbf{r}') & 0 & -h_{\downarrow}(\mathbf{r})\delta(\mathbf{r},\mathbf{r}') \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{k\uparrow\uparrow}(\mathbf{r}') \\ u_{k\downarrow\uparrow}(\mathbf{r}') \\ v_{k\uparrow\uparrow}(\mathbf{r}') \\ v_{k\downarrow\uparrow}(\mathbf{r}') \end{pmatrix} = E_k \begin{pmatrix} u_{k\uparrow\uparrow}(\mathbf{r}) \\ u_{k\downarrow\uparrow}(\mathbf{r}) \\ v_{k\uparrow\uparrow}(\mathbf{r}) \\ v_{k\downarrow\uparrow}(\mathbf{r}) \end{pmatrix} \quad (1.35)$$

$$\int d\mathbf{r}' \begin{pmatrix} h_{\uparrow}(\mathbf{r})\delta(\mathbf{r}, \mathbf{r}') & 0 & \Delta_{\uparrow\uparrow}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') & \Delta_{\uparrow\downarrow}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \\ 0 & h_{\downarrow}(\mathbf{r})\delta(\mathbf{r}, \mathbf{r}') & \Delta_{\downarrow\uparrow}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') & \Delta_{\downarrow\downarrow}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \\ -\Delta_{\uparrow\uparrow}^*(\mathbf{r}, \mathbf{r}') & -\Delta_{\uparrow\downarrow}^*(\mathbf{r}, \mathbf{r}') & -h_{\uparrow}(\mathbf{r})\delta(\mathbf{r}, \mathbf{r}') & 0 \\ -\Delta_{\downarrow\uparrow}^*(\mathbf{r}, \mathbf{r}') & -\Delta_{\downarrow\downarrow}^*(\mathbf{r}, \mathbf{r}') & 0 & -h_{\downarrow}(\mathbf{r})\delta(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{k\uparrow\downarrow}(\mathbf{r}') \\ u_{k\downarrow\downarrow}(\mathbf{r}') \\ v_{k\uparrow\downarrow}(\mathbf{r}') \\ v_{k\downarrow\downarrow}(\mathbf{r}') \end{pmatrix} \\
= E_k \begin{pmatrix} u_{k\uparrow\downarrow}(\mathbf{r}) \\ u_{k\downarrow\downarrow}(\mathbf{r}) \\ v_{k\uparrow\downarrow}(\mathbf{r}) \\ v_{k\downarrow\downarrow}(\mathbf{r}) \end{pmatrix} \quad (1.36)$$

この2つの方程式より, $u_{k\uparrow\uparrow}(\mathbf{r}) = u_{k\uparrow\downarrow}(\mathbf{r}), u_{k\downarrow\uparrow}(\mathbf{r}) = u_{k\downarrow\downarrow}(\mathbf{r}), v_{k\uparrow\uparrow}(\mathbf{r}) = v_{k\uparrow\downarrow}(\mathbf{r}), v_{k\downarrow\uparrow}(\mathbf{r}) = v_{k\downarrow\downarrow}(\mathbf{r})$ の関係があるので,

$$\begin{aligned} u_{k\uparrow\uparrow}(\mathbf{r}) &= u_{k\uparrow\downarrow}(\mathbf{r}) = u_{k\uparrow}(\mathbf{r}) \\ u_{k\downarrow\uparrow}(\mathbf{r}) &= u_{k\downarrow\downarrow}(\mathbf{r}) = u_{k\downarrow}(\mathbf{r}) \\ v_{k\uparrow\uparrow}(\mathbf{r}) &= v_{k\uparrow\downarrow}(\mathbf{r}) = v_{k\uparrow}(\mathbf{r}) \\ v_{k\downarrow\uparrow}(\mathbf{r}) &= v_{k\downarrow\downarrow}(\mathbf{r}) = v_{k\downarrow}(\mathbf{r}) \end{aligned}$$

と表記することにする.

接合系の特性に寄与する長さのスケールはコヒーレンス長程度の長さであり, 原子間隔程度の長さで振動する成分は寄与しない. このため, Fermi 波数で特徴付けられる短い距離での変化する振動は無視する. このような近似は準古典近似と呼ばれる. $v_{k\sigma} = \bar{v}_{k\sigma} e^{i\mathbf{k}_F \cdot \mathbf{r}}, u_{k\sigma} = \bar{u}_{k\sigma} e^{i\mathbf{k}_F \cdot \mathbf{r}}$ として, $\Delta_{\sigma\sigma'}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \Delta_{\sigma\sigma'}(\mathbf{x}, \mathbf{R})$ として, ($\mathbf{x} = \mathbf{r} - \mathbf{r}', \mathbf{R} = (\mathbf{r} + \mathbf{r}')/2$)

$$\int d\mathbf{r}' \Delta_{\sigma\sigma'}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') v_{k\sigma}(\mathbf{r}') = e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \Delta_{\sigma\sigma'}(\hat{\mathbf{k}}_F, \mathbf{r}) \bar{v}_{k\sigma}(\mathbf{r}) \quad (1.37)$$

$$\int d\mathbf{r}' \Delta_{\sigma\sigma'}^*(\mathbf{r}, \mathbf{r}') u_{k\sigma}(\mathbf{r}') = e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \Delta_{\sigma\sigma'}^*(\hat{\mathbf{k}}_F, \mathbf{r}) \bar{u}_{k\sigma}(\mathbf{r}) \quad (1.38)$$

と近似する. ここで,

$$\Delta_{\sigma\sigma'}(\hat{\mathbf{k}}_F, \mathbf{r}) = \int d\mathbf{x} \Delta_{\sigma\sigma'}(\mathbf{x}, \mathbf{r}) e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}} \quad (1.39)$$

とした. $\hat{\mathbf{k}}_F = \mathbf{k}_F / |\mathbf{k}_F|$ は Fermi 面上の方向である. 記述の仕方を簡潔にするため, $\bar{u} \rightarrow u, \bar{v} \rightarrow v$ とし, BdG 方程式にこの近似を施すと,

$$\begin{pmatrix} \hat{h}(\mathbf{r}) & \hat{\Delta}(\hat{\mathbf{k}}_F, \mathbf{r}) \\ -\hat{\Delta}^*(-\hat{\mathbf{k}}_F, \mathbf{r}) & -\hat{h}^*(\mathbf{r}) \end{pmatrix} \Psi_k(\mathbf{r}) = E_k \Psi_k(\mathbf{r}) \quad (1.40)$$

$$\hat{\Delta}(\hat{\mathbf{k}}_F, \mathbf{r}) = \begin{pmatrix} \Delta_{\uparrow\uparrow}(\hat{\mathbf{k}}_F, \mathbf{r}) & \Delta_{\uparrow\downarrow}(\hat{\mathbf{k}}_F, \mathbf{r}) \\ \Delta_{\downarrow\uparrow}(\hat{\mathbf{k}}_F, \mathbf{r}) & \Delta_{\downarrow\downarrow}(\hat{\mathbf{k}}_F, \mathbf{r}) \end{pmatrix} \quad (1.41)$$

$$\Psi_k(\mathbf{r}) = \begin{pmatrix} u_{k\uparrow}(\mathbf{r}) \\ u_{k\downarrow}(\mathbf{r}) \\ v_{k\uparrow}(\mathbf{r}) \\ v_{k\downarrow}(\mathbf{r}) \end{pmatrix} \quad (1.42)$$

この方程式は超伝導体を含む接合系での伝導現象を記述する基本的な方程式である。

Andreev 反射自体の理論の登場は 1964 年のことであったが、その重要性についてはあまり議論されていなかった。それを明確にしたのが 1982 年に発表された Blonder-Thinkham-Klapwijk による BTK 理論である。

彼らは常伝導体/絶縁体/超伝導体接合において、絶縁体バリアが接合の電流－電圧特性にどのような影響をもたらすかを調べ、超伝導接合系における画期的な理論を構築した。ここではその BTK 理論を説明する。まず Andreev 反射の基礎的な性質を BdG 方程式を用いて詳細に議論する。簡単のために時間発展のない系を考え、スピンの指標は省略する。このとき BdG 方程式は以下のように記述できる。

$$\begin{pmatrix} h(\mathbf{r}) & \Delta(\mathbf{r}) \\ -\Delta^*(\mathbf{r}) & -h(\mathbf{r}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u(\mathbf{r}) \\ v(\mathbf{r}) \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} u(\mathbf{r}) \\ v(\mathbf{r}) \end{pmatrix} \quad (1.43)$$

このとき、BdG 方程式に従う波動関数を、

$$\Psi_N(x < 0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{ik^+x} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} a e^{ik^-x} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} b e^{-ik^+x} \quad (1.44)$$

$$\Psi_S(x > 0) = \begin{pmatrix} u_0 \\ v_0 \end{pmatrix} c e^{ik^+x} + \begin{pmatrix} v_0 \\ u_0 \end{pmatrix} d e^{ik^-x} \quad (1.45)$$

と記述することができる (図 1.12 参照)。ここで、

- a : Andreev 反射係数
- b : 通常反射係数
- c : 超伝導体側への電子的準粒子の透過係数
- d : 超伝導体側へのホールの準粒子の透過係数

である。波動関数 Ψ_N, Ψ_S を求めるためには、 a, b, c, d を求める必要があるが、これは以下の $x = 0$ における境界条件から求めることができる。

$$\Psi_N(\mathbf{r})|_{x=0_-} = \Psi_S(\mathbf{r})|_{x=0_+} \quad (1.46)$$

$$\left. \frac{d}{dx} \Psi(\mathbf{r}) \right|_{x=0_-} = \left. \frac{d}{dx} \Psi(\mathbf{r}) \right|_{x=0_+} - \frac{2mH}{\hbar^2} \Psi(\mathbf{r}) \Big|_{x=0_-} \quad (1.47)$$

ここで絶縁体はデルタ関数型のバリアポテンシャル $H\delta(x)$ を用いてモデル化されている。その強さは無次元パラメータ $Z = k_F H / 2E_F$ で表わすことができる。ここで、常伝導体側から電子を入射することを考える。Andreev 反射の説明の際、入射電子のエネルギー E が Δ よりも小さい場合のみを考えしたが、 E が Δ を越えることはもちろんあり、その場合を含めて入射電子に対する散乱は以下の 4 つの項からなる。

- $A(E)$: Andreev反射確率
 $B(E)$: 通常反射確率
 $C(E)$: 超伝導体側への電子的準粒子の透過確率
 $D(E)$: 超伝導体側へのホールの準粒子の透過確率

4つの散乱の過程を図 1.12 に示した. これらの確率は $A(E) = |a|^2, B(E) = |b|^2, C(E) =$

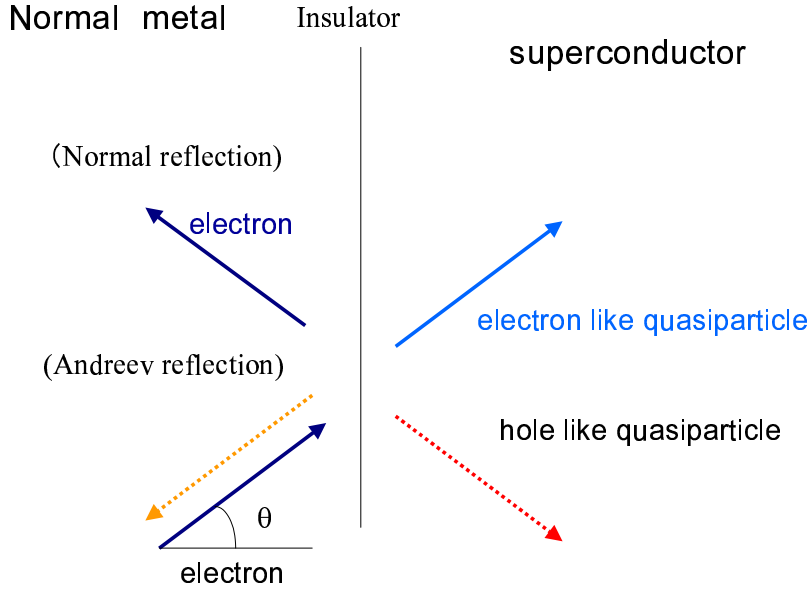


図 1.12 常伝導体/絶縁体/超伝導体接合系での散乱過程.

$|c|^2(|u_0|^2 - |v_0|^2), D(E) = |d|^2(|u_0|^2 - |v_0|^2)$ と表わされる. 常伝導体/超伝導体界面で期待されるコンダクタンス特性については, 上の確率を電流表式に代入すれば求められる. この際, 常伝導体側からの入射電子は $f(E - eV)$ の Fermi 分布をしており, 超伝導体側の透過準粒子は $f(E)$ の Fermi 分布をもつとする. すると, この系を流れる電流は,

$$I_{NS} \propto \int_{-\infty}^{\infty} [f_{\rightarrow}(E) - f_{\leftarrow}(E)] dE \quad (1.48)$$

と記述できる. ここで, $f_{\rightarrow}(E)$ は x 軸の正の方向に運動する電子の Fermi 分布, $f_{\leftarrow}(E)$ は x 軸の負の方向に運動する Fermi 分布をあらわしており, これらは以下のように与えられる.

$$f_{\rightarrow}(E) = f(E - eV) \quad (1.49)$$

$$f_{\leftarrow}(E) = A(E)[1 - f_{\rightarrow}(-E)] + B(E)f_{\rightarrow}(-E) + [C(E) + D(E)]f(E) \quad (1.50)$$

これらの関係から,

$$I_{NS} \propto \int_{-\infty}^{\infty} [f(E - eV) - f(E)][1 + A(E) - B(E)] dE \quad (1.51)$$

となり，全透過，反射確率の重ね合わせとして全電流が記述される．ただし，確率保存の法則 $A(E) + B(E) + C(E) + D(E) = 1$ を用いた．今扱っているエネルギースケールはエネルギーギャップ程度の大きさであり，Fermi エネルギーに比べ非常に小さい．そこで，分散関係を直線で近似して，系は電子とホールで完全に対称であると仮定し， $A(E) = A(-E)$ の関係も用いた．この式より，絶対零度における微分コンダクタンスは，

$$\sigma(E) \propto (1 + A(E) - B(E)) \quad (1.52)$$

となる．すなわち，常伝導体/超伝導体界面におけるコンダクタンスは，常伝導体側への Andreev 反射，通常反射の確率のみで記述できる．図 1.13, 1.14 に界面でのバリアの強さ Z をパラメータとした A, B, C, D と絶対零度に対する微分コンダクタンス特性を示す¹⁶⁾．

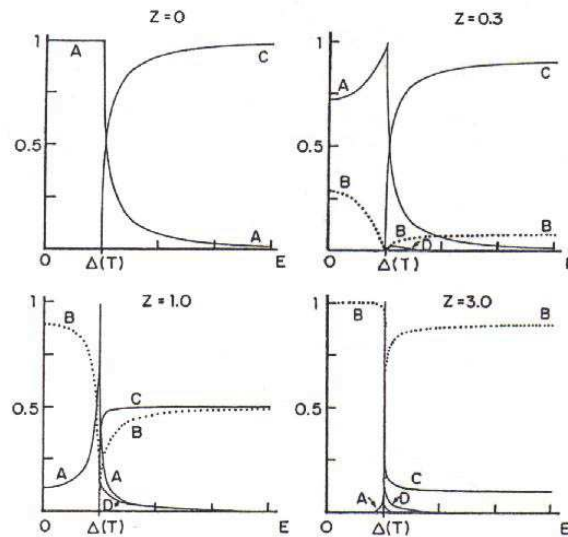


図 1.13 界面におけるパラメータ Z を変えたときの A, B, C, D のバイアス電圧依存性¹⁶⁾．

また，この BTK 理論はその使いやすさから後に述べる常伝導体/異方的超伝導体接合や強磁性体/超伝導体接合，その他にも強磁性体/強磁性体/超伝導体接合¹⁷⁾，強磁性体/強磁性体接合¹⁸⁾，強磁性体/常伝導体/強磁性体接合¹⁹⁾，強磁性体/超伝導体/強磁性体接合²⁰⁻²²⁾ などにも応用されている．

常伝導体/異方的超伝導体接合

銅酸化物高温超伝導体の発見当初，そのペアポテンシャルの対称性は s 波か d 波かはっきりしていなかった．1994 年，Hu は d 波超伝導体の界面において準粒子の束縛状態（ミッドギャップ Andreev 共鳴状態（MARS））が形成されることを理論的に示した²³⁾．その直後，Tanaka-Kashiwaya は，この束縛状態が常伝導体/ d 波超伝導体接合のトンネルコンダ

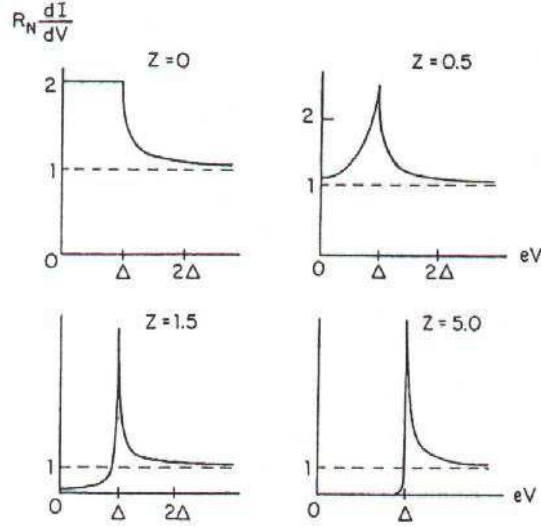


図 1.14 Z を変えたときの微分コンダクタンスのバイアス電圧依存性¹⁶⁾.

クタンスについて、理論・実験の両面から詳細に検討した。Tanaka-Kashiwaya 理論の登場は、長い間謎とされてきたゼロバイアスコンダクタンスピーク (ZBCP) の存在を明らかにし、銅酸化物高温超伝導体に d 波対称性が存在することを決定付けた^{24,25)}。以下でその Tanaka-Kashiwaya による理論を紹介する。考える接合系は 2 次元自由電子モデルに基づいており、 d 波超伝導体のペアポテンシャルは $\Delta \cos(2\theta - 2\beta)$ と表される。ここでは θ は準粒子の入射角度を表し、 β は接合の角度を表す。超伝導体の (100) 界面からなる接合は d 波の a 軸と界面の法線ベクトルのなす角度を $\beta = 0$ と選ぶことに対応し、(110) 界面からなる接合では $\beta = \pi/4$ と選ぶことに対応する。本論文では、それぞれ $d_{x^2-y^2}$ 波接合、 d_{xy} 波接合と呼ぶことにする。図 1.15 に左側の常伝導体から電子を入射した場合の散乱過程を示す。角度 θ で電子を入射することにより、超伝導体側へ抜ける電子的準粒子とホールの準粒子はそれぞれ異なったペアポテンシャルを感じる。Tanaka-Kashiwaya は常伝導体/ d 波超伝導体系で Bogoliubov 方程式を解き、BTK 理論を拡張することによって、以下の微分コンダクタンスの表式を得た。

$$\sigma_T(E) = \frac{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\theta \sigma_S(E, \theta) \sigma_N(\theta) \cos \theta}{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\theta \sigma_N(\theta) \cos \theta} \quad (1.53)$$

$$\sigma_S(E, \theta) = \frac{1 + \sigma_N(\theta) |\Gamma_+|^2 + \{\sigma_N(\theta) - 1\} |\Gamma_+ \Gamma_-|^2}{|1 + \{\sigma_N(\theta) - 1\} \Gamma_+ \Gamma_- e^{i(\varphi_- - \varphi_+)}|^2} \quad (1.54)$$

$$\Gamma_{\pm} = \frac{E - \Omega_{\pm}}{|\Delta_{\pm}|}, \quad \Omega_{\pm} = \sqrt{E^2 - |\Delta_{\pm}|^2}, \quad \sigma_N(\theta) = \frac{\cos^2 \theta}{\cos^2 \theta + Z^2}$$

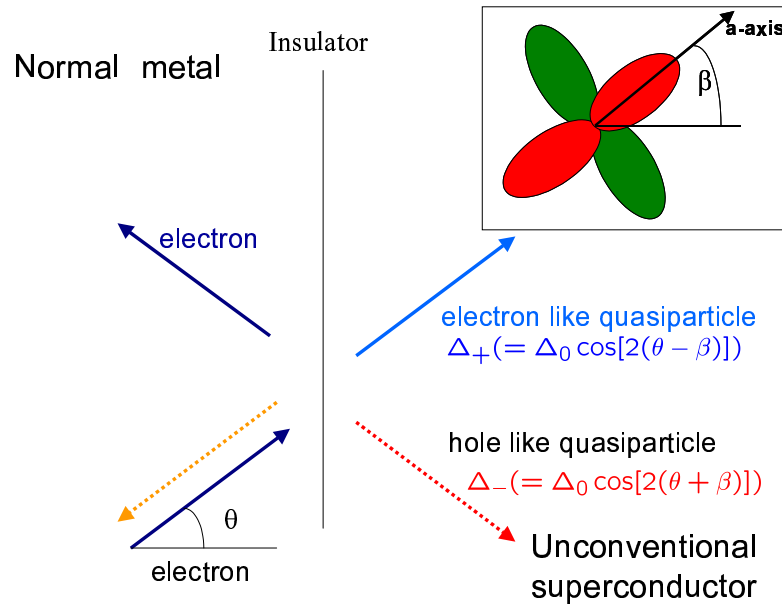


図 1.15 常伝導体/絶縁体/ d 波超伝導体接合系の散乱過程.

ここで, $\sigma_N(\theta)$ は常伝導状態のコンダクタンス, Z はバリアの大きさを特徴付けるパラメータである. φ_{\pm} はペアポテンシャル Δ_{\pm} の位相で次のように定義される.

$$e^{i\varphi_{\pm}} = \frac{\Delta_{\pm}}{|\Delta_{\pm}|} \quad (1.55)$$

この公式において, ペアポテンシャル Δ_{\pm} の位相があらわに影響してくる点が重要である. 透過準粒子の感じるペアポテンシャルは,

$$\Delta(\theta_+) = \Delta_0(2\theta - 2\beta) \quad (1.56)$$

$$\Delta(\theta_-) = \Delta_0(2\theta + 2\beta) \quad (1.57)$$

で与えられる. 特に $\beta = 0$ で Z が大きい値をとる場合, コンダクタンスは超伝導体のバルクの状態密度に比例する. 従来の s 波超伝導体に対するトンネル効果の測定で, バルクの状態密度が観測されると考えられてきたのはこのことによる. 図 1.16 に $\beta = 0$, $\beta = \pi/8$, $\beta = \pi/4$ の場合の式 (1.53) の計算結果を示した.

$\beta = 0$ の場合, 全ての電子の入射角に対して $\Delta_+ = \Delta_-$ である. そのため, ミッドギャップ Andreev 共鳴状態 (MARS) は形成されず $\sigma_T(E)$ は, バルクの状態密度に似た V 字型のギャップ構造を示す. 一方, $\beta = \pi/4$ では全ての入射角に対し, $\Delta_+ = -\Delta_-$ の関係が成立し, MARS が形成され, 微分コンダクタンスは $\sigma_T(0)$ でピークを持つ. これがゼロバイアスコンダクタンスピーク (ZBCP) である. このように d 波超伝導体の $\sigma_T(E)$ は結晶軸の方向 β に依存し, バルクの状態密度とは明らか異なる振る舞いを示している.

図 1.17 に銅酸化物超伝導体 YBCO の走査型トンネル分光 (STS) の実験結果の一例を示す²⁶⁾. (100) 表面 (0°) では V 字型のギャップ構造が観測され, (110) 表面 (45°) では

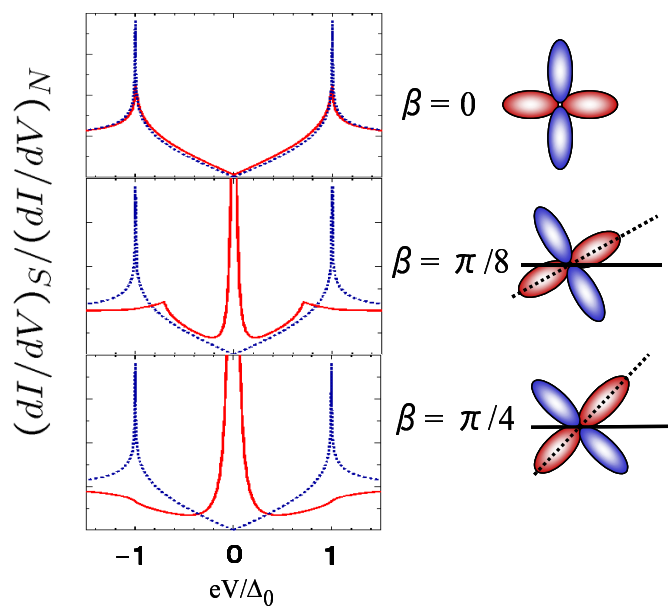


図 1.16 常伝導体/絶縁体/ d 波超伝導体接合系の微分コンダクタンス. 赤線がコンダクタンスで青線が状態密度をしめす.

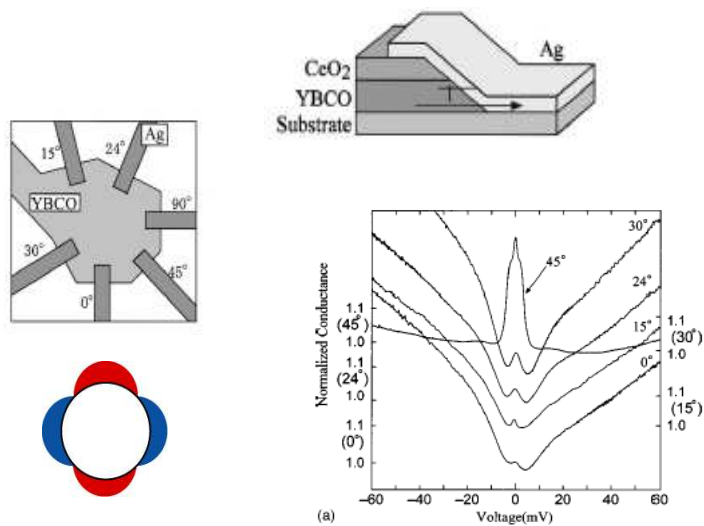


図 1.17 YBCO の様々な接合界面に対する走査型トンネル分光の実験結果²⁶⁾.

ゼロバイアスにピークが観測されている。この実験結果は Tanaka-Kashiwaya の理論の正当性を実証している。

以上で見てきたように、常伝導体/異方的超伝導体接合ではペアポテンシャルの方向依存性による影響が顕著にあらわれる。これは、超伝導体中の準粒子が運動量の方向に応じて異なるペアポテンシャルを感じて干渉効果を起こした結果、接合界面に形成される MARS によるものと考えられている。

p 波超伝導体接合系でのトンネル効果も理論的に調べられている²⁷⁻²⁹。Yamashiro らは Sr_2RuO_4 における微分コンダクタンスの振る舞いも理論的に調べ、 $k_x \pm ik_y$ の波数依存性をもつ p 波対称性のトリプレット超伝導体接合においても ZBCP が現れることを予言した^{27,28}。 Sr_2RuO_4 接合におけるトンネル効果の実験はあまり行われていないが、1例を挙げれば $\text{Sr}_2\text{RuO}_4 - \text{Ru}$ 共晶系を用いた Mao らの実験では ZBCP が観測されている³⁰。

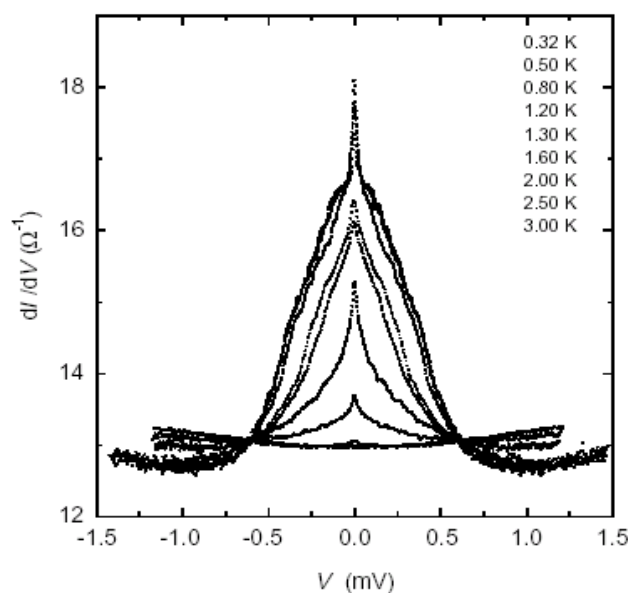


図 1.18 $\text{Sr}_2\text{RuO}_4 - \text{Ru}$ 共晶系でのコンダクタンス³⁰。

1.2.3 近接効果

常伝導体/超伝導体接合系における近接効果

近接効果とは常伝導体/超伝導体接合系で超伝導体 (S) 側から常伝導体 (N) 側に Cooper 対が染み込む現象のことである (図 1.19 参照)。N 中に染み込んだ Cooper 対はコヒーレンス長と呼ばれる長さ進んだところで壊れる。コヒーレンス長は $\sqrt{D/2\pi T}$ で表され、Cooper 対の波動関数は距離に対して指数関数的に減少する。ここで、 D は N の拡散定数、 T は温度である。拡散定数はある点にあった電子が時間の経過とともにどのくらい広がっていくかを示す量で、たとえば銀の薄膜では $0.012\text{m}^2/\text{sec}$ であり、 $T=4.2\text{K}$ のときはコヒー

レンズ長は $0.06\mu\text{m}$ と短いことがわかる。

この近接効果に新しい理解をあたえたのが Petrashov らによる実験である³¹⁾。彼らによって明らかにされたのは次のようなコヒーレント電子対の考え方である。N 中に染み込んだ Cooper 対はコヒーレンス長程度進んだところで壊れ 2 つの電子になる。しかし、2 つの電子は Cooper 対を形成していたことを記憶しており、波動関数の位相は分かれた後、独立に変わりうるが両者の差は一定でこの差が超伝導体の巨視的な位相になっている。このように独立に運動しながら位相のコヒーレンス性を保っている電子対をコヒーレント電子対と呼ぶことにする。電子が位相情報を失ってしまうとコヒーレンスも失われるのでコヒーレント電子対の減衰長は位相緩和長で与えられる。たとえば、銀の薄膜の位相緩和長は $T=4.2\text{K}$ のとき $1\mu\text{m}$ 程度でコヒーレンス長よりずっと長く、N の長さが位相緩和長より短いならコヒーレント電子対が関与する現象は試料全体に及ぶことを意味する。ここで後で用いるコヒーレント電子対に特長的な Thouless エネルギーとよばれるエネルギー $E_{Th} = \frac{D}{L^2}$ を定義する。ここで L は N の長さである。たとえば、 $L = 1\mu\text{m}$ の銀の薄膜では約 $8\mu\text{eV}$ 、温度にすると 0.1K という極低温になる。

この近接効果によって接合系の輸送現象は大きな影響を受ける。1991 年 Kastalsky らは InGaAs/Nb からなる N/S 接合における微分コンダクタンスを測定した³²⁾。ちなみに Nb は 1.5meV はエネルギーギャップと約 9K の転移温度を持つ遷移金属で、経時変化などは鉛やスズなどより小さい安定した材料であり超伝導接合の実験では比較的よく使われる図 1.20 に示すように彼らはこの実験でコンダクタンスに ZBCP が現れることを発見した。また、この幅は Thouless エネルギーで与えられる。彼らの用いた InGaAs は不純物を多く含んだ拡散領域にある材料であった。この ZBCP は図 1.21 のような電子とホールとの干渉効果によって理解される。点 a で電子が Andreev 反射とノーマル反射を受けたとする。ノーマル反射を受けた電子は散乱を受けて点 b で再び Andreev 反射とノーマル反射を受けたとする。このとき Andreev 反射は同じ道筋をたどり点 a に帰ってくる。このようにして 2 つのホール間に位相干渉がおこり、ホールの波動関数を強めあうことで Andreev 反射が増える。有限電圧では遡及性が壊れるためこの効果は現れないが、ゼロ電圧では遡及性がなりたち Andreev 反射確率が増加するため ZBCP が現れる^{33,34)}。Volkov らは準古典 Green 関数法を用いて実際に N 中のペア振幅が乱れによって増加することを確かめた³⁵⁾。

またこの Andreev 反射確率の増加は以下のようにして理解できる³⁶⁾。いま、N から S へ透過する確率を T とする。通常 Andreev 反射は 2 つの粒子の散乱過程なのでその確率は T^2 のオーダーである。一方ノーマル反射確率は 1 回の散乱過程で $R = 1 - T$ で与えられる。従って、多くの場合ノーマル反射確率は Andreev 反射確率より大きい。しかし、汚れた系では不純物に何度も散乱され、界面に何度も向かうことができる。よって、電子は Andreev 反射によって S に入っていくまで何度もノーマル反射を受ける。そのようなコヒーレントな過程による全 Andreev 反射確率 P はノーマル反射の回数 n が無限大のとき

$$P = \sum_n T^2 R^n = T^2 \frac{1 - R^{n+1}}{1 - R} = T(1 - R^{n+1}) \rightarrow T \quad n \rightarrow \infty \quad (1.58)$$

となる。つまり、界面付近での確率 R の複数回のノーマル反射と確率が T^2 のオーダーの一回の Andreev 反射のコヒーレントな過程は T のオーダーの Andreev 反射確率を作り出

す. 従って, 乱れの効果は界面付近の粒子を閉じ込め, 接合系のコンダクタンスを増加させることがわかる.

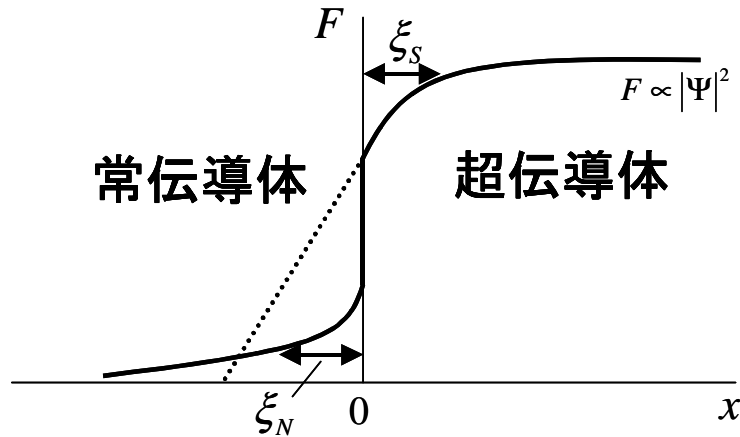


図 1.19 近接効果の模式図.

常伝導体/異方的超伝導体接合系における近接効果

常伝導体/異方的超伝導体接合系では前述のように界面にミッドギャップ Andreev 共鳴状態 (MARS) が形成される. ではこの系における近接効果は MARS とどのような関係にあるのだろうか? d 波としては代表的な場合として $\alpha = 0$ ($d_{x^2-y^2}$ 波とも呼ぶ) $\alpha = \pi/4$ (d_{xy} 波とも呼ぶ) を選ぶ. p 波としては p_x , p_y 波を選ぶことにする.

d 波の超伝導において, MARS がすべての入射角度に対して期待される $\alpha = \pi/4$ の場合には対称性から近接効果が消えてしまう.³⁷⁾ 一方, MARS が消失する $\alpha = 0$ の場合は, 従来の s 波の超伝導体と同様に近接効果が存在する. つまり近接効果と MARS が互いに競合関係にある. これに対して p 波の場合はかなり異なったふるまいとなる. すべての入射角に対して MARS を感じる p_x 波の場合は, 近接効果が存在するのに対して, 逆の極限の p_y 波では, 近接効果が消失する. p 波の場合は MARS と近接効果の共存という異常な状態が出現するのである^{38,39)}. 以下ではこのことが接合系での状態密度とコンダクタンスにどのような影響を与えるかを見ることにする.

常伝導体単体の電気抵抗を R_d , 界面における絶縁体の抵抗を R_b としたとき, 仮に合成抵抗が $R_d + R_b$ になっているのであれば単なる Ohm の法則に従うわけで, 近接効果の研究を必要としない. ところがすでに従来の s -波超伝導体で知られているように合成抵抗はこれら二つの抵抗の単純な和にはならない. 常伝導体中では電場勾配が発生するため準粒子の分布関数まできちんと決める必要がある. この目的に適した方法が Keldysh 形式の準古典グリーン関数法であり, 以下この手法を用いて Tanaka らによる d 波超伝導体, p 波超伝導体に対する計算結果を説明する.³⁷⁻³⁹⁾

まず, 常伝導体中の局所状態密度 $\rho(\epsilon)$ に注目する.

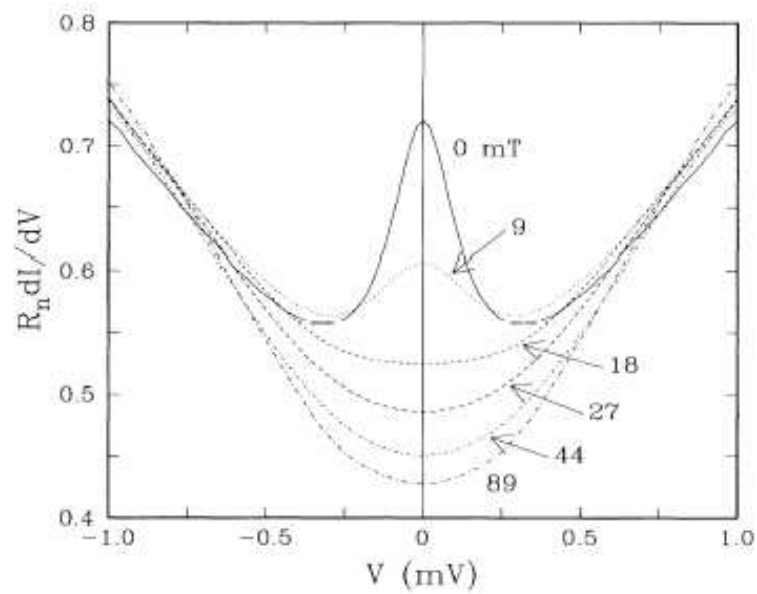


図 1.20 InGaAs/Nb 接合での微分コンダクタンス³²⁾.

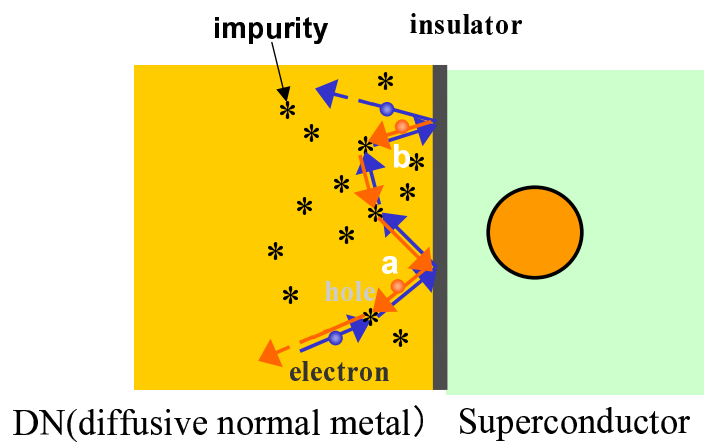


図 1.21 干渉効果の模式図. これによって Andreev 反射確率が増加する.

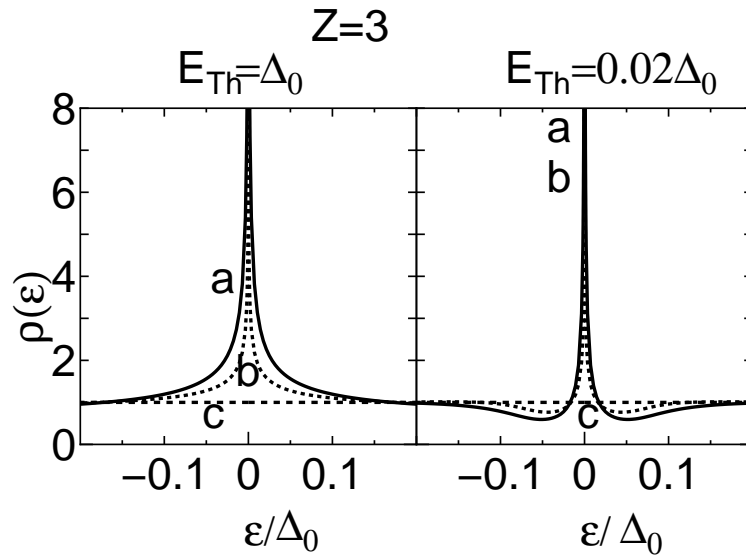


図 1.22 p 波超伝導体 p_x 波の常伝導体の中での正規化された状態密度 $\rho(\varepsilon)$ を $Z = 3$, $R_d/R_b = 1$ に対して計算したもの. $E_{Th} = \Delta_0$ (左側) $E_{Th} = 0.02\Delta_0$ (右側). それぞれのカーブは a, $x = -L/4$; b, $x = -L/2$ (常伝導体の真ん中); c, $x = -L$ (常伝導体と電極の界面) である.³⁹⁾

図 1.22 に示されているように、局所状態密度は常伝導体の中でゼロエネルギーピークを持つ。これは従来の近接効果の理論ではなかったことである。この場合すべての入射角度に対して Andreev 共鳴状態を感じているためにゼロエネルギー近傍で強い近接効果が起こっている。 p_x 波超伝導体ではペアポテンシャルの持つ最大値の方向と法線ベクトルのなす角度がゼロであるが、仮にこの角度が有限になったとしてもある入射角度の準粒子は MARS を感じかつ近接効果に貢献するために、局所状態密度のゼロエネルギーのピークは存在する。³⁹⁾ したがって Andreev 共鳴状態と近接効果の共存は p 波超伝導体で（より一般的にはスピン 3 重項超伝導体で）広く期待できるものである。^{38,39)} 唯一の例外は、この角度が $\pi/2$ になって界面に形成される共鳴状態が消える p_y 波の時、近接効果も MARS もともに消えて正規化された局所状態密度は 1（常伝導状態と同じ値）になる。

次に d 波超伝導体に対して対応する計算を行う。（図 1.23 参照）。 d 波のペアポテンシャルの持つ最大値の方向と法線ベクトルのなす角度 α が $\alpha = 0$, $\alpha = \pi/8$, $\alpha = \pi/4$ の場合を選んだが、いずれの場合も p 波でみられるようなゼロエネルギーのピークは存在しない。このような場合には近接効果と共鳴状態が競合関係になるために、常伝導体中の電子状態は p 波の接合とは大きく異なるものとなる。

p 波超伝導体の持つ異常な近接効果の特徴をより明確にするために、接合系全体のゼロ電圧における電気抵抗が常伝導体の抵抗 R_d にかかに依存するのかを図 1.24 に示した。a に示されているように p_y 波の場合は、MARS も存在せず、近接効果も存在しないために合成抵抗は、接合の部分と常伝導体の部分の単純な足し算（Ohm の法則）となる。MARS が存在しないために $R_d = 0$ の値での抵抗 R の値が大きな値となっている。一方 p_x 波の場合は

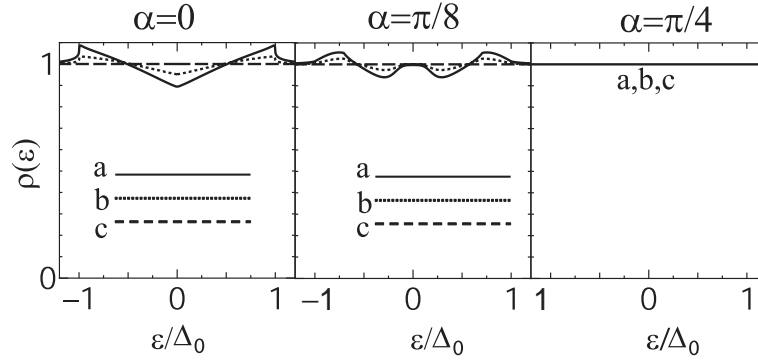


図 1.23 常伝導体の中での正規化された状態密度を d 波の超伝導体に対して計算したものである。 $Z = 3$, $R_d/R_b = 1$, $E_{Th} = \Delta_0$. d 波のペアポテンシャルは $\Delta_{\pm} = \Delta_0 \cos[2(\theta \mp \alpha)]$. と与えられる. α は $\alpha = 0$ (左側), $\alpha = \pi/8$ (真ん中), $\alpha = \pi/4$ (右側) と選んだ. それぞれのカーブは, a, $x = -L/4$; b, $x = -L/2$; c, $x = -L$ である.³⁹⁾

非常に顕著で b に示されているように合成抵抗が一切 R_d に依存しないという性質が現れる. このような性質は近接効果の従来理論では全く知られていなかったことである. 従来から知られている s 波の場合 (曲線 c) は, 合成抵抗が一度下がってから再びあがるというリエントラント的な振る舞いを示す. これは近接効果がおこることによって, 接合系の全抵抗が常伝導体と界面から生じる抵抗の単なる足し算にならないということによって説明されている. ここには示していないが, d 波で $\alpha = 0$ の接合の場合でも同様のふるまいが現れる. 一方 d_{xy} 波すなわち $\alpha = \pi/4$ の場合は近接効果が消失するために, 合成抵抗は接合の部分と常伝導体の部分の単純な足し算 (Ohm の法則) となる. MARS が形成されるために, $R_d = 0$ の値での合成抵抗が Sharvin 抵抗の半分になっている. p_x 波超伝導体において合成抵抗 R が一切 R_d に依存しないという点が最も劇的な性質である.

最後にここで得られた新しい成果を準古典近似によらない数値的なシミュレーションでも確かめられることを紹介する (図 1.25 参照). 常伝導体と超伝導体接合を格子モデルで表して, リカーシブ Green 関数の方法で計算することが可能である. この場合不純物散乱のサンプル平均は数値的に厳密にとることが可能である. ここでは, ゼロ電圧での電気抵抗の R_d 依存性に注目してみると図 1.24 と同様な結果が得られていることがわかる. s 波においてはリエントラント的なふるまい, d_{xy} 波 ($\alpha = \pi/4$) においては直線的なふるまい, さらに p_x 波においては R_d にまったく依存しないという振る舞いが確認された. すなわちな南部 Keldysh 形式の準古典近似に基づく Green 関数の理論が正当化されたことになる. p_x 波で期待される異常な近接効果は準古典近似や界面モデル固有のものではなくて普遍的性質を持つものであることが確認されことになる.

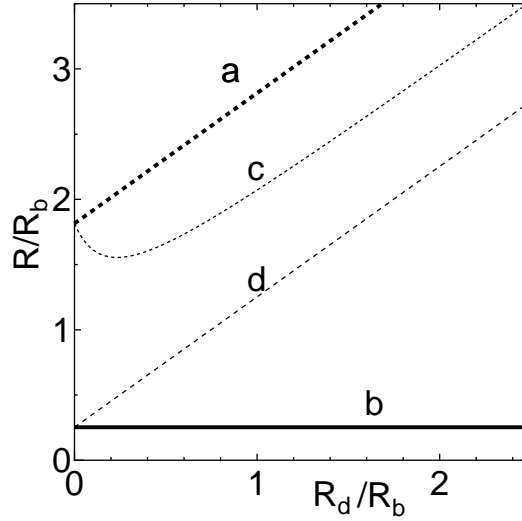


図 1.24 抵抗 R を R_d/R_b の関数としてプロットしたもの. $Z = 1.5$ に選んだ. a, p_y 波, b, p_x 波, c, s 波, d, d_{xy} 波 (d 波, $\alpha = \pi/4$).³⁹⁾

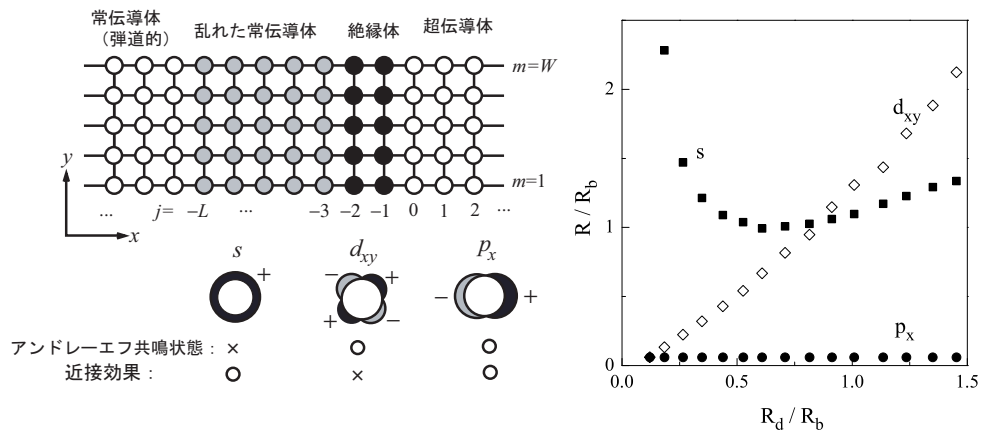


図 1.25 格子モデルを用いて計算を行った合成抵抗の計算結果. s 波の結果には $1/3$ が乗じてある.

1.2.4 Josephson 電流

Josephson 電流の発見

電子の波動性が巨視的スケールで出現した状態が超伝導状態であることを最も劇的に示したのが Josephson 効果である。1962 年, Josephson は超伝導トンネル効果の理論的研究を行ない, 次のような結論を得た⁴⁰⁾。

1. 超伝導体 1 (位相 φ_L) と超伝導体 2 (位相 φ_R) のトンネル接合には, 電圧 0 で電子対のトンネル電流が流れ, その大きさは 2 つの超伝導体の位相差 ($\varphi_0 = \varphi_L - \varphi_R$) に依存する。(直流 Josephson 効果)
2. 直流電圧 V が印加されている状態では, V に比例する周波数の交流電流が流れる。(交流 Josephson 効果)

Josephson 効果の基本式は次の 2 つである。

$$J = J_C \sin \varphi \quad (1.59)$$

$$\varphi = \varphi_0 + \frac{2e}{\hbar} \int_0^t V dt \quad (1.60)$$

まず, $V = 0$ では $\varphi = \varphi_0$ となり $-|J_C|$ から $|J_C|$ までの直流電流が流れる。 $V = const.$ の場合には

$$J = J_C \sin \left[\left(\frac{2eV}{\hbar} \right) t + \varphi_0 \right] \quad (1.61)$$

となり Josephson 周波数 $f_J = 2eV/h$ で振動する交流電流が流れる。 f_J は $1mV$ の印加電圧で $483.6GHz$ もの高周波数になる。

またそれ以降, 超伝導体の間に金属をはさんだ接合など様々な Josephson 接合が提案されてきたが接合の材料やモデルによらない Josephson 効果の一般的な性質がわかっており以下のようにまとめることができる⁴¹⁾。

1. 超伝導体の位相が 2π 変化しても物理現象は変わらない, すなわち超伝導電流 $J(\varphi)$ は位相差 φ に関して周期 2π の周期関数である:

$$J(\varphi) = J(\varphi + 2\pi)$$

2. 位相の符号の変化は Josephson 電流の符号の変化を引き起こす:

$$J(\varphi) = -J(-\varphi)$$

ただし, この式は時間反転対称性の破れた超伝導体に関しては成り立たない。この効果は異方的超伝導体 Josephson 接合や超伝導体/強磁性体/超伝導体において見られる。

3. Josephson 電流は位相の空間変化があるときのみ流れる。つまり位相差がないとき 0 になる:

$$J(2\pi n) = 0 \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

4. 1, 2 より Josephson 電流は $\varphi = n\pi$ のとき 0 になる:

$$J(\pi n) = 0 \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

以上のことから Josephson 電流 $J(\varphi)$ は一般に Fourier 展開できて以下の形になる.

$$J(\varphi) = \sum_{n \geq 1} \{I_n \sin(n\varphi) + J_n \cos(n\varphi)\} \quad (1.62)$$

J_n は時間反転対称性が破れていないときには 0 になる.

Furusaki-Tsukada の公式

Josephson 効果は超伝導の巨視的量子現象の 1 つとして注目され, その発見以後, 数多くの研究が行なわれてきた. 最大 Josephson 電流の温度依存性については Ambegaokar-Baratoff によって次のように示された⁴²⁾.

$$J_C = \left(\frac{\pi \Delta}{2eR} \right) \tanh \left(\frac{\Delta}{2T} \right) \quad (1.63)$$

ここで R は接合系の抵抗である. Josephson 接合を実現している超伝導体が s 波超伝導体の場合には, この系の Josephson 電流は Furusaki-Tsukada の公式と呼ばれる式で次のように記述できる^{43,44)}.

$$J = \frac{e}{\hbar} \sum_{\mathbf{p}} T \sum_{\omega_n} \frac{\Delta}{\Omega} [a_1 - a_2] \quad (1.64)$$

$$\Omega = \sqrt{\omega_n^2 + |\Delta|^2} \quad (1.65)$$

この公式の特徴は Josephson 電流が 2 つの Andreev 反射係数 a_1 と a_2 によって記述されている点にある. a_1 は電子がペアポテンシャルの壁でホールとして反射される Andreev 反射係数で, その過程で Cooper 対は左から右の超伝導に抜けていく. a_2 はその逆で, ホールがペアポテンシャルの壁で電子として反射される Andreev 反射係数で, その過程で Cooper 対は右から左の超伝導に抜けていく (図 1.26 参照). Furusaki-Tsukada の公式は, それらの差で Josephson 電流を記述できるという非常に有益な公式である. また, コンダクタンスが反射係数の絶対値の 2 乗で表現されていたのに対して Josephson 電流には反射係数そのものが現れていることが重要である. 反射係数の位相を使って超伝導体間で位相情報が伝えられ, Josephson 電流が流れると理解出来る. そればかりでなく, 透過率 T が小さい場合の Ambegaokar-Baratoff の結果, 透過率 T が大きいポイントコンタクトの場合の Kulik-Omel'yanchuk の結果, また間に常伝導体を挟んだ場合の Ishii の結果⁴⁵⁾ をそれぞれ記述することができる. Furusaki-Tsukada の公式は 3 つの理論を包括する理論として認識されている.

異方的超伝導体 Josephson 接合

- d 波 Josephson 接合

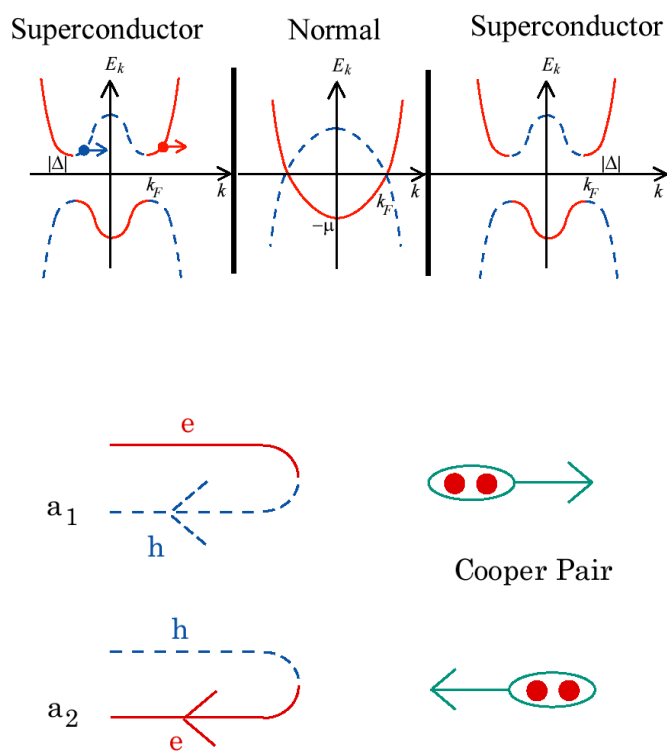


図 1.26 (a)Josephson 接合系での分散関係. (b)Andreev 反射係数 a_1, a_2 に相当する散乱過程.

前述したように、 d 波超伝導体の著しい特徴はエネルギーギャップが Fermi 面上で線状の零点を持つことであり、それは従来の BCS 超伝導体とは異なっている。こうした d 波超伝導体の持つ最も重要な性質は、バルクの状態を終端させることにより現れる準粒子の干渉効果であり、トンネル効果や Josephson 効果に顕著な影響を及ぼす。Tanaka-Kashiwaya は、Furusaki-Tsukada の 1 次元 s 波 (BCS) 超伝導体に対して成功を収めた理論を異方的超伝導体に拡張した⁴⁶⁻⁴⁸⁾。この理論にはこれまでの s 波超伝導体の Josephson 効果の理論が含まれ、

1. 多重 Andreev 反射の効果
2. 入射角に依存する Josephson 電流の符号の変化
3. 界面にミッドギャップ Andreev 共鳴状態 (MARS) が形成される効果

が完全に取り込まれているのが特徴である。彼らを取り扱った d 波超伝導体/絶縁体/ d 波超伝導体接合系を図 1.27 に示す。接合の左右でペアポテンシャルの傾きを変化させたときの Josephson 電流の位相依存性や温度依存性が明らかになった。特に接合が鏡映的な ($\alpha = -\beta$) とき Josephson 電流のは以下で与えられる。

$$R_N I(\varphi) = \frac{\pi \bar{R}_N k_B T}{e} \left\{ \sum_{\omega_n} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} F(\phi, i\omega_n, \varphi) \sin \varphi \sigma_N \cos \phi d\phi \right\}, \quad (1.66)$$

$$F(\phi, i\omega_n, \varphi) = \frac{2\Delta(\phi_+) \Delta(\phi_-)}{[\Omega_{n,+} \Omega_{n,-} + \omega_n^2 + (1 - 2\sigma_N \sin^2 \varphi / 2) \Delta(\phi_+) \Delta(\phi_-)]} \quad (1.67)$$

$$\Delta(\theta_+) = \Delta_0 \cos(2\phi - 2\beta), \quad \Delta(\theta_-) = \Delta_0 \cos(2\phi + 2\beta). \quad (1.68)$$

$$\Omega_{n,\pm} = \text{sgn}(\omega_n) \sqrt{\Delta^2(\phi_{\pm}) + \omega_n^2} \quad (1.69)$$

$$\bar{R}_N^{-1} = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\theta \sigma_N \cos \phi. \quad (1.70)$$

ここで σ_N の定義は前節におけるものと同じである。

この Tanaka-Kashiwaya によって予言された d 波 Josephson 電流の特性を図 1.28 に示す。また彼らの理論で特徴的な非単調な温度依存性は Testa らによって YBCO による dc SQUID を用いて実験的に確認された。

彼らの計算は、自由電子模型に準古典近似を適用した範囲内で行なわれている。準古典近似とは、系の Fermi エネルギー E_F が超伝導ギャップの大きさ Δ よりはるかに大きいとする近似である。ここで超伝導電子対は Fermi エネルギー E_F 近傍の Δ 程度の幅の中にある状態から作られている。したがって、対の半径であるコヒーレンス長 ξ は不確定性原理から

$$\xi \sim \frac{\hbar v_F}{\Delta} \quad (1.71)$$

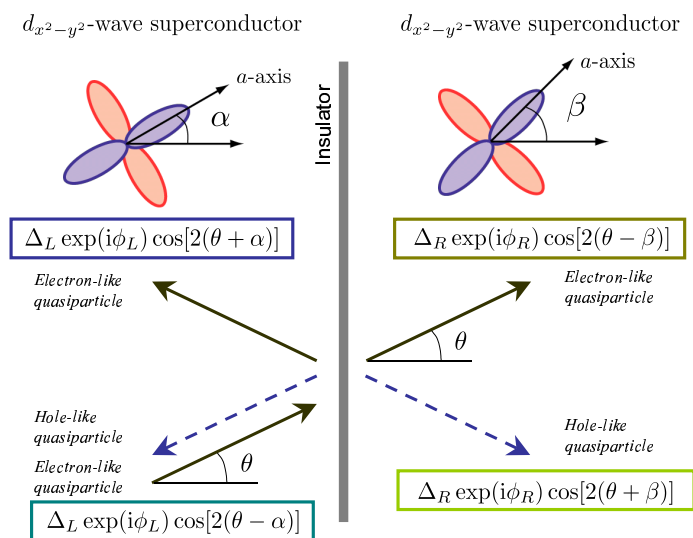


図 1.27 d 波超伝導体/絶縁体/ d 波超伝導体接合系での散乱過程.

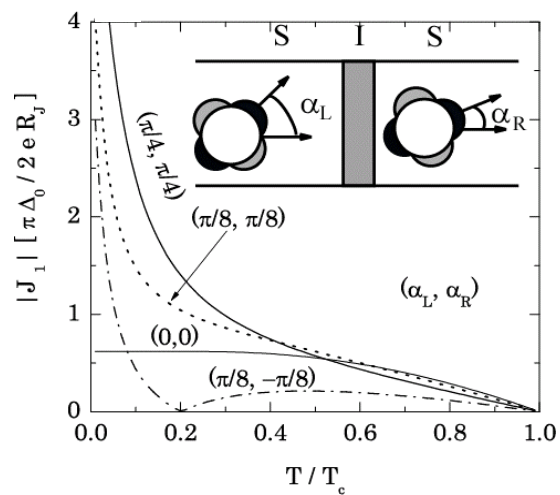


図 1.28 Tanaka-Kashiwaya によって示された d 波最大 Josephson 電流の温度依存性.

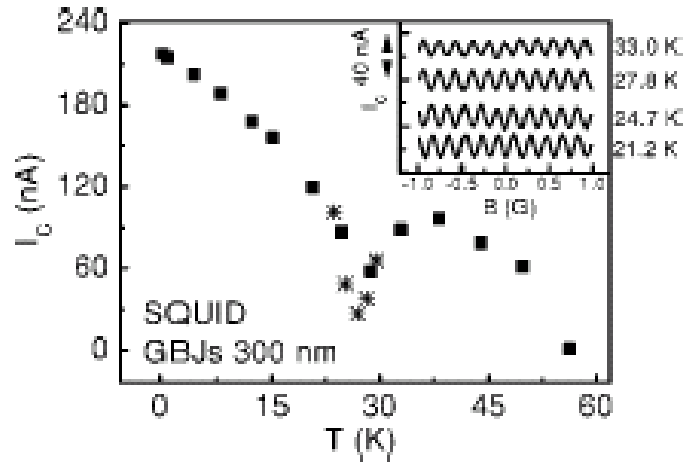


図 1.29 YBCO による dc SQUID を用いた実験⁵³⁾. 最大 Josephson 電流の温度依存性は非単調である.

で与えられる. また電子間の平均距離 d は E_F と

$$d \sim \frac{\hbar v_F}{E_F} \quad (1.72)$$

で関係している. 準古典近似の範囲内では $E_F \gg \Delta$ としているので, $\xi \gg d$ となる. このように Tanaka らの理論計算では準古典近似を適用することで超伝導対のコヒーレンス長が長くなってしまふ. 対のコヒーレンス長が長くなるため, 界面近傍における原子尺度でのポテンシャルの空間依存性を取り扱うことができない. また彼らの接合モデルでは, 接合界面には理想的に乱れがないものとして計算されている. しかし高温超伝導体のコヒーレンス長は $\xi \sim 10\text{\AA}$ 程度である. また実際の高温超伝導体を用いた接合には必ず原子尺度での乱れが存在する. 実際の高温超伝導体のコヒーレンス長は原子尺度での乱れの効果を無視できるほど長くはないと思われる. 彼らの計算の問題点として, これらの微視的な効果が取り扱われていないことが挙げられていたが, Shirai は Tanaka-Kashiwaya の理論は微視的な効果を取り入れても定性的には結果は変わらないことを示している⁴⁹⁾.

また高温超伝導体を用いた Josephson 接合の実験も行われており図 1.30 には超伝導体/絶縁体/超伝導体接合, 図 1.31 では超伝導体/絶縁体/超伝導体接合の例を挙げた⁵²⁾. 高温超伝導体を用いた Josephson 接合の作成方法として最も一般的なものは, 図 1.30 (a) に示すようなバイクリスタル基板を用いる方法である^{50,51)}. ここでバイクリスタル基板とは, 結晶軸の方向が異なる単結晶を貼り合わせた基板のことをいう. この基板の上に銅酸化物高温超伝導体を堆積させると, それぞれの結晶軸にそって薄膜が成長していき, 基板を貼り合わせた境界部分に接合ができあがる. 境界部分の薄膜はエピタキシャル成長しにくいため, この部分のみ結晶が乱れ, グレインバウンダリー接合となる. この方法は, 薄膜を堆積させるだけで自然に接合ができあがり, 非常に簡便に作成可能であり, 再現性も高いのでよ

く用いられる手法である．またグレインバウンダリー間の相対的な角度を操作できる利点がある．

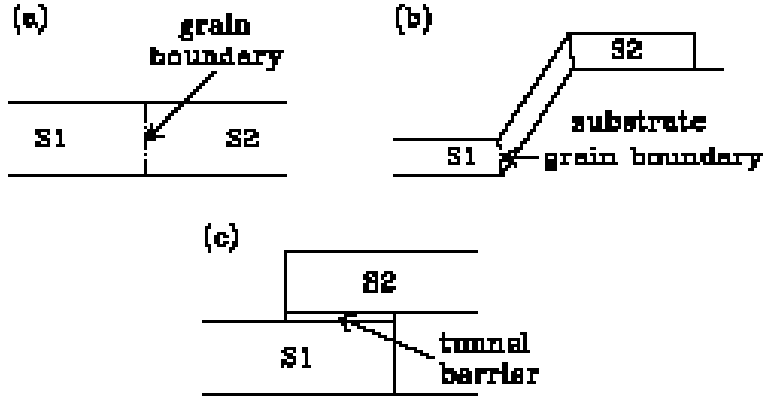


図 1.30 超伝導体/絶縁体/超伝導体接合の模式図⁵²⁾. (a) グレインバウンダリー接合. (b) ステップエッジグレインバウンダリー接合. (c) トンネル接合.

- p 波 Josephson 接合

Sr_2RuO_4 の場合, d ベクトルは

$$\mathbf{d}_{\mathbf{k}} = \Delta_0(\bar{k}_x + i\chi\bar{k}_y)z, \quad (1.73)$$

と記述できる．ここで結晶の c 軸を z 方向に取っており, Cooper 対は ab 面内にスピン自由度を持つことになる. Fermi 面が 3次元波数空間で等方的な場合 (即ち $\bar{k}_x^2 + \bar{k}_y^2 + \bar{k}_z^2 = 1$), $\bar{k}_z = \pm 1$ という波数空間の 2点において, ペアポテンシャルがゼロになるノードが存在するが, 実際には 2次元的な異方性が強く, $(\bar{k}_x^2 + \bar{k}_y^2 \simeq 1)$, k_z 方向には Fermi 面が開いているために Fermi 面上にはノードは無いと考えられている. $\chi = \pm 1$ はカイラリティを決めるパラメータであり, $\chi = 1$ のときに Cooper 対の相対角運動量は c 軸周りに正の値, $\chi = -1$ のときには負の値を持つことになる (図 1.32 (a)). これら 2つのカイラリティの状態は縮退しており, 超伝導体のあるドメインでは $\chi = 1$ の状態が, また別のドメインでは $\chi = -1$ の状態が発生していると考えられる. このようにスピン 3重項の超伝導体を記述するには少々複雑な式が必要になるが, Sr_2RuO_4 において MARS が発生する条件は

$$\mathbf{d}^*_{k_x, k_y} \cdot \mathbf{d}_{-k_x, k_y} < 0, \quad (1.74)$$

となる. この条件は $k_y = 0$, 即ち接合界面に垂直に入射する準粒子のみが満たすことが出来る. 従って Sr_2RuO_4 の場合 MARS は発生してもその共鳴の程度は弱いものになる. し

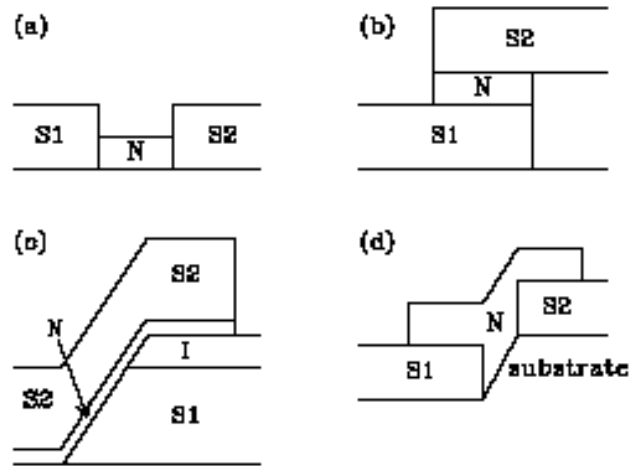


図 1.31 超伝導体/絶縁体/超伝導体接合⁵²⁾. (a) 共面ブリッジ. (b) サンドイッチ接合. (c) エッジ (またはランプ) 接合. (d) ステップエッジマイクロブリッジ.

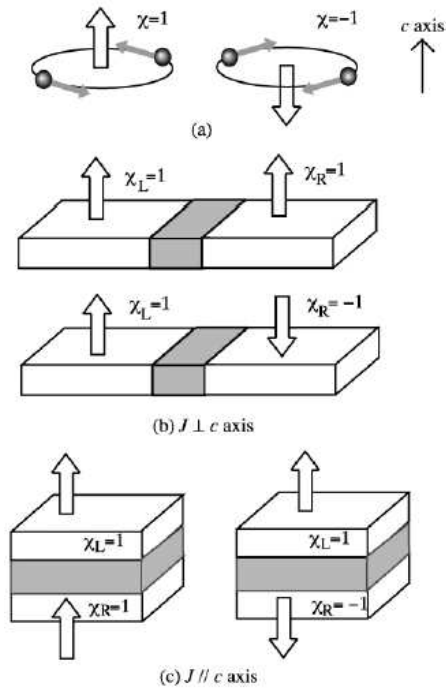


図 1.32 (a) Sr_2RuO_4 の超伝導秩序における 2 つカイラリティ. (b) Josephson 電流が c 軸と垂直, 即ち ab 面内を流れる場合. (c) Josephson 電流が c 軸の方向に流れる場合.

かし、トンネルコンダクタンスの計算にはゼロバイアスピークが現れ²⁷⁻²⁹⁾ またトンネル効果の実験においてもゼロバイアスピークが確認されている。³⁰⁾

この系の Josephson 電流は一般に以下の公式で記述される⁵⁴⁾.

$$J = \frac{e}{2} \sum_{\mathbf{p}} T \sum_{\omega_n} \text{Tr} \left[\frac{\hat{\Delta}_+ \hat{a}_1}{\Omega_+} - \frac{\hat{\Delta}_-^\dagger \hat{a}_2}{\Omega_-} \right], \quad (1.75)$$

$$\hat{\Delta}_\pm = \hat{\Delta}_{\pm k_x, \mathbf{p}}, \quad (1.76)$$

$$\Omega_\pm = \sqrt{\omega_n^2 + |\mathbf{d}_\pm|^2}, \quad (1.77)$$

$\Delta_\pm = \Delta_{(\pm k_x, \mathbf{p})}$, $\mathbf{d}_\pm = \mathbf{d}_{(\pm k_x, \mathbf{p})}$, $\mathbf{p} = (k_y, k_z)$ は接合面内の波数ベクトルである. この公式は 1 次元 s 波超伝導体の場合の Furusaki-Tsukada 公式をスピン 3 重項超伝導体へと拡張させたものになっている.^{54,57)} 公式 (1.75) はユニタリ状態の超伝導体に適用可能な公式である. ノンユニタリ状態の場合にはもう少し複雑なものになる.⁵⁴⁾ この公式の特徴はやはり Josephson 電流が 2 つの Andreev 反射係数 \hat{a}_1 及び \hat{a}_2 によって記述されている点にある.

2 つのスピン 3 重項の超伝導体 Sr_2RuO_4 によって絶縁体をはさんだ接合の Josephson 電流も計算されており⁵⁵⁻⁵⁷⁾, 結果を図 1.33 に示す. 図 1.33(a) には Josephson 電流が ab 面

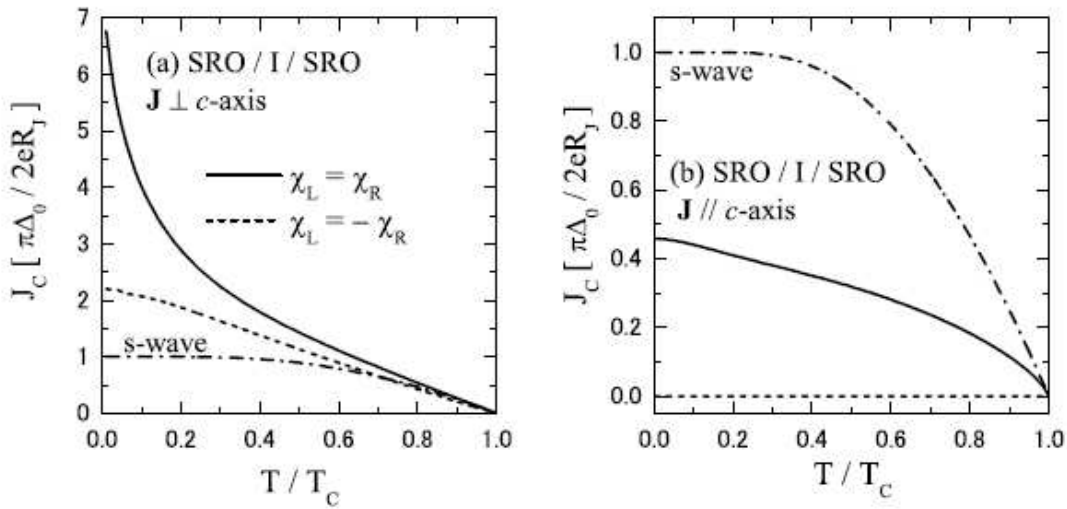


図 1.33 2 つの Sr_2RuO_4 で絶縁体をはさんだ接合を流れる Josephson 電流. (a) は Josephson 電流が c 軸と垂直, 即ち ab 面内を流れる場合. (b) は Josephson 電流が c 軸の方向に流れる場合⁶³⁾.

内を流れている場合 (図 1.32 (b) 参照) を示した. 左右の Sr_2RuO_4 のカイラリティが同じ場合には, 低温において対数的な温度依存性を示す低温異常が見られる. ところが左右の Sr_2RuO_4 のカイラリティが異なる場合, 左右の接合界面に 2 つの MARS が出来ているにもかかわらず, 低温異常は見られない. そもそも MARS は準粒子の干渉効果のため出来る束縛状態で, カイラリティが同じ場合には 2 つの MARS の間で共鳴を強めあうよう

に干渉し、カイラリティが異なる場合には強めあうような干渉が起きないのだと解釈することが出来る。MARS の共鳴が弱くても比較のために載せた s 波の場合に比べて大きな Josephson 電流が流れることになる。しかし、次に議論するように絶縁体を乱れた常伝導体に置き換えると、このようなカイラリティの差が消えてしまう。図 1.33(b) には Josephson 電流が c 軸方向に流れている場合 (図 1.32 (c) 参照) を示した。この場合には MARS ができず、上下の Sr_2RuO_4 のカイラリティが同じ場合にも低温において発散的な振る舞いはない。また、カイラリティが異なる場合には Josephson 電流は流れない事が以前から知られている。^{58,59)} この接合では c 軸まわりの回転対称性が残っており、カイラリティが異なるときに、Josephson 電流が流れないのは上下の超伝導体の Cooper 対の波動関数が直交することに起因する。異方的超伝導体の場合、ペアポテンシャルの符号という自由度の他に、カイラリティという内部自由度が Cooper 対に付随する可能性がある。 Sr_2RuO_4 では 2 つの秩序変数 (p_x と p_y) が存在し、それらに純虚数を乗じて線型結合することによって実現しており、異方的超伝導の普遍的な性質である。このカイラリティという情報がどのような形で物理量に現れるのかは興味深い問題である。 Sr_2RuO_4 同士の Josephson 接合は残念ながらまだ実現していないが、超伝導秩序のカイラリティという情報が観測量に現れる例として重要だと思われる。

乱れの効果

これまで述べてきた Josephson 接合の理論は、系の界面がクリーンな状態で理想的なものであった。しかし実際に完全に乱れない接合を作製するのは不可能で、乱れたポテンシャルが Josephson 電流に与える影響を調べなければならない。たとえば実験における 2 つの高温超伝導体は結晶の粒界によって隔てられており、接合部のポテンシャルはかなり乱雑になっていると予想される。このような接合界面の乱れによって、これまで議論してきた NS 接合のゼロバイアス異常や、Josephson 電流の低温異常は抑制されることが解っている。Asano は、乱れた接合の極限として、拡散伝導領域にあるような常伝導体を異方的超伝導体で挟んだ Josephson 電流を数値的、解析的の両面から計算した⁶¹⁾。その結果を図 1.34 に示す。

線は 1 つひとつの試料についての電流を表し、白丸は実全ての試料に関して統計平均された Josephson 電流を表している。 d 波 (100) 接合 ($d_{x^2-y^2}$ 波接合, $\alpha = 0$) では統計平均された電流は有限な値が残っているが、 d 波 (110) 接合 (d_{xy} 接合, $\alpha = \pi/4$) においては電流は消失してしまっている。一つひとつの試料について見ると、Josephson 電流は有限の値を残しているが、試料によっては電流の符号が逆転してしまっているものもある。その影響は統計揺らぎとして現れるが、 d_{xy} 接合では MARS が存在しているため、揺らぎの度合いは $d_{x^2-y^2}$ 波接合に比べて大きい。 d_{xy} 接合で試料により電流が逆転する原因は常伝導体中のポテンシャルの乱れ方という極めて微視的な情報によって決まっており、あらかじめ予測することはできない。つまり、1 つの試料に対する電流測定結果が普遍的ではなく、全ての試料に共通な性質は見い出すことができないのである。

乱れた常伝導体を挟んだ Sr_2RuO_4 接合 Josephson 電流の温度依存性も解析的に計算されている^{62,63)}。その結果を図 1.35 に示す。この計算の結果により、超伝導体 Sr_2RuO_4 の軌

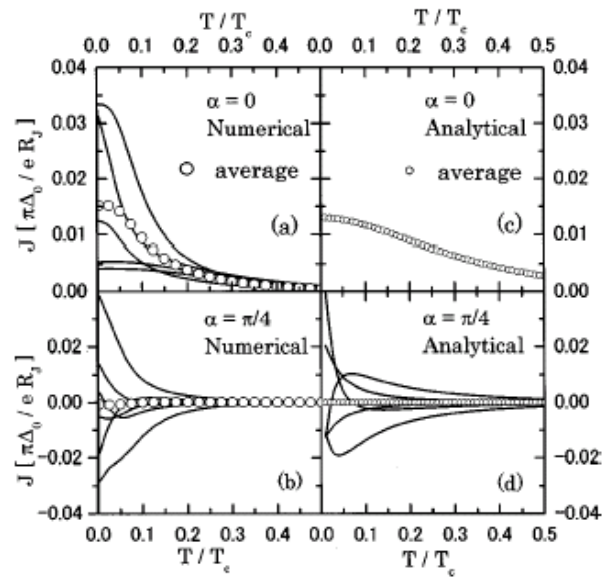


図 1.34 乱れた常伝導体を挟んだ d 波接合 Josephson 電流の温度依存性⁶¹⁾.

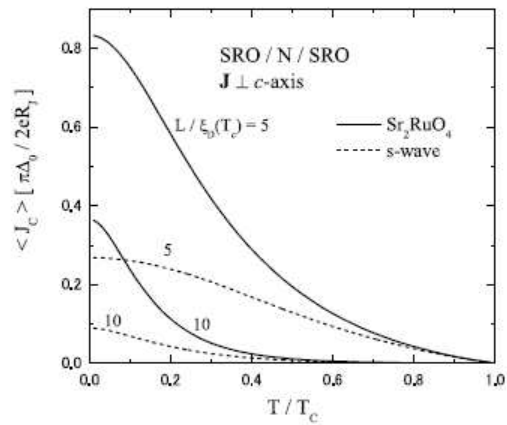


図 1.35 乱れた常伝導体を挟んだ Sr_2RuO_4 接合 Josephson 電流の温度依存性⁶³⁾. Sr_2RuO_4 接合と s 波接合に関して, $L/\xi_D = 5, 10$ で比較した解析的な結果. ここで L は乱れた系の長さで, $\xi_D(T)$ は超伝導コヒーレンス長.

道角運動量 L_z の組み合わせによらない温度依存性を示すことが明らかになっている。

1.3 スピントロニクス

1.3.1 スピントロニクスとは

一般に電子は”電荷”と”スピン”を有していることが知られている。トランジスタの発明以降、エレクトロニクス産業を支えてきた半導体電子デバイスは電子の有する電荷を利用してきた。一方、強磁性の起源はスピンにあり、磁気デバイスはそれを様々な形態で利用してきた。しかしながら、最近まで磁性体の電気伝導が注目されることはあまりなく、半導体に電子スピンの利用されることもなかった。これはスピンを利用しなくても必要とされるデバイス機能を十分に実現できたともいえるが、スピンを利用しようにも電子が伝導する間にスピンが緩和してしまいアップスピン電子とダウンスピン電子を区別して制御することができなかつたからである。

しかし、伝導サイズが伝導電子の平均自由行程よりも十分小さい、いわゆるメゾスコピック系になると伝導中にスピンが保存され、電気伝導現象にスピンの寄与が観測されるようになる。その典型的な例が金属人工格子で発見された GMR(巨大磁気抵抗効果)である⁶⁶⁾。膜厚方向の原子配列が人工的に制御された人工格子では周期が平均自由行程よりも十分短いため、界面でのスピンに依存した電子散乱が電気抵抗に寄与し GMR が発現する。この GMR の発見は以下の点で歴史的に見ても意義のあるものだった。

1. それまでの磁性研究の歴史を見るとその後の研究に大きな影響を与えた新しい物質の発見は合金化あるいは化合物の生成といった手段によって行われてきたが、この効果の発見は異種物質を積み重ねるといった新しい手法によっている。

2. 従来の磁化しやすい磁性体の生成といった磁気プロパーな現象でなく、磁化の向きを変えることにより伝導を制御する磁気抵抗効果についての発見であること。

3. 磁気ヘッドなどに容易に結びつく現象であること。

これらの理由から多くの研究者が GMR の研究をはじめた。そして GMR の発見以降、磁性体の伝導に目が向けられるようになった。GMR 効果は、GMR ヘッドとしてすでに実用化されており⁶⁷⁾、TMR 効果(トンネル磁気抵抗効果)^{68,69)} は、数年後には市場に出回ることが期待されている MRAM(磁気ランダムアクセスメモリー)に応用されようとしている。図 1.36 に TMR の例として Fe/Al₂O₃/Fe 接合での磁気抵抗曲線を示した。抵抗は ±20 Oe での磁場で急激に増加し、±50 Oe で急激に減少している。この抵抗の変化は 2 つの層の磁化が平行のとき抵抗が小さく、反平行のとき抵抗が大きいことを示している。

スピンは磁性を持つため、磁場でスピンを操作できるわけであるが、磁場は高速な制御ができず、また磁場によるスピンの局所的操作は高集積化に向かないため、応用上は磁場を使わないスピン操作が理想的である。磁場のかわりに電場を使うことにすると、スピン軌道相互作用が重要な働きをする。これは相対論的な相互作用で動いている電子から見ると Lorentz 変換で電場は磁場になりスピンの影響を及ぼす。相対論的效果は普通は高速の 2 乗に比例しとても小さいが固体中では結晶の周期性により数桁大きくなる。

そこで、スピンに依存した伝導は、これまで電場によって電荷しか利用してこなかつた

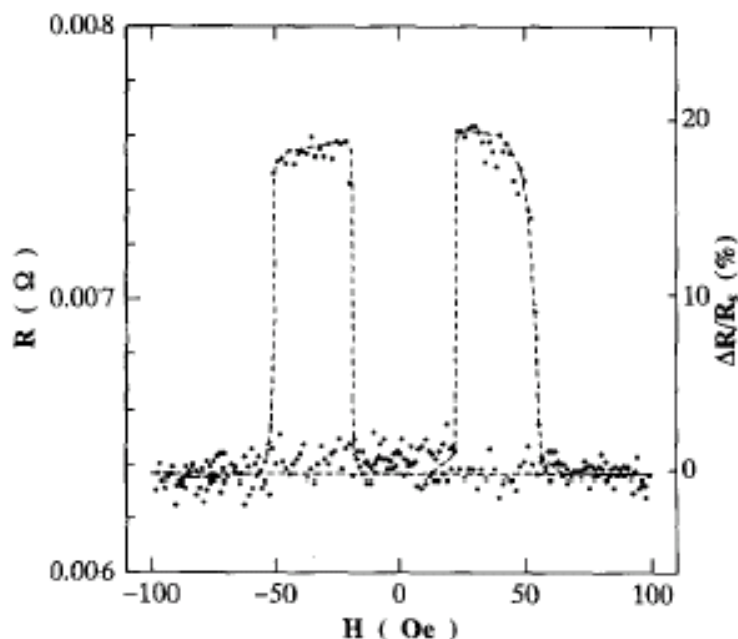


図 1.36 Fe/Al₂O₃/Fe 接合の磁気抵抗曲線⁶⁸⁾.

半導体でも注目されるようになってきた。強磁性体に比べ半導体ではゲート電圧やドーピングなどの技術を使える利点がある。だが、半導体にスピンを利用することは困難であるとされてきた。なぜならば、磁性体と半導体の間には約 1000 倍近い抵抗不整合が存在するため、強磁性体と半導体との接合を用いて半導体にスピンを注入することは不可能であるとされてきたからである⁷⁰⁾。しかし、現在これらの困難はさまざまな方法で解決されてきた⁷¹⁻⁷⁵⁾。例えば近年、強磁性体と半導体の間にトンネルバリアを形成すれば、バリアが一種のスピンフィルターとして機能し強磁性体から半導体へのスピン注入の困難は解決可能であることが理論的に示された⁷⁶⁾。その後、実験的にも室温において強磁性体から半導体へのスピン注入がわずかながら可能であるという報告もなされている⁷⁷⁾。その中でも、半導体ヘテロ接合界面に形成される易動度の高い二次元電子ガスへのスピン注入とその検出が注目を集めている。なぜならば、このような半導体界面に形成される二次元電子ガスに働くスピン軌道相互作用を利用することで、スピンドバイスの一つであるスピン FET(電界効果型トランジスタ)の実現が期待されているからである^{78,79)}。

また、最近、スピンホール効果という現象が注目を浴びている。これは外部磁場をかけるとそれと垂直な方向にスピン流が流れる効果である。このスピン流は電荷の流れを伴わない純粋なスピンの流れで、たとえば上向きと下向きのスピンの逆向きに同量流れるものである。このスピン流はスピンと速度の積であり時間反転について偶なので時間反転の破れてない状況でも誘起される。

この効果が固体中での不純物散乱によって起こることは 1971 年にすでに認識されていた⁸⁰⁾。これは不純物が非磁性でも、スピン軌道相互作用のために散乱される電子のスピン

に依存して散乱の方向性に非対称性が生じるからである。これは、固体中の不純物によって起こるため外因性スピンホール効果と呼ばれる。

これとは対照的に GaAs などの半導体では不純物によらずにこのスピンホール効果が起こるといふ 2 つの理論が 2003 年に独立に発表された。一方はバルクの p 形半導体⁸¹⁾で、他方はヘテロ構造 2 次元 n 形半導体について⁸²⁾である。これは内因性スピンホール効果とよばれている。この内因性スピンホール効果は一般に観測できる程度に大きいことから注目された。その後の理論的研究で比較的クリーンな半導体でも不純物効果が無視できないことがわかった。ヘテロ構造 2 次元 n 形半導体では内因性スピンホール効果は不純物の効果と相殺して 0 になる。他方で p 形半導体での内因性スピンホール効果は不純物の影響をあまり受けない。つまり、n 形と p 形とでは p 形のほうがスピンホール効果はかなり大きい。これは p 形の方がスピン軌道相互作用が大きいことに対応している。また、n 形と p 形それぞれについて実験が行われ実際にスピンホール効果が観測されている。n 型に関する実験では薄い n 型半導体試料に電場を加えて、試料の各点での試料面に垂直な磁化をカー効果によって測定した。これにより試料の両方の端に沿ってスピンの蓄積していることが明らかになった (図 1.37)⁸³⁾。これはスピンホール効果で生じたスピン流が試料端にぶつかり、蓄積したものと考えられる。p 型に関する実験では p 型半導体でのスピンホール効果をスピン発光ダイオード (LED) の構造を作って測定した。p 型半導体に電場を加えてスピンホール効果でホールのスピン流を発生し、それと n 型半導体からの電子とを再結合させて、ホールのスピン分極を円偏光として観測するという機構であり、実際 1% 程度の円偏光が観測された (図 1.38)⁸⁴⁾。また最近の発展として絶縁体であってもスピンホール効果が起こるといふ理論的予測があり、やはり注目を集めている⁸⁵⁾。

以上のように電子のもつ”電荷”と”スピン”を制御し新しいエレクトロニクスを創造しようという研究領域をスピントロニクスと呼んでいる (図 1.39 参照)。スピントロニクスではスピン、伝導、光がキーワードになる。この分野は現在発展期にあり、金属や半導体を含め多岐にわたり非常に活発な研究が行われている^{86,87)}。今のところ材料を中心とした基礎的研究の色が濃い。新機能発現の鍵を担うとともに、新しい画期的デバイスを産み出す可能性を秘めている⁸⁸⁻⁹⁰⁾。以下でスピントロニクスの例として 2 次元電子ガスと強磁性体超伝導体接合、またスピンの依存した伝導に影響を及ぼす磁性不純物について述べる。

1.3.2 2 次元電子ガス

二次元電子系は、1960年代に Si を用いて MOSFET (MOS 型電界効果トランジスタ) が作られることによって実現した*。現在では、半導体ヘテロ接合 (AlGaAs/GaAs, InGaAs/InAlAs 等) においても実現されている。ここでは MOSFET において実現される二次元電子ガスについて述べたあと、半導体ヘテロ接合についてもそれが実現されることについて述べる。

まず、SiMOS における二次元電子系は、三次元の半導体である Si、絶縁体である SiO₂ と金属を用いて実現される。Si-MOSFET は p 型の Si, SiO₂ と金属から図 1.40 に示すよう

*このトランジスタを工業的に改良していく過程で、そこで実現されている二次元電子系の質は高められていった。このことより応用的な研究のみならず基礎的な物理の研究対象としての二次元電子系が注目されるようになった。二次元電子系はメゾスコピック系の舞台として活発な研究がなされている。

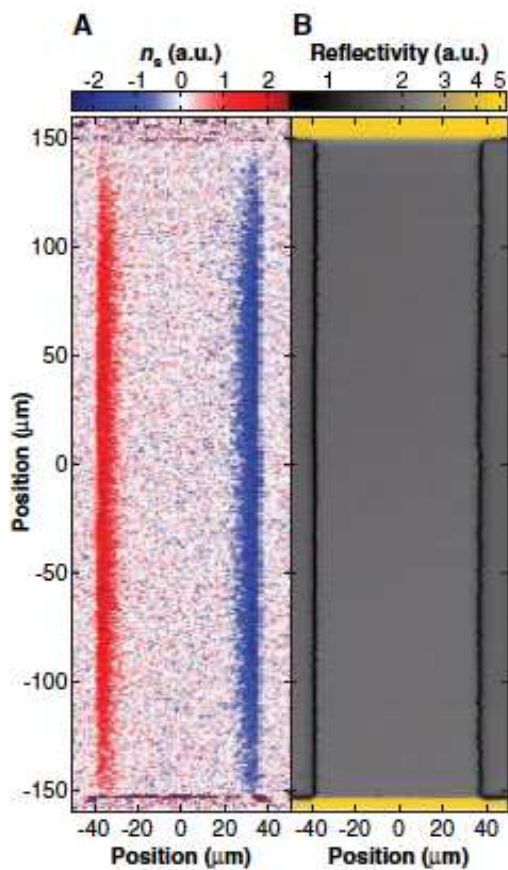


図 1.37 スピン偏極密度の測定⁸³⁾. A はスピンの偏極密度で青は紙面に垂直な向き, 赤はそれと反対の向きを表している. B は比較のためのもので, 試料の反射率が一樣であることを示している. 濃い縦線は試料の両端を表している.

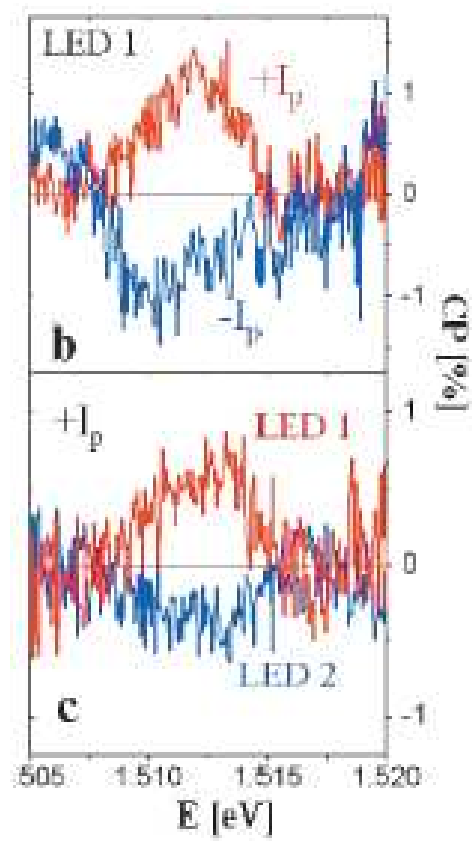


図 1.38 LED の実験で電子とスピン偏極したホールとの再結合で生じた光.⁸⁴⁾ 円偏光の向きは、b 外部電場の向きや c どちらの試料端からの発光か、によって向きが変わる。

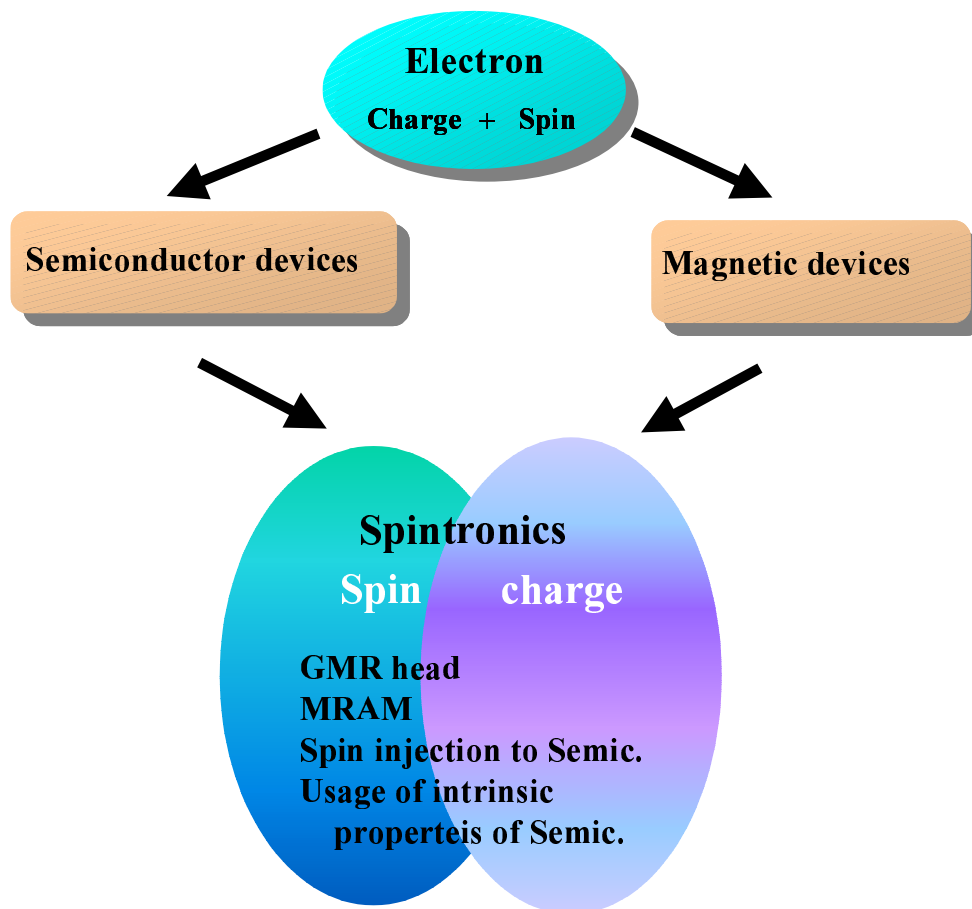


図 1.39 スピントロニクスに関する現象およびデバイスの概念図

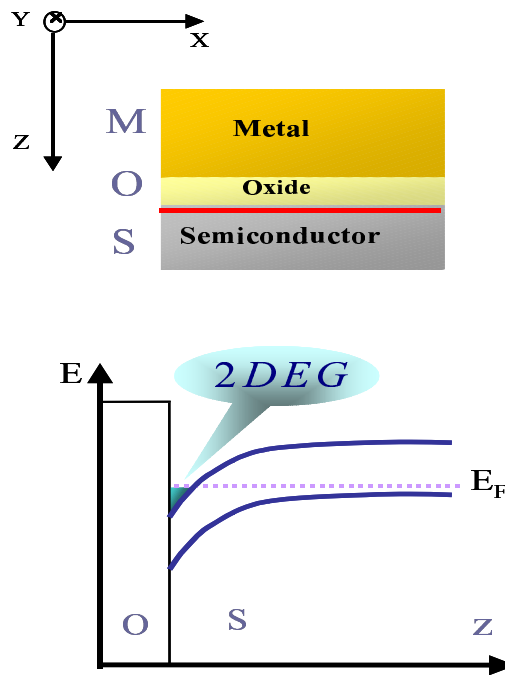


図 1.40 SiMOS の概念図

な構造を作ることによって実現される*。

一般に、半導体ヘテロ接合界面に形成される量子井戸は、構造対称性が崩れたポテンシャル勾配を持つ量子井戸であるということが知られている。したがって、半導体ヘテロ接合界面に閉じ込められた電荷は不均一に空間分布することによって、二次元電子ガス平面に対して垂直方向へ自発的に電場が誘起される(図.1.40 参照)。半導体ヘテロ接合界面に閉じ込められた二次元系の電子は易動度が高いため、電場が加わった二次元面内を高速度で運動できる[†]。このような系では、相対論的な補正項として Dirac 方程式より導かれるスピン軌道相互作用 H_{SO} が無視できなくなる⁹¹⁾ (Appendix 参照) :

$$H_{SO} = \mu_B \boldsymbol{\sigma} \cdot \left(\frac{-i\hbar \mathbf{E} \times \nabla}{2mc^2} \right). \quad (1.78)$$

\mathbf{E} は界面に掛かる電場、 c は光速、 m は電子の有効質量、 $\mu_B = e\hbar/2m$ はボーア磁子、 $\boldsymbol{\sigma}$ は Pauli 行列をあらわす。スピン軌道相互作用は半導体中を運動する電子の有効質量に反比例する。半導体中では一般に電子の有効質量は小さくなり、有効質量の小さい半導体ほど狭ギャップ半導体になる。したがって、有効質量の小さな狭ギャップ半導体であるほどスピン軌道相互作用は強くなる[‡]。ある外部磁場中に置かれた電子のエネルギーがゼーマン項

*MOS 型と呼ぶのは三層構造を形成する金属 (metal) の M, 酸化物 (oxide) の O, 半導体 (semiconductor) の S の頭文字をとることによって。

[†]InGaAs/InAlAs 界面に閉じ込められた電子の Fermi 速度は $v_F \sim 10^7$ [cm/sec] 程度である。⁹²⁾

[‡]スピン軌道相互作用は GaAs/AlGaAs 系では小さく、InAs 系、InSb 系と狭ギャップになるにつれて無視できなくなる。

$\mu_B \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{B}$, (\mathbf{B} は外部磁場.) であたえられることを考慮すれば, (1.78) 式の括弧内はあたかも有効的に働く磁場であると解釈することができる*.

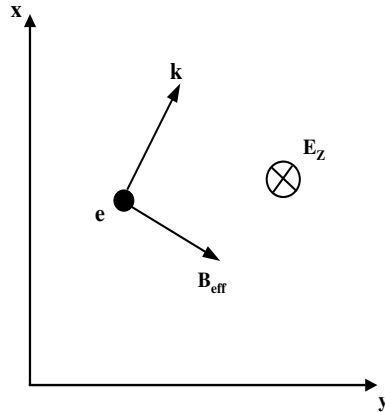


図 1.41 二次元電子ガス平面における電子の運動方向, 有効磁場の方向, 電場の方向関係

一般に電子はスピンの伴う磁気モーメントを持つため, 外部磁場によりスピンの縮退が解けることが知られている. しかしながら, 外部磁場のない場合でも, 電子は強い電場中を高速度で運動すればあたかも磁場を感じるように振舞うことができる. この有効磁場は電子の運動方向に対して, 常に垂直な方向へかかる (図.1.41, Appendix 参照). つまり, この有効的に働く磁場は波数ベクトル \mathbf{k} に依存するということが外部磁場と根本的に異なる性質である.

また, スピン軌道相互作用を含む半導体ヘテロ接合界面に形成される二次元電子系をあらわすハミルトニアン $H_0 = H + H_{SO}$ は, 電子の運動をあらわす項 H , スピン軌道相互作用をあらわす項 H_{SO} より, 以下のハミルトニアンでモデル化されることが知られている:

$$H_0 = \begin{bmatrix} \frac{\hbar^2 k^2}{2m} & i\langle \alpha E_z \rangle k_- \\ -i\langle \alpha E_z \rangle k_+ & \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \end{bmatrix}. \quad (1.79)$$

ただし, xy 平面を電子が運動できる二次元平面とし, それに垂直な方向を z 軸と定め, $k_{\pm} = k_x \pm ik_y$, $\alpha = -\mu_B \hbar / 2mc^2$ と定義する. この (1.79) 式は, 一般に Rashba ハミルトニアンと呼ばれている^{93,94}. (1.79) 式において, 非対角要素がスピン軌道相互作用にあたる. $\langle \alpha E_z \rangle$ は界面に掛かる電場の期待値をあらわしており, スピン軌道相互作用の強さを決定するパラメータである. このパラメータは実験的に決定される. Rashba ハミルトニアンの固有状態は以下のようにあたえられる (Appendix 参照):

*InGaAs/InAlAs ヘテロ界面に掛かる電場と, 電子の Fermi 速度より有効磁場は数 Gauss 程度と見積もることができる⁷⁹).

$$\phi_{\mathbf{k}s}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{2L^2}} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \begin{bmatrix} i s \frac{k_x}{k} \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (1.80)$$

ただし, $s = \pm$, $k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$, L^2 は 2 次元電子ガスの面積である.

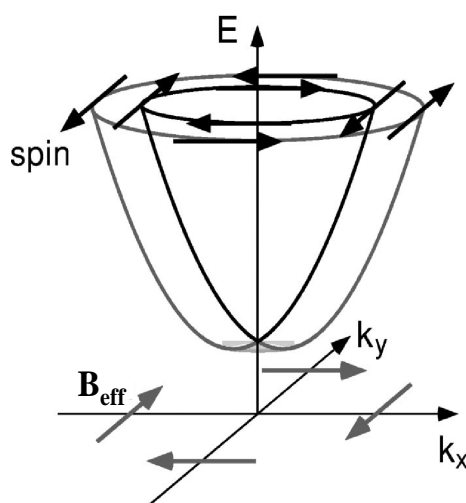


図 1.42 Rashba 分裂したエネルギー分散関係. 内側 (黒): E_{k+} , 外側 (灰色): E_{k-} であり, 黒矢印: $E_{k\pm}$ に対する固有スピン, 灰色矢印: 有効磁場の方向をあらわす. ただし, この固有スピンはハミルトニアン H_0 の固有状態 (1.80) 式の線形結合である.

(1.79) 式を対角化すると, エネルギー分散関係は以下ようになる (Appendix 参照):

$$E_{\mathbf{k}s} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + s(\alpha E_z)k. \quad (1.81)$$

ただし, $s = \pm$, $k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$ である. 注意すべきことは, もとの電子スピンの固有状態として良い量子数になっていないことである. Rashba スピン軌道相互作用が働く 2 次元電子ガスのエネルギー分散関係は図.1.42 に示すように電子が有効的な磁場を感じるによりエネルギー分散関係がシフトする. 二次元平面に対し垂直な方向へかかる電場が強くなればなるほど, 大きく Rashba 分裂することがわかる. そして, Fermi 面 $E_{k_F\pm}$ 上を回転する固有スピンのアップとダウンの波数がそれぞれ異なる. 重要なことは, ヘテロ界面にかかる電場が存在すると, 外部磁場がない場合でもスピン分離が起きていることである. この電場を外から制御することができれば, スピン軌道相互作用の強さが制御可能になる.

1.3.3 強磁性体/超伝導体接合系

強磁性体/超伝導体接合は電子の電荷、スピン、位相の 3 つの自由度が重要な役割を果たす系として近年注目を集めている⁹⁵⁾。強磁性体/超伝導体接合に関する研究は大きく 2 つに分けられる。すなわち強磁性体のスピン分極率を調べる研究と、近接効果を調べる研究である。前者では強磁性体の交換場 (exchange field) は Fermi エネルギーと同じ位のオーダーの時、後者では交換場は Fermi エネルギーに比べて十分小さい時に興味がある。なぜなら交換場が大きいときは強磁性体中に誘起された Cooper 対はすぐに壊れてしまうからである。

まずスピン分極率の決定について述べる。Andreev 反射の過程で入射電子と反対向きのスピンを持つ電子とらえられ Cooper 対が超伝導体側に生成する。強磁性体中では一方のスピンを持つ電子の数が少ないため、スピン分極率の大きい強磁性体/超伝導体接合ではこの Andreev 反射は強く抑制され、このことが接合系のコンダクタンスに大きな影響をあたえる⁹⁶⁾。具体的には強磁性体/超伝導体接合に BTK 理論を応用し、コンダクタンスを計算する。このときスピン分極率はパラメータになっている。強磁性体のスピン分極率は一般に決定するのが難しいのであるが、この計算結果と実験結果を比較することでスピン分極率を見積もることができる⁹⁷⁻⁹⁹⁾。図 1.43 に Soulen らによる実験の結果を示した⁹⁹⁾。A は常伝導体/超伝導体接合における Andreev 反射の過程をしめしている。このとき Andreev 反射は抑制されていない。対応する実験結果が B であり Cu/Nb 接合における微分コンダクタンスは Andreev 反射によって低電圧で大きな値をとっている。一方、C は強磁性体/超伝導体接合における Andreev 反射の過程をしめしている。分極率が 100 % のとき Fermi エネルギーに minority スピンは存在しないので Andreev 反射は完全に抑制される。対応する実験結果が D で CrO₂/Nb における微分コンダクタンスは Andreev 反射の抑制によって低電圧で強く抑制されている。

次に強磁性体/超伝導体接合における近接効果について述べる。磁性とシングレット超伝導はその性質から両立しない。交換場は Cooper 対のスピンを同じ向きに揃えようとするからである。この効果は常磁性効果とよばれる¹⁰⁰⁾。Anderson と Suhl は超伝導体中では強磁性的秩序は起こりにくいことをしめし、非一様な磁気秩序が現れることを予言した¹⁰¹⁾。彼らはそれを *cryptoferromagnet* とよんだ。超伝導体のコヒーレンス長にわたって平均すると交換場は 0 になるので反強磁性と超伝導は共存しやすく、希土類元素を含むいくつかの物質で実現していると言われている¹⁰²⁾。強磁性と超伝導の共存は最近になって UGe₂¹⁰³⁾ と URhGe¹⁰⁴⁾ で実現されていることが発見された。これらの物質では強磁性と超伝導を共存させるためトリプレット超伝導状態になっている。

バルクの物質での強磁性と超伝導の共存はかなり難しいが、強磁性体/超伝導体接合では比較的容易にかつ人工的に実現できる。近接効果により Cooper 対は強磁性体中に侵入しそこに超伝導を誘起する。これによって交換場のもとでの超伝導の性質を調べることができる。また、強磁性体と超伝導体の層の厚さを変えることで 2 つの競合する秩序の強さを相対的に変えられるので、実験的に調整可能な方法で磁性と超伝導の相互関係を調べることができる。この状況下での超伝導は特殊な性質を持っている。

1964 年 Fulde-Ferrel¹⁰⁵⁾ と Larkin-Ovchinnikov¹⁰⁶⁾ (FFLO) はそれぞれ独立に、低温で

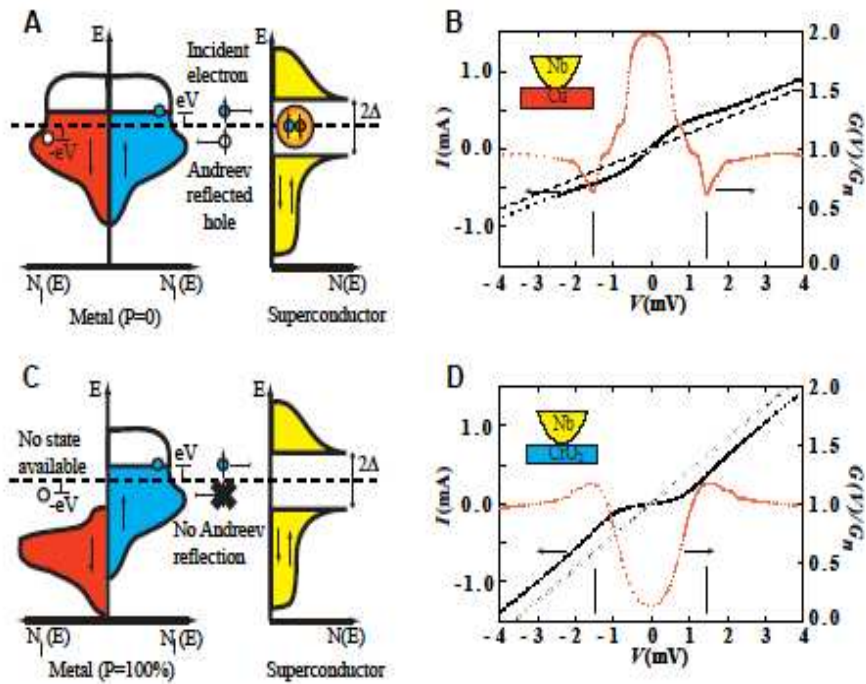


図 1.43 常伝導体/超伝導体接合（上図），強磁性体/超伝導体接合（下図）でのコンダクタンス⁹⁹⁾。

強磁性的な超伝導体中では超伝導状態は非一様になっていることを予言した。CeCoIn₅ で FFLO 状態の存在を示唆する実験¹⁰⁷⁾ はあるものの，磁性と超伝導の相性の悪さからこの予言を実験的に確かめるのは容易ではない。実際， h を交換場とするとこれはエネルギーギャップ Δ よりも大きいのが普通であるが， s -波超伝導体では $h < 0.754\Delta$ ^{105,106)}， d -波超伝導体では $h < 0.754\Delta$ ¹⁰⁸⁾ が満たされるときのみ FFLO 状態が存在できることが示されている。一方，強磁性体/超伝導体接合ではこの非一様な超伝導状態に類似のものが現れる。

強磁性体中では交換場によりアップスピンとダウンスピンの運動量の大きさに違いが現れる。そのために強磁性体中に誘起された Cooper 対は重心運動量を持ち，超伝導体中での波動関数 Ψ に重心運動量からの寄与が加わり波動関数は Ψe^{i2Qx} となる（図 1.44 参照）。ここで Q は Cooper 対の重心運動量で $Q \sim v_F/E_F$ で与えられ， v_F ， E_F はそれぞれ Fermi 速度、Fermi エネルギーである。アップスピンとダウンスピンを入れ替えた Cooper 対も存在し，波動関数は同様にして Ψe^{-i2Qx} となる。これら 2 つの波動関数をたしあわせることで最終的な波動関数は $\Psi \cos(2Qx)$ となり空間的に振動することがわかる¹⁰⁹⁾。

このペア振幅の空間的振動が通常の近接効果とは異なる新奇な現象を引き起こすことが最近になってわかってきた。Kontos ら¹¹¹⁾ は強磁性体/超伝導体 (PdNi/Nb) 接合における強磁性体中の状態密度を測定した（図 1.45 参照）。彼らはペア振幅の符号が変化しない 0 状態とよばれる時には状態密度は通常のギャップ的な構造を持っていたのに対し，ペア振幅の符号が変化する π 状態とよばれる時には状態密度はゼロエネルギーにピークを持つこ

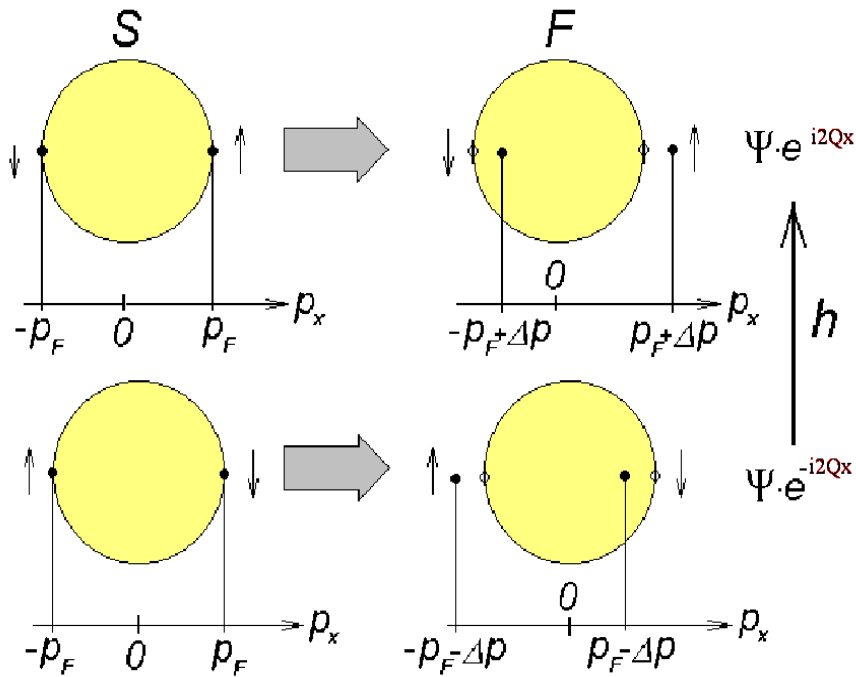


図 1.44 強磁性体 (F) /超伝導体 (S) 接合での交換場のもとでの Cooper 対。F 中で重心運動量を持つ¹⁰⁹⁾。

とを発見した。この状態密度のゼロエネルギーピークは常伝導体/超伝導体接合では決して現れることのないものである。

また、Josephson 接合にも興味深い現象があらわれる。超伝導体/強磁性体/超伝導体接合において Cooper 対の振幅の空間的振動の波長の半分が強磁性体の長さに等しいとき強磁性体の両端でペア振幅の符号が変わり、これは超伝導体/常伝導体/超伝導体接合でのペア振幅にくらべ位相が π ずれたことになるので π 接合と呼ばれる (図 1.46 参照)。これを反映して超伝導体/強磁性体/超伝導体接合での Josephson 電流は符号を変える。このことは約 30 年前に Bulaevskii らによって予言されていたが¹¹⁰⁾、最近になって Ryazanov らによって実験的に確認された¹¹²⁾。図 1.47 に実験図と臨界電流の温度依存性 (a) を示した。Nb/CuNi/Nb 接合が用いられ強磁性体の長さ $d_F = 27\text{nm}$ のとき π 接合が現れることがわかった。また (b) に示したようにこの結果は準古典 Green 関数法によって理論的に説明された。

ここで現れた π 接合は次のような説明が可能である¹¹²⁾。後述する Usadel 方程式を線形化したものの解 (ペア振幅) は松原振動数を $\omega = \pi T$ としたとき

$$\Psi \propto e^{-x/\xi_F} \equiv e^{-x/\xi_{F1} - x/\xi_{F2}} \quad (1.82)$$

$$\xi_F = \left[\frac{D_F}{2(\pi k_B T + iE_{ex})} \right]^{1/2} \quad (1.83)$$

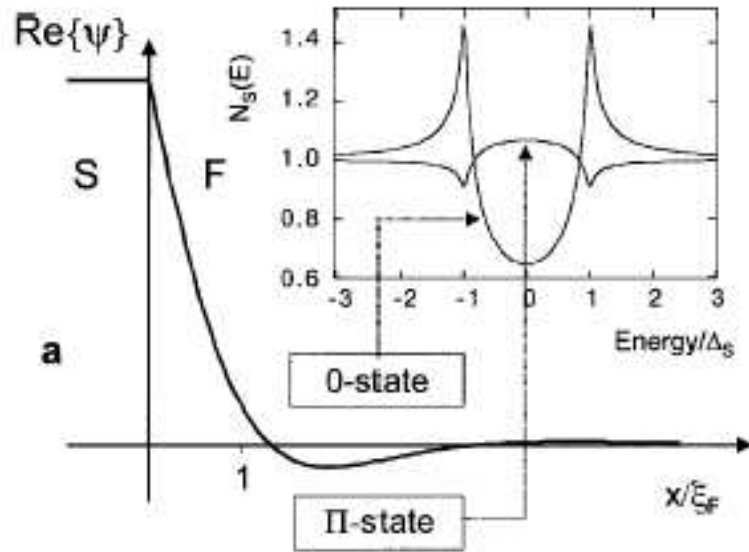


図 1.45 Cooper 対の振幅の空間的振動. 挿入図: 強磁性体/超伝導体 (F/S) 接合における強磁性体中の状態密度¹¹¹⁾.

$$\xi_{F1,2} = \left[\frac{D_F}{[(\pi k_B T)^2 + E_{ex}^2]^{1/2} \pm \pi k_B T} \right]^{1/2} \quad (1.84)$$

とかける. ここで D_F と E_{ex} はそれぞれ強磁性体の拡散定数と交換場である. 複素数のコヒーレンス長 ξ_F によりペア振幅は ξ_{F2} の周期で振動し ξ_{F1} のスケールで減衰することがわかる. $E_{ex} \sim T$ のとき温度の減少とともに ξ_{F1} は増加し ξ_{F2} は減少する. その結果, 温度変化により振動の周期が変わり強磁性体のある点でのペア振幅の位相を 0 から π に変えることができる.

ここまでは強磁性体/超伝導体接合における近接効果では強磁性体の磁化が一様な場合を想定してきた. 実際の強磁性体は一般にはドメイン構造をもっている. このような非一様な強磁性体/超伝導体接合では超伝導体がシングレットであるにもかかわらず, 強磁性体側に松原振動数の関数として奇関数であるトリプレット超伝導が誘起されるということが最近予言された¹¹⁵⁾.

これに関連した実験として Giroud¹¹³⁾ らや Petrashov ら¹¹⁴⁾ による実験があげられる. 彼らの実験では超伝導体に接合した強磁性体の抵抗が予想以上に減少することが発見された. 実験ではそれぞれ Ni, Co という強い強磁性体を用いている. 強磁性体による超伝導の破壊ではこの抵抗は少ししか変化しないはずである. しかし, 抵抗の減少は 10% ほどあり近接効果が長距離にわたっていると考えなければ説明できない. ここでトリプレット超伝導ならばこのような強い交換場の下でも, まるで常伝導体中にしみこんでいくかのように Cooper 対は強磁性体中を長距離にわたってしみこんでいくことができる (図 1.48 参照). よってこれらの実験はこの特殊なトリプレット Cooper 対の存在を示唆しているといえる.

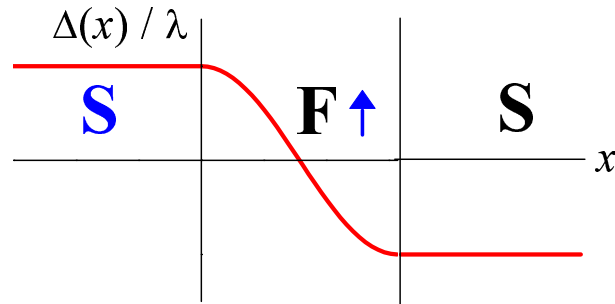


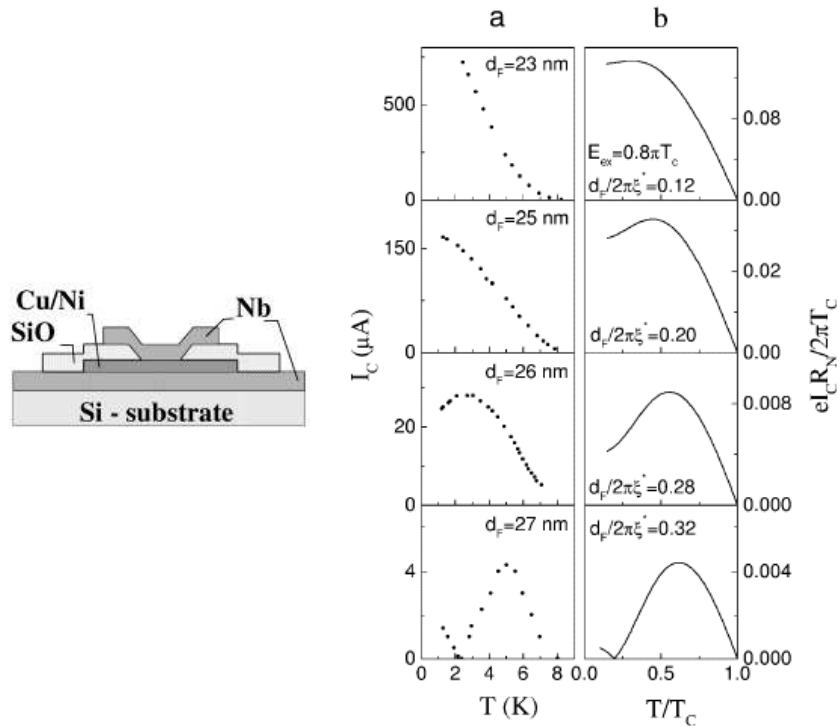
図 1.46 超伝導体/強磁性体/超伝導体接合において Cooper 対の振幅の空間変化. 波長の半分が強磁性体の長さに等しいとき強磁性体の両端でペア振幅の符号が変わる.

1.3.4 磁性不純物

磁性不純物に散乱された電子はスピンの反転したり、しななかったりする。多くの場合、前者の寄与は後者よりも十分小さい。しかし、スピン反転散乱の効果が無視できないどころか結果を定性的に変えてしまうことがある。ここでは金属中に磁性不純物がある場合と超伝導体中にある場合とどのような影響があるか見ることにする。

金属中に磁性不純物があるとき、それは単にスピンを緩和するだけでなく近藤効果という電気抵抗が極小を示す現象が起こることが知られている。代表的な例は貴金属あるいは 2 価金属に少量の 3 d 遷移金属を含む場合である。これらの合金の電気抵抗は温度を下げるとともに減少するが、10K 辺りから増大に転じることがある。最初にこの問題を実験的に明確にしたのは Sarachik である¹¹⁶⁾。2 種類の 4 d 遷移金属を混ぜて合金を作るとき、混合比を変えると原子価数を連続的に変えることができる。これに鉄を原子比で 1% 混ぜたものは母体の原子価数によって鉄がスピンを持つ場合と持たない場合がある。Sarachik はこの合金の電気抵抗を測って鉄がスピンを持つときに限って電気抵抗極小が起こることを見つけた (図 1.49 参照)。これが近藤効果と呼ばれるもので 1964 年に近藤淳によって理論的に明らかにされた¹¹⁷⁾。近藤の理論では s-d Hamiltonian が用いられ散乱を第 2 Born 近似で扱うことにより電気抵抗に $\log T$ に比例する項が現れ、低温で電気抵抗が増大することが示された。

この近藤効果の発見以後、近藤効果は磁性不純物の電子と金属の伝導電子がスピン 1 重項を形成して、低温において磁性不純物のスピンの消失する現象だという理解が確立した。一方、超伝導状態では伝導電子は Cooper 対を形成し Bose 凝縮しているの超伝導体と相互作用している磁気モーメントは互いに競合する。また、磁気モーメントの消失は、金属が Fermi 面近傍に低いエネルギーの励起を十分に持っているために起こる現象である。超伝導状態では金属の Fermi 面近傍の電子状態は Cooper 対の形成により強く抑制されるので超伝導は近藤効果に大きな影響を与える。同時に磁性不純物はスピンを持つので超伝導体の Cooper 対を破壊する。よって、近藤効果は超伝導に大きな影響を与える。具体的に s 波超伝導体に磁性不純物が含まれる場合を考える。超伝導状態は上向きスピンと下向きスピンの電子対が形成し Bose 凝縮しているの、磁性不純物はその磁気モーメントの向き

図 1.47 π 接合の実験¹¹²⁾.

に応じて Cooper 対を構成する 2 つの電子に異なる影響を与えるため Cooper 対を壊す働きをする。このために超伝導体に磁性不純物を混ぜるとその転移温度は微量な磁性不純物によって急激に低下する。一方、非磁性不純物の場合は超伝導への影響は小さい。この磁性不純物の影響は Abrikosov と Gor'kov が最初に解明した¹¹⁸⁾。彼らは磁性不純物と電子の向きに依存する s-d 交換相互作用 J による電子の散乱に対して最低次の第 1 Born 近似を適用し、さらに有限濃度の不純物の平均的な効果を取り入れた。

しかし、近藤理論は J の高次の項の影響を取り入れる必要性を示しており Abrikosov-Gor'kov 理論は再考が必要になった。この問題に多くの理論家が取り組んだが、すべての近藤温度 T_K (正確には T_K/Δ) における超伝導体中の近藤効果の理論の構築は容易ではなく、1970 年代はじめに Willson,¹¹⁹⁾ Nozieres,¹²⁰⁾ Yamada,¹²¹⁾ Yoshida¹²²⁾ らによって金属中の近藤効果の完全な理論が出来上がって初めて可能になった。ここで近藤温度とは金属中におかれた磁気モーメントの消失を特徴づける温度のことである。

先に述べたように磁性不純物は超伝導体の Cooper 対を壊す。その破壊の程度は超伝導転移温度 T_C が不純物の濃度に比例して低下するところに現れる。近藤効果はこの T_C の減少における不純物濃度への特異な依存性を引き起こす。図 1.50 に超伝導合金 $(\text{La, Ce})\text{Al}_2$ における T_C の不純物 Ce の濃度依存性をしめした¹²³⁾。Abrikosov-Gor'kov 理論から明らかにしているが、これは次のように近藤効果の影響でおきていると考えられる。 T_C が近藤温度 T_K より十分高いとする。不純物濃度が下がると T_C は下がるが T_K に近づくほど T_C の降下は急になり T_C の不純物濃度依存性は Abrikosov-Gor'kov 理論から明らかにずれ

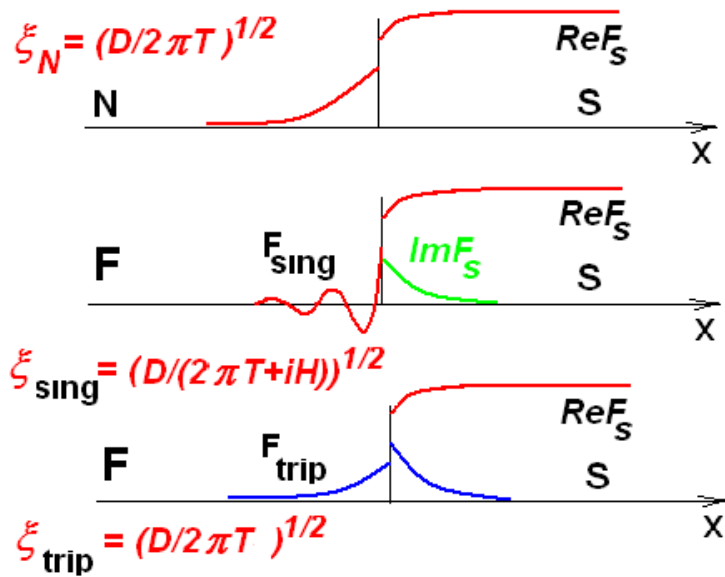


図 1.48 常伝導体/超伝導体接合における近接効果（上図）．強磁性体/超伝導体接合におけるシングレット Cooper 対の近接効果（中図）とトリプレット Cooper 対の近接効果（下図）．強磁性体/超伝導体接合におけるトリプレット Cooper 対は常伝導体/超伝導体接合におけるシングレット Cooper 対のようしみこんでいく．

てくる．不純物濃度が 0.6 から 0.67 の範囲では高温から温度を下げてくるとある温度で超伝導になりさらに低い温度で再び超伝導に戻る．よって転移点が 2 つ存在することになる．さらに温度が低くなると近藤効果によってスピンの消失から不純物の超伝導を壊す力は弱まり，もう一度超伝導になるということが予想される．しかし，この第 3 の転移点に存在についてははっきりしていない．

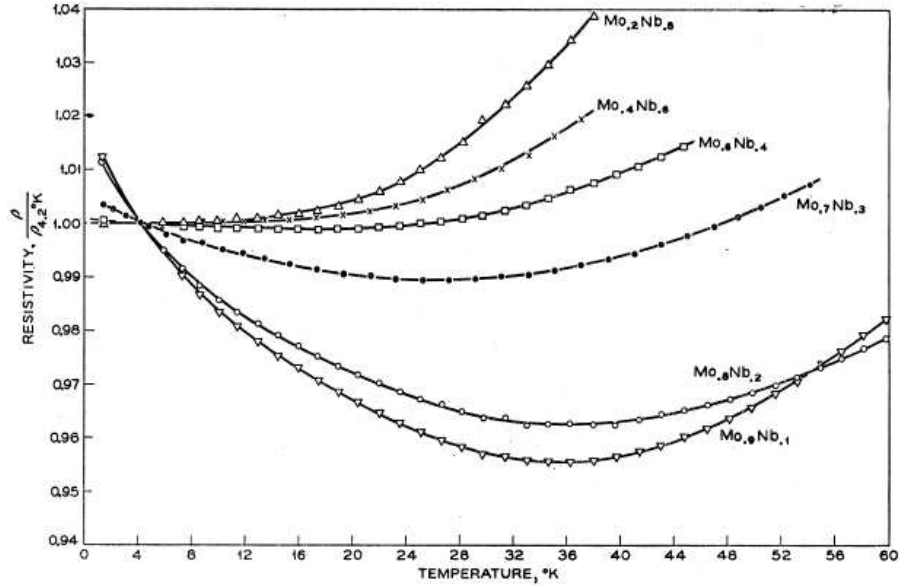


FIG. 3. Resistivity vs temperature for various Mo-Nb alloys containing 1% Fe. Resistivities are normalized at 4.2°K.

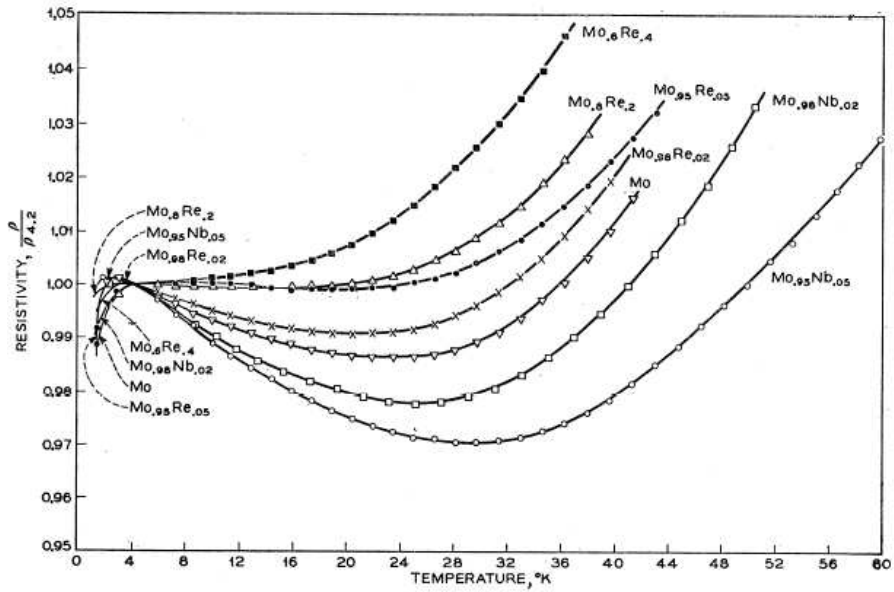


FIG. 4. Resistivity vs temperature for various Mo-Nb and Mo-Re alloys containing 1% Fe. Resistivities are normalized at 4.2°K.

図 1.49 Sarachik らによる実験.¹¹⁶⁾ 合金の電気抵抗の温度依存性はドーピングした鉄がスピンを持つときに限って極小をもつ。

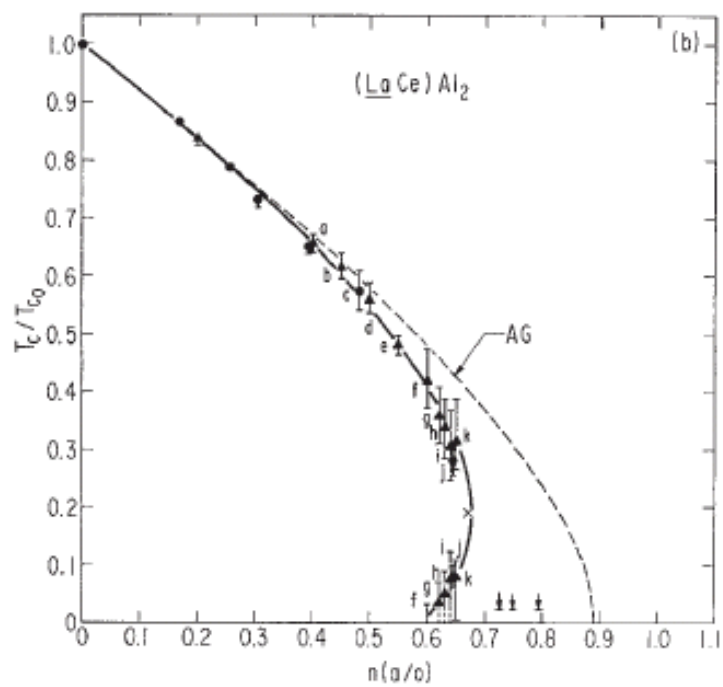


図 1.50 超伝導合金 $(La,Ce)Al_2$ における T_c の不純物 Ce の濃度依存性¹²³⁾。n は不純物である Ce の濃度。破線 (AG) は Abrikosov-Gor'kov 理論による予言。

1.4 非平衡 Green 関数法

ダイアグラムの技法によってフォノンと相互作用する電子の輸送方程式の研究は1960年代に Konstantinov-Perel¹²⁴⁾ と Kadanoff-Baym¹²⁵⁾ によって始められた。1964年 Keldysh は Green 関数法を用いてフォノンと相互作用する電子の運動方程式をうまく導いた¹²⁶⁾。それ以来 Keldysh の技法は電子の輸送現象を記述するのに広く用いられ、金属中での弱局在や電子-電子相互作用、不純物散乱問題¹²⁷⁻¹²⁹⁾、非平衡超伝導¹³⁰⁻¹³³⁾、³He の運動方程式の導出^{134,135)}、準1次元導体の電荷密度波¹³⁶⁻¹³⁸⁾、散逸系の粒子に対する Langevin 方程式^{139,140)} などに応用されている。

超伝導については従来の Keldysh 空間での 2×2 の行列だけでなく南部表示と呼ばれる粒子-ホール空間での 2×2 の行列も考慮に入れなければならない^{141,142)}。これによって Keldysh の技法は超伝導体を記述するのに不可欠なペアポテンシャルをコンパクトな形で取り入れることが可能となる。

1.4.1 Keldysh 形式

上に述べたように、Keldysh の技法¹²⁶⁾ は超伝導体の運動方程式を導くのに広く用いられており、実時間 Green 関数に基づいた Keldysh の技法を用いれば平衡状態のみでなく非平衡状態の理論も定式化できる。今、

$$\psi(\mathbf{r}, t) = \exp(iHt) \psi(\mathbf{r}) \exp(-iHt) \quad (1.85)$$

$$\psi^\dagger(\mathbf{r}, t) = \exp(iHt) \psi^\dagger(\mathbf{r}) \exp(-iHt) \quad (1.86)$$

$$x = (\mathbf{r}, t), \psi(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} c_{\mathbf{k}}, \psi^\dagger(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{\mathbf{k}} e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}} c_{\mathbf{k}}^\dagger \quad (1.87)$$

とおき次のように定義する。

$$\hat{G}_{11}(x_1, x_2) = -i \left\langle T \left(\psi(x_1) \psi^\dagger(x_2) \right) \right\rangle \quad (1.88)$$

$$= \begin{cases} -i\psi(x_1)\psi^\dagger(x_2), (t_1 > t_2) \\ i\psi^\dagger(x_2)\psi(x_1), (t_1 < t_2) \end{cases} \quad (1.89)$$

$$\hat{G}_{12}(x_1, x_2) = i \left\langle \psi^\dagger(x_2) \psi(x_1) \right\rangle \quad (1.90)$$

$$\hat{G}_{21}(x_1, x_2) = -i \left\langle \psi(x_1) \psi^\dagger(x_2) \right\rangle \quad (1.91)$$

$$\hat{G}_{22}(x_1, x_2) = -i \left\langle \tilde{T} \left(\psi(x_1) \psi^\dagger(x_2) \right) \right\rangle \quad (1.92)$$

$$= \begin{cases} -i\psi(x_1)\psi^\dagger(x_2), (t_1 < t_2) \\ i\psi^\dagger(x_2)\psi(x_1), (t_1 > t_2) \end{cases} \quad (1.93)$$

定義より次式が成り立つ。

$$\hat{G}_{12} + \hat{G}_{21} = \hat{G}_{11} + \hat{G}_{22} \quad (1.94)$$

また

$$\hat{G} = \begin{pmatrix} \hat{G}_{11} & \hat{G}_{12} \\ \hat{G}_{21} & \hat{G}_{22} \end{pmatrix}, L = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (1.95)$$

とおくと次の変換により \hat{G} は

$$\hat{G} \rightarrow L\tau_3\hat{G}L^\dagger = \begin{pmatrix} G^R & G^K \\ 0 & G^A \end{pmatrix} \quad (1.96)$$

$$G^R = \hat{G}_{11} - \hat{G}_{12} \quad (1.97)$$

$$G^A = \hat{G}_{11} - \hat{G}_{21} \quad (1.98)$$

$$G^K = \hat{G}_{11} + \hat{G}_{22} \quad (1.99)$$

となる. これを Keldysh 形式と呼ぶ¹³³⁾.

1.4.2 Gor'kov 方程式

BCS Hamiltonian は

$$\int \left[\psi_\alpha^\dagger \left(-\frac{\nabla^2}{2m} - \mu \right) \psi_\alpha + \frac{g}{2} \psi_\beta^\dagger \psi_\alpha^\dagger \psi_\alpha \psi_\beta \right] d^3\mathbf{r} \quad (1.100)$$

とかける. ここで

$$\psi_\alpha(\mathbf{r}, \tau) = \exp(H\tau) \psi_\alpha(\mathbf{r}) \exp(-H\tau) \quad (1.101)$$

$$\psi_\alpha^\dagger(\mathbf{r}, \tau) = \exp(H\tau) \psi_\alpha^\dagger(\mathbf{r}) \exp(-H\tau) \quad (1.102)$$

$$\psi_\alpha(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} c_{\mathbf{k}\alpha}, \psi_\alpha^\dagger(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{\mathbf{k}} e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}} c_{\mathbf{k}\alpha}^\dagger \quad (1.103)$$

である. $x = (\mathbf{r}, \tau)$ と書くことにする.

$$G_{\alpha\beta}(x1, x2) = \left\langle T_\tau \left(\psi_\alpha(x1) \psi_\beta^\dagger(x2) \right) \right\rangle \quad (1.104)$$

$$= \begin{cases} \psi_\alpha(x1) \psi_\beta^\dagger(x2), (\tau_1 > \tau_2) \\ -\psi_\beta^\dagger(x2) \psi_\alpha(x1), (\tau_1 < \tau_2) \end{cases} \quad (1.105)$$

$$(1.106)$$

と定義する. Heisenberg の運動方程式を使うと

$$\frac{\partial G_{\alpha\beta}(x1, x2)}{\partial \tau_1} = \delta_{\alpha\beta} \delta(x1 - x2) + \left(\frac{\nabla_1^2}{2m} + \mu \right) G_{\alpha\beta}(x1, x2) \quad (1.107)$$

$$-g \left\langle T_\tau \left(\psi_\gamma^\dagger(x1) \psi_\gamma(x1) \psi_\alpha(x1) \psi_\beta^\dagger(x2) \right) \right\rangle \quad (1.108)$$

となり、Wick の定理より

$$\begin{aligned}
& \left\langle T_\tau \left(\psi_\gamma^\dagger(x_1) \psi_\gamma(x_1) \psi_\alpha(x_1) \psi_\beta^\dagger(x_2) \right) \right\rangle \\
&= - \left\langle T_\tau \left(\psi_\gamma(x_1) \psi_\gamma^\dagger(x_1) \right) \right\rangle \left\langle T_\tau \psi_\alpha(x_1) \psi_\beta^\dagger(x_2) \right\rangle \\
&+ \left\langle T_\tau \left(\psi_\alpha(x_1) \psi_\gamma^\dagger(x_1) \right) \right\rangle \left\langle T_\tau \psi_\gamma(x_1) \psi_\beta^\dagger(x_2) \right\rangle \\
&- \left\langle T_\tau \left(\psi_\alpha(x_1) \psi_\gamma(x_1) \right) \right\rangle \left\langle T_\tau \psi_\gamma^\dagger(x_1) \psi_\beta^\dagger(x_2) \right\rangle
\end{aligned} \tag{1.109}$$

となる.

$$\begin{aligned}
& - \left\langle T_\tau \left(\psi_\gamma(x_1) \psi_\gamma^\dagger(x_1) \right) \right\rangle \left\langle T_\tau \psi_\alpha(x_1) \psi_\beta^\dagger(x_2) \right\rangle \\
&+ \left\langle T_\tau \left(\psi_\alpha(x_1) \psi_\gamma^\dagger(x_1) \right) \right\rangle \left\langle T_\tau \psi_\gamma(x_1) \psi_\beta^\dagger(x_2) \right\rangle \\
&= - \sum_{\gamma\gamma} (x_1) G_{\alpha\beta}(x_1, x_2) + \sum_{\alpha\gamma} (x_1) G_{\gamma\beta}(x_1, x_2)
\end{aligned} \tag{1.110}$$

$$\sum_{\alpha\beta} (x) = \left\langle T_\tau \left(\psi_\alpha(x) \psi_\beta^\dagger(x) \right) \right\rangle \tag{1.111}$$

と書く. 式(1.111)を自己エネルギーという.

$$F_{\alpha\beta}^\dagger(x_1, x_2) = \left\langle T_\tau \psi_\alpha^\dagger(x_1) \psi_\beta^\dagger(x_2) \right\rangle \tag{1.112}$$

$$F_{\alpha\beta}(x_1, x_2) = \left\langle T_\tau \psi_\alpha(x_1) \psi_\beta(x_2) \right\rangle \tag{1.113}$$

$$\bar{G}_{\alpha\beta}(x_1, x_2) = - \left\langle T_\tau \psi_\alpha^\dagger(x_1) \psi_\beta(x_2) \right\rangle = G_{\beta\alpha}(x_2, x_1) \tag{1.114}$$

$$\Delta_{\alpha\beta}(x) = |g| F_{\alpha\beta}(x, x) \tag{1.115}$$

と定義する. 今, $\Delta_{\alpha\beta}(x) = -\Delta_{\beta\alpha}(x)$ であり, 電子間相互作用はスピンの依存しないと仮定する. このとき,

$$\Delta_{\alpha\beta}(x) = i\tau_{\alpha\beta}^{(2)} \Delta(x) \tag{1.116}$$

$$G_{\alpha\beta}(x_1, x_2) = \delta_{\alpha\beta} G(x_1, x_2) \tag{1.117}$$

$$F_{\alpha\beta}(x_1, x_2) = i\tau_{\alpha\beta}^{(2)} F(x_1, x_2) \tag{1.118}$$

とかける. 自己エネルギーを μ に繰り込むと

$$\left(\frac{\partial}{\partial \tau_1} - \frac{\nabla_1^2}{2m} - \mu \right) G_{\alpha\beta}(x_1, x_2) + \Delta(x_1) F^\dagger(x_1, x_2) = \delta(x_1 - x_2) \tag{1.119}$$

となり, \bar{G}, F, F^\dagger についても同様にして

$$\check{G}^{-1}(x_1) \check{G}(x_1, x_2) = \delta(x_1 - x_2) \tag{1.120}$$

$$\check{G}(x_1, x_2) \equiv \begin{pmatrix} G(x_1, x_2) & F(x_1, x_2) \\ -F^\dagger(x_1, x_2) & \bar{G}(x_1, x_2) \end{pmatrix} \tag{1.121}$$

$$\check{G}^{-1} \equiv \tau_3 \frac{\partial}{\partial \tau} + \check{H}, \check{H} \equiv \begin{pmatrix} -\frac{\nabla^2}{2m} - \mu & -\Delta \\ \Delta^* & -\frac{\nabla^2}{2m} - \mu \end{pmatrix} \tag{1.122}$$

を得る. これは Gor'kov 方程式と呼ばれ超伝導体の性質を調べるための基本的な方程式である¹⁴³⁾.

1.4.3 準古典近似

縮退した Fermi 粒子系を研究するのによく知られた手法として準古典近似がある¹⁴⁴⁾. この手法は最初, 平衡状態の超伝導体を研究するため Eilenberger¹³⁰⁾ により松原表示で定式化された. Eliashberg¹³¹⁾ はこの手法を非平衡状態に適用できるように一般化した. $\mathbf{p}_+ = \mathbf{p} + \frac{\mathbf{k}}{2}, \mathbf{p}_- = \mathbf{p} - \frac{\mathbf{k}}{2}$ とおき, $p_F \gg \xi^{-1}$ が成り立つ定常状態を考える. ξ はコヒーレンス長で $\xi^{-1} \sim \frac{\Delta}{v_F}$ である. 準古典 Green 関数は次のように定義される.

$$g_{\omega_n}(\hat{\mathbf{p}}, \mathbf{k}) = \oint \frac{1}{\pi i} G_{\omega_n}(\mathbf{p}_+, \mathbf{p}_-) d\xi_p \quad (1.123)$$

$$\bar{g}_{\omega_n}(\hat{\mathbf{p}}, \mathbf{k}) = \oint \frac{1}{\pi i} \bar{G}_{\omega_n}(\mathbf{p}_+, \mathbf{p}_-) d\xi_p \quad (1.124)$$

$$f_{\omega_n}(\hat{\mathbf{p}}, \mathbf{k}) = \oint \frac{1}{\pi i} F_{\omega_n}(\mathbf{p}_+, \mathbf{p}_-) d\xi_p \quad (1.125)$$

$$f_{\omega_n}^\dagger(\hat{\mathbf{p}}, \mathbf{k}) = \oint \frac{1}{\pi i} F_{\omega_n}^\dagger(\mathbf{p}_+, \mathbf{p}_-) d\xi_p \quad (1.126)$$

積分路は Fermi 面の周りの極を囲むように取る. Gor'kov 方程式を Fourier 変換して

$$[\check{G}^{-1}\check{G}] = 1 \quad (1.127)$$

$$[AB] = \int A(\mathbf{p}_+, \mathbf{p}) B(\mathbf{p}, \mathbf{p}_-) d^3\mathbf{p}, \check{G}^{-1} = \check{G}_0^{-1} + \check{H} - \check{\Sigma} \quad (1.128)$$

$$\check{G}_0^{-1} = \begin{pmatrix} -i\omega + \xi_p + \frac{\mathbf{v}\mathbf{k}}{2} + \frac{k^2}{8m} & 0 \\ 0 & i\omega + \xi_p + \frac{\mathbf{v}\mathbf{k}}{2} + \frac{k^2}{8m} \end{pmatrix} \quad (1.129)$$

$$\check{H} = \begin{pmatrix} -\frac{e}{c}\mathbf{v}\mathbf{A}(\mathbf{k}) + e\varphi & -\Delta(\mathbf{k}) \\ \Delta^*(\mathbf{k}) & \frac{e}{c}\mathbf{v}\mathbf{A}(\mathbf{k}) + e\varphi \end{pmatrix}, \check{\Sigma} = \begin{pmatrix} \Sigma_1 & \Sigma_2 \\ -\Sigma_2^\dagger & \bar{\Sigma}_1 \end{pmatrix} \quad (1.130)$$

がいえる. 同様にして

$$[\check{G}\check{G}^{-1}] = 1 \quad (1.131)$$

$$\check{G}^{-1} = \check{G}_0^{-1} + \check{H} - \check{\Sigma} \quad (1.132)$$

$$\check{G}_0^{-1} = \begin{pmatrix} i\omega + \xi_p - \frac{\mathbf{v}\mathbf{k}}{2} + \frac{k^2}{8m} & 0 \\ 0 & -i\omega + \xi_p - \frac{\mathbf{v}\mathbf{k}}{2} + \frac{k^2}{8m} \end{pmatrix} \quad (1.133)$$

$$\check{H} = \begin{pmatrix} -\frac{e}{c}\mathbf{v}\mathbf{A}(\mathbf{k}) + e\varphi & -\Delta(\mathbf{k}) \\ \Delta^*(\mathbf{k}) & \frac{e}{c}\mathbf{v}\mathbf{A}(\mathbf{k}) + e\varphi \end{pmatrix}, \check{\Sigma} = \begin{pmatrix} \Sigma_1 & \Sigma_2 \\ -\Sigma_2^\dagger & \bar{\Sigma}_1 \end{pmatrix} \quad (1.134)$$

$$(1.135)$$

となる. 式(1.127), (1.131) より

$$\mathbf{v}\mathbf{F}\mathbf{k}\check{g} - i\omega_n(\check{\tau}_3\check{g} - \check{g}\check{\tau}_3) + [\check{H}\check{g} - \check{g}\check{H}] = \check{I} \quad (1.136)$$

$$\check{I} = [\check{\Sigma}\check{g} - \check{g}\check{\Sigma}] = \begin{pmatrix} I_1 & I_2 \\ -I_2^\dagger & \bar{I}_1 \end{pmatrix}, \check{g}_{\omega_n}(\hat{\mathbf{p}}, \mathbf{k}) = \begin{pmatrix} g_{\omega_n} & f_{\omega_n} \\ -f_{\omega_n}^\dagger & \bar{g}_{\omega_n} \end{pmatrix} \quad (1.137)$$

が成り立つ. 式 (1.136) を Eilenberger 方程式と言う. また Fourier 変換を用いると Eilenberger 方程式は次のようになる.

$$\mathbf{v}_F \mathbf{k} \check{g} - i\omega_n (\check{\tau}_3 \check{g} - \check{g} \check{\tau}_3) + \check{H} \check{g} - \check{g} \check{H} = \check{I} \quad (1.138)$$

$$\check{g}_{\omega_n}(\hat{\mathbf{p}}, \mathbf{r}) = \int \frac{d^3 \mathbf{k}}{(2\pi)^3} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} \check{g}_{\omega_n}(\hat{\mathbf{p}}, \mathbf{k}) \quad (1.139)$$

一様な系では次の関係が成り立つが今はこれを仮定する.

$$g + \bar{g} = 0, g^2 - f f^\dagger = 1 \quad (1.140)$$

この時, 規格化条件 $\check{g}^2 = 1$ が成り立つ. 式 (1.138) を次のように書き換える.

$$-iv_F \hat{\nabla} \check{g} + \check{H}_0 \check{g} - \check{g} \check{H}_0 = \check{I} \quad (1.141)$$

$$\hat{\nabla} \check{g} = \begin{pmatrix} \nabla g & (\nabla - \frac{2ie}{c} \mathbf{A}) f \\ -(\nabla + \frac{2ie}{c} \mathbf{A}) f^\dagger & -\nabla g \end{pmatrix}, \check{H}_0 = \begin{pmatrix} -i\omega_n & -\Delta \\ \Delta^* & i\omega_n \end{pmatrix} \quad (1.142)$$

次に汚れた極限, つまり次の条件が満たされる時を考える.

$$\frac{1}{\tau} \gg T_c, \text{ i.e., } l \ll \xi_0 \quad (1.143)$$

ここで τ は緩和時間, T_c は転移温度, l は平均自由行程, ξ_0 は絶対零度でのコヒーレンス長である. 不純物により電子が強く散乱される時, 次の様にかける.

$$\check{g} = \check{g}_0 + \hat{\mathbf{v}}_F \check{\mathbf{g}} \quad (1.144)$$

$$|\check{\mathbf{g}}| \ll g_0 \quad (1.145)$$

ここで \check{g}_0 は \mathbf{v}_F に依存せず, $\hat{\mathbf{v}}_F$ は運動量方向の単位ベクトルとする. Eilenberger 方程式と規格化条件より

$$\check{\mathbf{g}} = -l_{tr} \check{g}_0 \hat{\nabla} \check{g}_0, l_{tr} = v_F \tau_{tr} \quad (1.146)$$

とかける. ここで τ_{tr} は平均輸送時間である. d を系の次元, $D = \frac{1}{d} v_F l_{tr}$ を拡散定数として

$$iD \hat{\nabla} (\check{g}_0 \hat{\nabla} \check{g}_0) + (\check{H}_0 \check{g}_0 - \check{g}_0 \check{H}_0) = 0 \quad (1.147)$$

が成り立つ. これは Usadel 方程式とよばれ超伝導近接効果を研究するために広く用いられている¹⁴⁵⁾. また最近, 非線形シグマモデル^{146,147)} からこの Usadel 方程式が導かれ¹⁴⁸⁾, Coulomb 相互作用などを取り入れた形に拡張されている¹⁴⁹⁾.

1.5 Nazarov のサーキット理論

1.5.1 Kirchhoff の法則とマトリックス電流

電気回路に出てくる Kirchhoff の法則はとても基本的なもので、それにより抵抗を直列、あるいは並列に並べたときの系の合成抵抗を単純なルールのもとで計算することができるようになった。これを超伝導体と常伝導体からなる回路に拡張しようとする試みが Nazarov によってなされた¹⁵⁰⁾。彼は”Andreev 反射のサーキット理論”を作り出し、系の合成抵抗を単純なルールのもとで計算することを可能にした。またこの理論は non-collinear な磁化をもつ強磁性体と常伝導体からなる回路に拡張された¹⁵¹⁾。この non-collinear なスピンの輸送現象の理論で生まれた重要な概念は mixing コンダクタンスであり、スピン電流に誘起された磁化のトルク¹⁵²⁾、強磁性体での Gilbert ダンピング¹⁵³⁾ や強磁性共鳴により誘起されたスピン注入¹⁵⁴⁾ などと密接にかかわっている。このサーキット理論によって 3 端子のスピントランジスタなども提案されている^{151, 152)}。さらに Hernando らによってサーキット理論は超伝導体、強磁性体、常伝導体からなる回路に拡張された¹⁵⁵⁾。サーキット理論の利点は複数の端子からなるメソスコピック系における輸送係数を計算する簡単な手法を与えることである。このことは具体的なジオメトリーを有限の要素によって記述されるトポロジ的に等価なサーキットに写像することによって実行される (図 1.51)。Kirchhoff の法則では電流の保存則が要請されたが、サーキット理論ではマトリックス電流というものの保存を要請する。このマトリックス電流の保存により電流が保存し、一方で準古典 Green 関数に対する境界条件が導かれるのである。

またこのサーキット理論は異方的超伝導体と常伝導体からなる回路にも拡張された³⁷⁻³⁹⁾。本論文ではこの理論から得られる境界条件を用いるので以下で詳しく説明する。

まず、図 1.52 のような常伝導体/絶縁体/超伝導体の接合を考える。常伝導体の長さ L は一般に平均自由行程 ℓ よりも十分に長いとする。また Green 関数の空間変化は x 軸方向のみを考えれば十分とする。ここで南部 Keldysh 形式の Green 関数 $\check{G}_N(x)$ を常伝導体の領域で定義しよう。

$$\check{G}_N(x) = \begin{pmatrix} \hat{R}_N(x) & \hat{K}_N(x) \\ 0 & \hat{A}_N(x) \end{pmatrix},$$

遅延成分 $\hat{g}_0^R(\mathbf{r})$, 先進成分 $\hat{g}_0^A(\mathbf{r})$, Keldysh 成分 $\hat{g}_0^K(\mathbf{r})$ を $\hat{R}_N(x)$, $\hat{A}_N(x)$, $\hat{K}_N(x)$ と表した。Keldysh 成分は、遅延成分と先進成分から $\hat{K}_N(x) = \hat{R}_N(x)\hat{f}_1(x) - \hat{f}_1(x)\hat{A}_N(x)$ と与えられる。ここで $\hat{f}_1(x)$ は分布関数で以下求めるべきものである。常伝導体の Green 関数 $\check{G}_N(x)$ は、南部 Keldysh 形式の Usadel 方程式を満たす。¹⁴⁵⁾

$$D \frac{\partial}{\partial x} \left[\check{G}_N(x) \frac{\partial \check{G}_N(x)}{\partial x} \right] + i [\check{H}_0, \check{G}_N(x)] = 0, \quad (1.148)$$

ここで D は常伝導体の拡散係数で、行列 \check{H}_0 は

$$\check{H}_0 = \begin{pmatrix} \hat{H}_0 & 0 \\ 0 & \hat{H}_0 \end{pmatrix}, \quad (1.149)$$

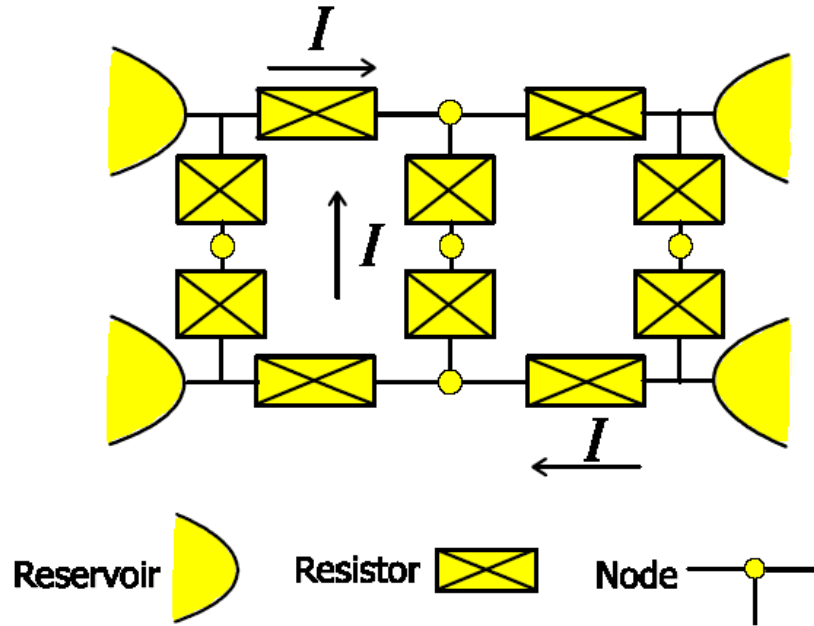


図 1.51 サーキット理論の模式図³⁶⁾. 接合系はトポロジー的に等価な有限要素からなるサーキットに写像される. 系は電極, コネクタ, ノードに分類される. 電極とノードは Green 関数によって特徴付けられる.

で与えられ $\hat{H}_0 = \varepsilon\hat{\tau}_3$ である. Green 関数を求めるためには, 方程式を何らかの境界条件の下で解く必要がある. $x = -L$ において, 理想的な電極と常伝導体が接触抵抗なく接しているとする. 一方常伝導体と超伝導体との界面においては,

$$\frac{L}{R_d} \left[\check{G}_N(x) \frac{\partial \check{G}_N(x)}{\partial x} \right] \Big|_{x=0_-} = -\frac{\langle \check{I}(\phi) \rangle}{R_b}, \quad (1.150)$$

$$\langle \check{I}(\phi) \rangle = \frac{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\phi \cos \phi \check{I}(\phi)}{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\phi \cos \phi T(\phi)}, \quad (1.151)$$

という関係式を満たすことが知られている. ここで左辺は, Usadel 方程式で計算した流れに対応し, 右辺は常伝導体と超伝導体界面での流れを Eilenberger の理論に基づいて計算したものである. 詳しくは次の節で述べる界面モデルとマトリクス電流を参照していただきたい. 界面での常伝導状態の抵抗 R_b は

$$R_b = \frac{2R_0}{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\phi \cos \phi T(\phi)} \quad (1.152)$$

と Sharvin 抵抗 R_0 をもちいて表される. ここで $T(\phi)$ は絶縁体の両側が弾道的伝導領域にある常伝導体のとき, 入射角 ϕ で絶縁体に入射する準粒子の透過率である.

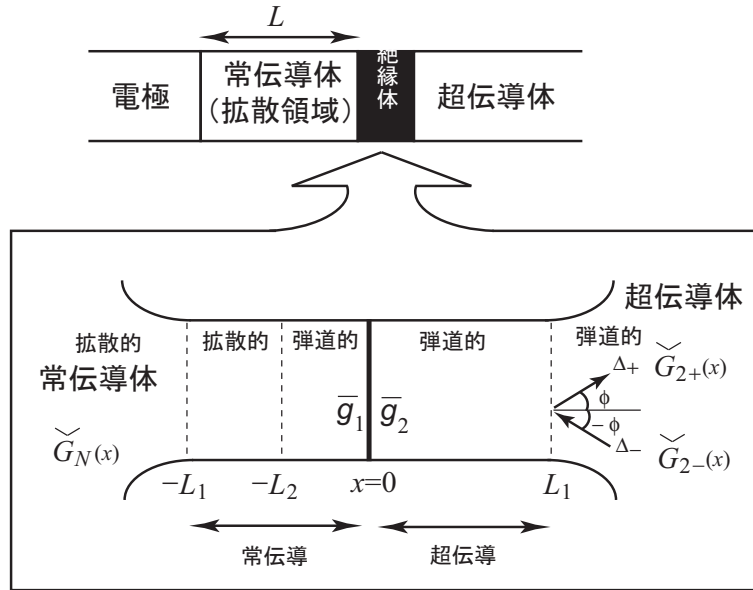


図 1.52 常伝導体/絶縁体/超伝導体の概念図と Nazarov が Green 関数を接続するために考えたモデル.

問題はマトリックス電流と呼ばれる $\check{I}(\phi)$ を求める事に帰着される. 式 (1.150) は Green 関数で書いたある種の流れの密度の保存則に対応し, Keldysh 成分の中で $\check{\tau}_3$ 成分に比例するところに着目すれば観測にかかる電流の保存になる. 困難な点は $\check{I}(\phi)$ (界面での Green 関数) を界面から遠く離れた場所における漸近的な Green 関数を使って表さないといけないことにある. さらにやっかいなのは, 片方が拡散的でもう片方は弾道的な伝導領域なので一見 Green 関数を接続できないかに思われる. そこで用いるのが, Nazarov が s 波超伝導体で導入した界面のモデルである (図 1.52).¹⁵⁰⁾ 図 1.52 に示すように常伝導体と超伝導体の接合部 $-L_1 < x < L_1$ は拡散領域と弾道的領域からなる. 左側の $(-L_1 < x < -L_2)$ は拡散領域, $(-L_2 < x < 0)$ と $(0 < x < L_1)$ は, 弾道的領域とする. ここで常伝導体の拡散長 $\xi_1 = \sqrt{D/2\pi T}$ は, $\xi_1 \gg L_1 \gg v_F \tau_{imp}$ と $\xi_1 \gg L_1 - L_2 \gg v_F \tau_{imp}$ を満足すると仮定する. v_F は常伝導体の Fermi 速度で $\ell = v_F \tau_{imp}$ で与えられる. また界面には絶縁体的なバリアが存在して (散乱領域) ここでは, デルタ関数型ポテンシャル $H_b \delta(x)$ で表すことにする. 電子の入射角度を ϕ とすれば透過率は $T = T(\phi) = 4 \cos^2 \phi / (4 \cos^2 \phi + Z^2)$, で与えられる. ここで透過率を特徴付ける重要なパラメーター Z は, $Z = 2mH_b / (k_F)$ で Fermi 波数は k_F 有効質量は m で与えられる. まずこの領域の中の Green 関数考えた後, それらを粗視化をすることで準古典 Green 関数の振る舞いを調べることにする.

しばらくは $-L_1 < x, x' < L_1$ における南部 Gor'kov Green 関数 $\check{G}_n(\varepsilon, x, x')$ に注目する. ここで n は伝導チャンネルを表し (入射角 ϕ に相当する) 常伝導体と超伝導体は平らな界面で区切られているので, 界面に平行方向の運動量の違いでチャンネルの指標を定義できる.

次に

$$\check{G}_n(\varepsilon, x, x') = \sum_{\sigma, \sigma'} \exp(i\sigma |k_{Fx}|x - i\sigma'|k_{Fx}|x') \check{g}_{E,n}^{\sigma, \sigma'}(x, x') \quad (1.153)$$

と表すことで包絡線関数を導入する. $\sigma, \sigma' = \pm 1$ は x の \pm どちらの方向に伝播するのかという方向の指標である. ここで現れる $\check{g}_{E,n}^{\sigma, \sigma'}$ は元々の Green 関数 $\check{G}_n(\varepsilon, x, x')$ の空間的に速い振動部を捨象した Green 関数で, Fermi 波数の x 成分の逆数 $1/k_{Fx}$ に比べるとゆつたりと空間変化する. 包絡線関数は, Eilenberger の方程式

$$\left(i\sigma v_n \frac{\partial}{\partial x} + \check{H}(x) \right) \check{g}_{E,n}^{\sigma, \sigma'}(x, x') = \check{1} \check{\delta}(x - x') \quad (1.154)$$

を満たす. $v_n = v_{Fx}$ は Fermi 速度の x 成分である. ここで $\check{\delta}(x - x')$ は, Fermi 波数よりも十分に長い距離に対して成立する準古典的な意味でのデルタ関数であり, $\check{1}$ は 4 行 4 列で書いた単位行列である. さらに左側の弾道的領域の長さ L_2 は $v_n \tau_{imp}$ に比べて十分に短いとする. また,

$$\check{H}(x) = \check{H}_0 + \check{\Delta}(x) + \check{\Sigma}_{imp}(x). \quad (1.155)$$

で与えられ, $\check{\Sigma}_{imp}(x)$ は不純物散乱が存在するために生じる自己エネルギーで, 常伝導体のみで 0 ではない値をとる. Born 近似を用いることで, Usadel の Green 関数 $\check{G}_N(x)$ を用いて $\check{\Sigma}_{imp}(x) = i\check{G}_N(x)/(2\tau_{imp})$ と表される. さらに超伝導ペアポテンシャルに由来する自己エネルギーは $x < 0$ で $\check{\Delta}(x) = 0, x > 0$ の $\check{\Delta}(x)$ は

$$\check{\Delta}(x) = \begin{pmatrix} \hat{\Delta}_\sigma & 0 \\ 0 & \hat{\Delta}_\sigma \end{pmatrix}, \quad \hat{\Delta}_\sigma = \begin{pmatrix} 0 & \Delta_\sigma \\ -\Delta_\sigma^* & 0 \end{pmatrix}. \quad (1.156)$$

で与えられる. また $\check{g}_{E,n}^{\sigma, \sigma'}(x, x')$ は $x = x'$ で不連続なので, この不連続性を除去した包絡線関数 $\check{g}_{cn}^{\sigma, \sigma'}(x, x')$ を

$$\check{g}_{cn}^{\sigma, \sigma'}(x, x') = 2i\check{g}_{E,n}^{\sigma, \sigma'}(x, x') |v_n| - \sigma \delta_{\sigma, \sigma'} \text{sign}(x - x'). \quad (1.157)$$

と定義する. この関数は σ, σ' の 2 つの自由度を考慮することで, $\bar{g}_{cn}(x, x')$ と 8 行 8 列の行列とみなすこともできる. 界面の左右での Green 関数 $\bar{g}_n(0_-, 0_-) = \bar{g}_1, \bar{g}_n(0_+, 0_+) = \bar{g}_2$ を定義する. この両者の Green 関数は界面での波動関数の接続を表す転送行列 \bar{M} を用いて

$$\bar{g}_2 = \bar{M}^\dagger \bar{g}_1 \bar{M}; \quad \bar{M} = \begin{pmatrix} \frac{1}{t^*} \check{1} & \frac{r}{t} \check{1} \\ -\frac{r}{t} \check{1} & \frac{1}{t} \check{1} \end{pmatrix},$$

と関係づけられる. ここで t と r は界面での透過係数と反射係数である. $\check{g}_{E,n}^{\sigma, \sigma'}(x, x')$ は, 8 行 8 列で表示すると, $\bar{g}_{E,n}(x, x')$ と書かれる. この関数を, 先に定義した包絡線関数 \bar{g}_1, \bar{g}_2 をもちいて表すことを試みる. $\bar{g}_{E,n}(x, x')$ を図 1.52 の拡散領域で $(-L_1 < x, x' < -L_2)$ 評価する. この領域では不純物散乱効果が顕著となるので, ε は $\check{\Sigma}_{imp}(x)$ に比べて無視できる. さらに $\xi_1 \gg L_1$ が成立するために, Usadel 方程式の解は, L_1 の範囲ではほとんど変化

はない定数と思われる．そうであれば $\check{G}_1 = \check{G}_N(-L_1) \sim \check{G}_N(0_-)$ と近似することができる．今この $\check{G}_1(-L_1 < x, x' < -L_2$ で定数とみなせる) を用いて自己エネルギー $\check{\Sigma}_{imp}(x)$ は $\check{\Sigma}_{imp}(x) = i\check{G}_1/(2\tau_{imp})$ と書く事ができる．ここで $\check{G}_N(x)$ は Usadel 方程式に従う Green 関数である．これらの準備を終えた後, $\bar{g}_{E,n}(x, x')$ は, 一階の微分方程式に従うことを用いると

$$\bar{g}_{E,n}(x, x') = \bar{P}(x) (\bar{g}_1 + \text{sign}(x - x')\bar{\Sigma}^z) \bar{P}(-x') \quad (1.158)$$

$$\bar{P}(x) = \frac{1}{2\sqrt{2v_n i}} \{ \exp[x/(2v_n\tau_{imp})](\bar{1} - \bar{\Sigma}^z\bar{G}_1) + \exp[-x/(2v_n\tau_{imp})](\bar{1} + \bar{\Sigma}^z\bar{G}_1) \} \quad (1.159)$$

$$\bar{G}_1 = \begin{pmatrix} \check{G}_1 & 0 \\ 0 & \check{G}_1 \end{pmatrix}, \bar{\Sigma}^z = \begin{pmatrix} \check{1} & 0 \\ 0 & -\check{1} \end{pmatrix}. \quad (1.160)$$

と書かれる．ここで平均自由行程 ℓ は L_1 よりもはるかに小さいので $\check{G}_n^{\sigma\sigma'}(x, x')$ が $x, x' \rightarrow -\infty$ で発散しないという条件を用いることができ

$$(\bar{\Sigma}^z + \bar{G}_1)(\bar{\Sigma}^z - \bar{g}_1) = 0, \quad (1.161)$$

$$(\bar{\Sigma}^z + \bar{g}_1)(\bar{\Sigma}^z - \bar{G}_1) = 0. \quad (1.162)$$

という 2 つの式が得られる．同様の発散解を除去する条件を超伝導体側にも要求すると,

$$(\bar{\Sigma}^z - \bar{G}_2)(\bar{g}_2 + \bar{\Sigma}^z) = 0, \quad (1.163)$$

$$(\bar{g}_2 - \bar{\Sigma}^z)(\bar{\Sigma}^z + \bar{G}_2) = 0. \quad (1.164)$$

ここで超伝導体の Green 関数はペアポテンシャルの異方性も考慮に入れなければならないので

$$\bar{G}_2 = \begin{pmatrix} \check{G}_{2+} & 0 \\ 0 & \check{G}_{2-} \end{pmatrix}.$$

と与えられる．準粒子の進行方向によってペアポテンシャルが変化するために, 2 種類の南部 Keldysh の Green 関数 \check{G}_{2+} と \check{G}_{2-} が現れる．簡単のためにバルクの Green 関数が異方的超伝導状態を表すために用いられている．その結果 \bar{g}_2 は $\bar{Q} = \bar{M}^\dagger \bar{M}$ を用いることで

$$\bar{g}_2 = (\bar{Q}\bar{G}_2 + \bar{G}_1)^{-1} \{ 2\bar{Q} + (\bar{G}_1 - \bar{Q}\bar{G}_2)\bar{\Sigma}^z \}, \quad (1.165)$$

と表される．界面から離れた Green 関数を用いて \bar{g}_2 が書かれているのが重要な点である.^{37,150)} \bar{g}_1 も同様に計算可能である．これらの量に基づいて, 式 (1.150) の境界条件を求めることが可能となる．式 (1.150) の $\check{I}(\phi) = \check{I}_n$ は,

$$\check{I}_n = \text{Tr}_\sigma[\bar{\Sigma}^z\bar{g}_1] = \text{Tr}_\sigma[\bar{\Sigma}^z\bar{g}_2]. \quad (1.166)$$

で与えられ, 南部 Keldysh-Green 関数で書いた流れの密度を計算することになる. この表式は界面で右へ進む流れと左に進む流れの差を Keldysh-Green 関数で表現したもので, Usadel 方程式の境界条件式 (1.150) の右辺に対応する. 式 (1.150) の左辺は, 常伝導体の中での流れを Usadel 方程式の Green 関数で表したものである. 界面における流れの保存量はいろいろな方向の流れの総和であり, マトリックス電流を入射角に渡って積分した量が常伝導の領域の流れとつりあっている. この \check{I}_n はマトリックス電流と呼ばれている. マトリックス電流 \check{I}_n を求めるためには, \bar{Q} を対角化する基底の選び方をしないといけない. そのために準粒子の進行方向の自由度に対応する空間 ($\sigma = \pm$ の違いを決めている空間) でのユニタリ変換をする. また $\bar{\Sigma}^z$ も変換を受ける.

$$\bar{Q} = \begin{pmatrix} q_n \check{1} & 0 \\ 0 & q_n^{-1} \check{1} \end{pmatrix}, \quad \bar{\Sigma}^z = \begin{pmatrix} 0 & \check{1} \\ \check{1} & 0 \end{pmatrix}. \quad (1.167)$$

ここで固有値 q_n を用いて界面での透過率 T_n は $4q_n/(1+q_n)^2 = T_n$ と表される. その結果, \bar{g}_2 は,

$$\bar{g}_2 = \begin{pmatrix} q_n \check{H}_+ + \check{G}_1 & q_n \check{H}_- \\ q_n^{-1} \check{H}_- & q_n^{-1} \check{H}_+ + \check{G}_1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} q_n(2 - \check{H}_-) & \check{G}_1 - q_n \check{H}_+ \\ \check{G}_1 - q_n^{-1} \check{H}_+ & q_n^{-1}(2 - \check{H}_-) \end{pmatrix} \quad (1.168)$$

と表される. $\check{H}_\pm = (\check{G}_{2+} \pm \check{G}_{2-})/2$ である. あとは行列の計算を丹念におこなっていくとマトリックス電流を求めることができる. 最終的に

$$\check{I}_n = 2 [\check{G}_1, \check{B}_n]$$

$$\check{B}_n = (-T_{1n}[\check{G}_1, \check{H}_-^{-1}] + \check{H}_-^{-1} \check{H}_+ - T_{1n}^2 \check{G}_1 \check{H}_-^{-1} \check{H}_+ \check{G}_1)^{-1} (T_{1n}(1 - \check{H}_-^{-1}) + T_{1n}^2 \check{G}_1 \check{H}_-^{-1} \check{H}_+) \quad (1.169)$$

を得る事ができる. ここで $T_1 = T/(2 - T(\phi) + 2\sqrt{1 - T(\phi)})$ と定義した. (いまチャンネルの添え字 n と入射角度 ϕ は一対一に対応する.) この式は非常に重要な意味を持つ. (1) $\check{G}_{2+} = \check{G}_{2-}$ が成立するときは Nazarov が s 波超伝導体に対して求めた式と同じ形のマトリックス電流を与える.¹⁵⁰⁾ (2) また $\check{G}_{2+} = \check{G}_{2-}$ でかつ接合界面の透過率が十分に小さいと Kupriyanov-Lukichev の境界条件も再現する.¹⁵⁹⁾ (3) あとで述べるようにこのマトリックス電流の Keldysh 成分には近接効果が存在しない極限 (常伝導体の厚さが無視できて電極が絶縁体に直接接触している場合) で BTK の理論¹⁶⁾ さらには Tanaka-Kashiwaya の弾道的な領域でもとめたトンネル分光の理論^{156,157)} が自然に含まれている. 一見抽象的に見える式であるが, 従来 of s 波超伝導体の近接効果の理論, 異方的超伝導体の物理をとりいれた非常に一般的な式である. これから Usadel 方程式を解くことで接合系の電気伝導度の式をいかに求めるかを説明するが, その前に少し Green 関数の性質を議論しておく. 一般に常伝導領域の Green 関数 $\check{G}_N(x)$ の遅延成分 $\hat{R}_N(x)$ は,

$$\hat{R}_N(x) = \cos \psi \sin \theta \hat{\tau}_1 + \sin \psi \sin \theta \hat{\tau}_2 + \cos \theta \hat{\tau}_3, \quad (1.170)$$

と電子ホール空間を記述する Pauli 行列を用いて分解可能である. θ , ψ の従う方程式は,

$$D \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} \theta - \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \right)^2 \cos \theta \sin \theta \right] + 2i\varepsilon \sin \theta = 0, \quad (1.171)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\sin^2 \theta \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \right) \right] = 0. \quad (1.172)$$

と表される. $\sin^2 \theta \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \right) \neq 0$ が成り立つときは超伝導電流が流れることになるが, 今は常伝導体と超伝導体接合で超伝導電流は流れないので $\frac{\partial \psi}{\partial x} = 0$ とおくことができる. 後のために南部 Keldysh-Green 関数 \check{G}_1 , $\check{G}_{2\pm}$ を成分表示して表す.

$$\check{G}_1 = \begin{pmatrix} \hat{R}_1 & \hat{K}_1 \\ 0 & \hat{A}_1 \end{pmatrix}, \quad \check{G}_{2\pm} = \begin{pmatrix} \hat{R}_{2\pm} & \hat{K}_{2\pm} \\ 0 & \hat{A}_{2\pm} \end{pmatrix}, \quad (1.173)$$

Keldysh 成分は分布関数を使って, $\hat{K}_{1(2\pm)} = \hat{R}_{1(2\pm)} \hat{f}_{1(2)}(0) - \hat{f}_{1(2)}(0) \hat{A}_{1(2\pm)}$ と表され, 先進成分と遅延成分の間には $\hat{A}_{1(2)\pm} = -\hat{\tau}_3 \hat{R}_{1(2)\pm}^\dagger \hat{\tau}_3$ という関係がある. 超伝導体が時間反転対称性を破っていないとすると,

$$\hat{R}_{2\pm} = (g_\pm \hat{\tau}_3 + f_\pm \hat{\tau}_2), \quad (1.174)$$

$g_\pm = \varepsilon / \sqrt{\varepsilon^2 - \Delta_\pm^2}$, $f_\pm = \Delta_\pm / \sqrt{\Delta_\pm^2 - \varepsilon^2}$, と表すことができる. ここで Δ_+ (Δ_-) は入射角度 ϕ ($\pi - \phi$) で表される準粒子が感じるペアポテンシャルである. 超伝導体は今 1 種類しかないのでケミカルポテンシャルは 0 とおける. 従って, $\hat{f}_2(0) = \tanh[\varepsilon/(2T)] \hat{\tau}_0$ と与えられる. $\hat{\tau}_0$ は電子ホール空間で書いた 2 行 2 列の単位行列である. $\hat{f}_1(0)$ は, $\hat{f}_1(0) = \hat{\tau}_0 f_{1N}(0) + \hat{\tau}_3 f_{3N}(0)$ と書かれる. ここで $f_{1N}(0), f_{3N}(0)$ は $x = 0_-$ (常伝導体側) における電子の分布関数である. 一方 $\hat{f}_2(0)$ は $x = 0_+$ (超伝導体側) における電子の分布関数である. 以下の電気伝導に現れてくるのは $f_{3N}(0)$ である. 後の計算のために, \check{H}_+ , \check{H}_- , \check{B}_n , $\check{I}_n = \check{I}(\phi)$ を以下のように定義する.

$$\check{H}_+ = \begin{pmatrix} \hat{R}_p & \hat{K}_p \\ 0 & \hat{A}_p \end{pmatrix}, \quad \check{H}_- = \begin{pmatrix} \hat{R}_m & \hat{K}_m \\ 0 & \hat{A}_m \end{pmatrix}, \quad (1.175)$$

$$\check{B}_n = \begin{pmatrix} \hat{B}_R & \hat{B}_K \\ 0 & \hat{B}_A \end{pmatrix}, \quad \check{I}_n = \begin{pmatrix} \hat{I}_R & \hat{I}_K \\ 0 & \hat{I}_A \end{pmatrix}. \quad (1.176)$$

1.5.2 マトリックス電流の遅延成分と Keldysh 成分の計算

最初に上記の Keldysh グリーン関数で書いた境界条件の遅延成分に着目する. 境界条件の左辺 (式 1.150) は,

$$\frac{L}{R_d} \hat{R}_N(x) \frac{\partial}{\partial x} \hat{R}_N(x) \Big|_{x=0} = \frac{Li}{R_d} [-\sin \psi \hat{\tau}_1 + \cos \psi \hat{\tau}_2] \left(\frac{\partial \theta}{\partial x} \right) \Big|_{x=0} \quad (1.177)$$

と書ける. ここで大事なのは $\hat{\tau}_3$ 成分が消失していることである. 境界条件を吟味するためには, \hat{I}_R を ϕ の関数としたときの偶奇性を注意しないといけない. \hat{I}_R はスペクトルベクトルという量を用いることで,

$$\begin{aligned} \hat{I}_R = & 4iT_1(\mathbf{d}_R \cdot \mathbf{d}_R)^{-1} \left(-\frac{1}{2}(1+T_1^2)(\mathbf{s}_{2+} - \mathbf{s}_{2-})^2[\mathbf{s}_1 \times (\mathbf{s}_{2+} + \mathbf{s}_{2-})] \cdot \hat{\boldsymbol{\tau}} \right. \\ & + 2T_1\mathbf{s}_1 \cdot (\mathbf{s}_{2+} \times \mathbf{s}_{2-})[\mathbf{s}_1 \times (\mathbf{s}_{2+} \times \mathbf{s}_{2-})] \cdot \hat{\boldsymbol{\tau}} + 2T_1\mathbf{s}_1 \cdot (\mathbf{s}_{2+} - \mathbf{s}_{2-})[\mathbf{s}_1 \times (\mathbf{s}_{2+} - \mathbf{s}_{2-})] \cdot \hat{\boldsymbol{\tau}} \\ & - i(1+T_1^2)(1 - \mathbf{s}_{2+} \cdot \mathbf{s}_{2-})[\mathbf{s}_1 \times (\mathbf{s}_{2+} \times \mathbf{s}_{2-})] \cdot \hat{\boldsymbol{\tau}} \\ & \left. + 2iT_1(1 - \mathbf{s}_{2+} \cdot \mathbf{s}_{2-})[\mathbf{s}_1 \cdot (\mathbf{s}_{2+} - \mathbf{s}_{2-})\mathbf{s}_1 - (\mathbf{s}_{2+} - \mathbf{s}_{2-})] \cdot \hat{\boldsymbol{\tau}} \right), \end{aligned} \quad (1.178)$$

$$\mathbf{d}_R = (1+T_1^2)(\mathbf{s}_{2+} \times \mathbf{s}_{2-}) - 2T_1\mathbf{s}_1 \times (\mathbf{s}_{2+} - \mathbf{s}_{2-}) - 2T_1^2\mathbf{s}_1 \cdot (\mathbf{s}_{2+} \times \mathbf{s}_{2-})\mathbf{s}_1 \quad (1.179)$$

と表される. ここで $\hat{R}_1 = \mathbf{s}_1 \cdot \hat{\boldsymbol{\tau}}$ また $\hat{R}_{2\pm} = \mathbf{s}_{2\pm} \cdot \hat{\boldsymbol{\tau}}$ である. スペクトルベクトル \mathbf{s}_1 と $\mathbf{s}_{2\pm}$ は,

$$\mathbf{s}_1 = \begin{pmatrix} \sin \theta_0 \cos \psi_0 \\ \sin \theta_0 \sin \psi_0 \\ \cos \theta_0 \end{pmatrix}; \mathbf{s}_{2\pm} = \begin{pmatrix} 0 \\ f_{\pm}(\phi) \\ g_{\pm}(\phi) \end{pmatrix}, \quad (1.180)$$

で書かれる. ここで ψ_0, θ_0 は $x = 0_-$ での ψ, θ の値である. $f_{\pm}(\phi), g_{\pm}(\phi)$ は f_{\pm}, g_{\pm} の ϕ 依存性をあらわに書いたものである. 左辺とのつりあいから $\langle \hat{I}_R \rangle$ の $\hat{\tau}_3$ 成分は 0 とおく. (超伝導電流が流れているときには 0 とはおけない) ペアポテンシャルのパリティから, 超伝導体がスピン 3 重項のときには $g_{\pm}(-\phi) = g_{\mp}(\phi), f_{\pm}(-\phi) = -f_{\mp}(\phi)$ が成立し, 一方スピン 1 重項のときには $g_{\pm}(-\phi) = g_{\mp}(\phi), f_{\pm}(-\phi) = f_{\mp}(\phi)$ が満たされる. \hat{I}_R を入射角度 ϕ で $-\pi/2$ から $\pi/2$ まで積分した量の $\hat{\tau}_3$ 成分が消失しないと, 式 (1.177) を満たさない. この条件のもとで, g_{\pm}, f_{\pm} の偶奇性に注意して整理をすると, スピン 3 重項の超伝導体では $\sin \psi_0 = 0$ が満たされ, $\cos \psi_0 = 0$ がスピン 1 重項超伝導体で満たされる. この結果を用いて式 (1.178) を整理すると, 遅延成分の境界条件は,

$$\frac{L}{R_d} \left(\frac{\partial \theta}{\partial x} \right) \Big|_{x=0} = \frac{\langle F \rangle}{R_b} \quad (1.181)$$

$$F = \frac{2T(f_S \cos \theta_0 - g_S \sin \theta_0)}{2 - T + T(\cos \theta_0 g_S + \sin \theta_0 f_S)} \quad (1.182)$$

となる. ここで $g_S = (g_+ + g_-)/(1 + g_+g_- + f_+f_-)$, スピン 3 重項では $f_S = i(f_+g_- - g_+f_-)/(1 + g_+g_- + f_+f_-)$ スピン 1 重項では, $f_S = (f_+ + f_-)/(1 + g_+g_- + f_+f_-)$ で与えられる. ここで $\theta = 0$ となるときは近接効果がまったく存在しないことに対応する.

次に Keldysh 成分の計算を行う. Keldysh 成分の中で $\hat{\tau}_3$ に比例する係数が実際の電流に寄与する. 遅延成分同様に行列の計算を ϕ の偶奇性に基づいて計算をする.

$$I_b = \frac{1}{4} \text{Tr} \left[\hat{\tau}_3 \hat{I}_K \right], \quad \hat{I}_K = 2 \left(\hat{R}_1 \hat{B}_K + \hat{K}_1 \hat{B}_A - \hat{B}_R \hat{K}_1 - \hat{B}_K \hat{A}_1 \right) \quad (1.183)$$

\hat{B}_R は, $\hat{R}_m, \hat{R}_p, \hat{R}_1$ を用いて計算ができ, $\hat{\tau}_1, \hat{\tau}_2, \hat{\tau}_3$ の線形結合で表される. $\hat{B}_A = -\hat{\tau}_3 \hat{B}_R^\dagger \hat{\tau}_3$ を用い, さらに I_b の角度平均を作った後 g_\pm, f_\pm の偶奇性に注意して整理すると,³⁹⁾

$$\langle I_b \rangle = \frac{1}{2} \left\langle \text{Tr} \left\{ -(\hat{R}_1 + \hat{R}_1^\dagger) \hat{B}_R (\hat{R}_1 + \hat{R}_1^\dagger) \hat{B}_R^\dagger - (\hat{R}_1 + \hat{R}_1^\dagger) (\hat{B}_R + \hat{B}_R^\dagger) \right\} \right\rangle f_{3N}(0) \quad (1.184)$$

とまとめられる. 途中の計算が長くなるので省略すると³⁹⁾ (Appendix 参照), $I_b = I_{b0} f_{3N}(0)$

$$\langle I_{b0} \rangle = \left\langle \frac{T}{2} \frac{C_0}{|(2-T) + T(\cos \theta_0 g_S + \sin \theta_0 f_S)|^2} \right\rangle, \quad (1.185)$$

$$\begin{aligned} C_0 = & T(1 + |\cos \theta_0|^2 + |\sin \theta_0|^2) [|g_S|^2 + |f_S|^2 + 1 + |\bar{f}_S|^2] \\ & + 4(2-T) [\text{Real}(g_S)\text{Real}(\cos \theta_0) + \text{Real}(f_S)\text{Real}(\sin \theta_0)] \\ & + 4T [\text{Imag}(\cos \theta_0 \sin \theta_0^*) \text{Imag}(f_S g_S^*)], \end{aligned} \quad (1.186)$$

とまとめられる. ここで g_S, f_S, \bar{f}_S は,

$$g_S = \begin{cases} (g_+ + g_-)/(1 + g_+ g_- + f_+ f_-) & \text{スピンの 3 重項} \\ (g_+ + g_-)/(1 + g_+ g_- + f_+ f_-) & \text{スピンの 1 重項} \end{cases} \quad (1.187)$$

$$f_S = \begin{cases} i(f_+ g_- - f_- g_+)/(1 + g_+ g_- + f_+ f_-) & \text{スピンの 3 重項} \\ (f_+ + f_-)/(1 + g_+ g_- + f_+ f_-) & \text{スピンの 1 重項} \end{cases} \quad (1.188)$$

$$\bar{f}_S = \begin{cases} (f_+ + f_-)/(1 + g_+ g_- + f_+ f_-) & \text{スピンの 3 重項} \\ i(f_+ g_- - g_+ f_-)/(1 + g_+ g_- + f_+ f_-) & \text{スピンの 1 重項} \end{cases} \quad (1.189)$$

と与えられる. 分布関数 $f_{3N}(0)$ は電圧が加えられた状態で現れてくる Keldysh 形式固有のものである. 上の式で $\theta_0 = 0$ とおくと, 電極が直に異方的超伝導体に接合した弾道極限の理論結果を再現する.^{38,39)}

1.5.3 コンダクタンスの計算

電気伝導度は $\hat{R}_N(x), \hat{K}_N(x), \hat{A}_N(x)$ を用いると

$$I_{el} = \frac{-L}{4eR_d} \int_0^\infty d\varepsilon \text{Tr} \left[\hat{\tau}_3 \left(\hat{R}_N(x) \frac{\partial \hat{K}_N(x)}{\partial x} + \hat{K}_N(x) \frac{\partial \hat{A}_N(x)}{\partial x} \right) \right], \quad (1.190)$$

で与えられる.¹⁵⁸⁾ 実際の計算では, 接続条件で行ったように $\theta = \theta(x)$ というパラメーターを導入する. このパラメーターを用いると $\hat{R}_N(x)$ は

$$\hat{R}_N(x) = \begin{cases} \hat{\tau}_3 \cos \theta(x) + \hat{\tau}_2 \sin \theta(x) & : \text{スピンの 1 重項} \\ \hat{\tau}_3 \cos \theta(x) + \hat{\tau}_1 \sin \theta(x) & : \text{スピンの 3 重項} \end{cases} \quad (1.191)$$

と表されて, $\hat{A}_N(x) = -\hat{\tau}_3 \hat{R}_N^\dagger(x) \hat{\tau}_3$, $\hat{K}_N(x) = \hat{R}_N(x) \hat{f}_1(x) - \hat{f}_1(x) \hat{A}_N(x)$ という関係が成立する. 分布関数は $\hat{f}_1(x) = \hat{\tau}_0 f_{0N}(x) + \hat{\tau}_3 f_{3N}(x)$ で与えられるが, 電気伝導に寄与する分布関数は $f_{3N}(x)$ である. Usadel 方程式の遅延成分と Keldysh 成分は θ を用いて 2 つの式にまとめられる.

$$D \frac{\partial^2}{\partial x^2} \theta(x) + 2i\varepsilon \sin[\theta(x)] = 0, \quad (1.192)$$

$$D \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial f_{3N}(x)}{\partial x} \cosh^2 \theta_{imag}(x) \right] = 0. \quad (1.193)$$

$\theta_{imag}(x) = \text{Imag}[\theta(x)]$ である. 一方 $x = -L$ では常伝導体は電極に接触している. 電極は, なんら超伝導の影響を受けてないと仮定されているので, $\theta(-L) = 0$ とおくことができる. 電極での分布関数 $f_{3N}(x = -L) = f_{t0}$ は

$$f_{t0} = \frac{1}{2} \{ \tanh[(\varepsilon + eV)/(2T)] - \tanh[(\varepsilon - eV)/(2T)] \}, \quad (1.194)$$

と与えられる. ここで V は外部から印加された電圧である. 常伝導体と超伝導体の界面での Keldysh 成分の接続条件は,

$$\frac{L}{R_d} \left(\frac{\partial f_{3N}}{\partial x} \right) \cosh^2 \text{Imag}(\theta_0) \Big|_{x=0_-} = -\frac{\langle I_b \rangle}{R_b}. \quad (1.195)$$

で与えられる. $f_{3N}(0_-)$ を求めると, 接合を流れる電流は θ_0 を用いて

$$I_{el} = -\frac{L}{eR_d} \int_0^\infty \left(\frac{\partial f_{3N}}{\partial x} \right) \Big|_{x=0_-} \cosh^2 [\text{Imag}(\theta_0)] d\varepsilon,$$

で与えられるので最終的には

$$I_{el} = \frac{1}{e} \int_0^\infty d\varepsilon \frac{f_{t0}}{\frac{\langle I_{b0} \rangle}{R_b} + \frac{R_d}{L} \int_{-L}^0 \frac{dx}{\cosh^2 \theta_{imag}(x)}}. \quad (1.196)$$

と書ける. その結果接合の全抵抗 R は,

$$R = \frac{R_b}{\langle I_{b0} \rangle} + \frac{R_d}{L} \int_{-L}^0 \frac{dx}{\cosh^2 \theta_{imag}(x)}. \quad (1.197)$$

と表される.

1.6 本論文の概要

本論文の構成は大きく 2 つに分かれている. 第 I 部 (第 2 章-第 4 章) ではスピンの依存しない近接効果を調べ, 第 II 部 (第 5 章-第 9 章) ではスピンの依存する近接効果を調べる. 各章はそれぞれ独立な内容になっており, それらの内容は以下のようにになっている.

第 2 章では汚れた金属/ d -波超伝導体接合系で接合界面のバリアの高さと d -波超伝導体の結晶軸の向きなどを変えながら汚れた金属の部分に誘起された Cooper 対による反磁性帯

磁率を計算する。この反磁性帯磁率は結晶軸の向きに大きく依存する。つまりミッドギャップ Andreev 共鳴状態 (MARS) が反磁性帯磁率に大きな影響を与えることを示す。

第 3 章では d -波超伝導体/汚れた金属/ d -波超伝導体接合における Josephson 効果を調べる。Josephson 電流の計算を可能にする Green 関数に対する境界条件を導く。これによって近接効果と MARS が Josephson 電流にどのような影響を与えるか調べることが可能になる。この境界条件をもちいて Josephson 電流を計算し、非単調な温度依存性を持ちうることを示す。

第 4 章では汚れた金属 / 超伝導体接合系におけるサーマルコンダクタンスの表式を一般的な境界条件のもとでの Usadel 方程式に基き導く。 s -, d -, p -波超伝導体をもちいた接合系の電荷と熱の輸送現象を金属に磁性不純物がある場合を含めて調べる。近接効果と MARS がサーマルコンダクタンスにどのような影響を与えるかが明らかにされる。また、ここでの結果を用いたペア対称性の判別法も提案する。

第 5 章では Rashba スピン軌道相互作用 (RSOC) を持つ 2 次元電子ガス/絶縁体/超伝導体接合におけるコンダクタンスを調べる。BTK 公式を拡張しコンダクタンスを計算する。Andreev 反射, ノーマル反射, コンダクタンスが RSOC によってどのような影響を受けるかを明らかにする。

第 6 章ではスピン軌道相互作用をもつ異方的超伝導体に対する BdG 方程式を解き、いくつかの条件下でトリプレットペアに対する 2 つの固有関数はシングレットペアに対するものと同じ形になることをしめす。具体的に Rashba スピン軌道相互作用 (RSOC) をもつトリプレット超伝導体接合系のコンダクタンスの計算を行い、RSOC はコンダクタンスのギャップエネルギーに s -波接合に見られるようなピークを引き起こすことを示す。よってコンダクタンスには s -波と p -波の性質が現れことがわかる。

第 7 章では磁性不純物を含む汚れた金属 / 超伝導体接合系におけるコンダクタンスを調べる。超伝導体としては s -波超伝導体と d -波超伝導体をもちいる。磁性不純物は界面の透過率に応じてコンダクタンスを増加させたり、減少させたりすることをしめす。

第 8 章では金属/汚れた強磁性体/ s -波超伝導体接合における汚れた強磁性体中の状態密度にピークが出る条件を調べる。汚れた強磁性体の抵抗の値に対応して 2 つの領域がありそれぞれの領域に対する条件が存在することを示す。またこの条件下でのコンダクタンスの振る舞いも見ることにする。

第 9 章では d -波超伝導体/汚れた強磁性体/ d -波超伝導体接合における Josephson 効果を準古典 Green 関数法をもちいて調べる。MARS と交換場の影響により臨界電流は異常な温度依存性を示すことをみる。特にそこで示す 2 つのピーク構造は前例のないものである。

第 10 章で全体のまとめとこれからの展望を述べる。

参考文献

- 1) H. K. Onnes : Akad. van Wetenschappen (Amsterdam) **14** 113, 818 (1911).
- 2) W. Meissner, and R. Ochsenfeld : Naturwissenschaften **21** 787 (1933).
- 3) J. Bardeen, L. N. Cooper and J. R. Schrieffer, Phys. Rev. **108** (1957) 1175
- 4) J. G. Bednorz, and K. A. Müller : Z. Phys B **64** 189 (1986).
- 5) M. K. Wu, J. R. Ashburn, C. J. Torng, P. H. Hor, R. L. Meng, L. Gao, Z. J. Huang, Y. Q. Wang, C. W. Chu : Phys. Rev. Lett. **58** 908 (1987).
- 6) M. Sigrist, and K. Ueda : Rev. Mod. Phys. **63** 239 (1991).
- 7) M. Sigrist and T. M. Rice, J. Phys. Soc. Jpn. **61**, 4283 (1992).
- 8) D. A. Wollman, D. J. Van Harlingen, J. Giapintzakis, and D. M. Ginsberg Phys. Rev. Lett. **74**, 797 (1995)
- 9) Y. Maeno, H. Hashimoto, K. Yoshida, S. Nishizaki, T. Fujita, J. G. Bednorz, and F. Lichtenberg : Nature **372** 532 (1994).
- 10) K. Ishida, H. Mukuda, Y. Kitaoka, K. Asayama, Z. Q. Mao, Y. Mori and Y. Maeno: Nature **396** (1998) 658.
- 11) G. M. Luke, Y. Fudamoto, K. M. Kojima, M. I. Larkin, J. Merrin, B. Nachumi, Y. J. Uemura, Y. Maeno, Z. Q. Mao, Y. Mori, H. Nakamura and M. Sigrist: Nature **394** (1998) 558.
- 12) A. P. Mackenzie and Y. Maeno, Rev. Mod. Phys. **75** 657 (2003).
- 13) D. F. Agterberg: Phys. Rev. Lett. **80** (1998) 5184; Phys. Rev. B **58** (1998) 14484.
- 14) K. Deguchi, M. A. Tanatar, Z. Mao, T. Ishiguro and Y. Maeno: J. Phys. Soc. Jpn. **71** (2002) 2839.
- 15) A.F. Andreev, Sov. Phys. JETP **19** 1228 (1964).
- 16) G.E. Blonder, M. Tinkham, and T.M. Klapwijk, Phys. Rev. B **25** 4515 (1982).
- 17) Z. C. Dong, D. Y. Xing, and J. M. Dong, Phys. Rev. B **65**, 214512 (2002).

- 18) Y.N. Qi, D. Y. Xing, and J. M. Dong, Phys. Rev. B **58**, 2783 (1998).
- 19) Z. M. Zheng, Y. N. Qi, D. Y. Xing, and J. M. Dong, Phys. Rev. B **59**, 14 505 (1999).
- 20) M. Bozovic and Z. Radovic, Phys. Rev. B **66**, 134524 (2002).
- 21) T. Yamashita, H. Imamura, S. Takahashi, and S. Maekawa, Phys. Rev. B **67**, 094515 (2003).
- 22) Z. C. Dong, R. Shen, Z. M. Zheng, D. Y. Xing, and Z. D. Wang, Phys. Rev. B **67**, 134515 (2003).
- 23) C. R. Hu : Phys. Rev. Lett. **72** 1526 (1994) ; J. Yang, and C. R. Hu : Phys. Rev. B **50** 16766 (1994).
- 24) S. Kashiwaya, Y Tanaka, M. Koyanagi, H. Takashima, and K. Kajimura : Phys. Rev. B **51** 1350 (1995).
- 25) Y. Tanaka, and S. Kashiwaya : Phys. Rev. Lett. **74** 3451 (1995) ; Phys. Rev. B **53** 9371 (1996).
- 26) I. Iguchi, W. Wang, M. Yamazaki, Y. Tanaka, and S. Kashiwaya : Phys. Rev. B. **62** R6131 (2000).
- 27) M. Yamashiro, Y. Tanaka, and S. Kashiwaya: Phys. Rev. B **56** (1997) 7847.
- 28) M. Yamashiro, Y. Tanaka, Y. Tanuma and S. Kashiwaya, J. Phys. Soc. Jpn. **67**, 3224 (1998).
- 29) C. Honerkamp and M. Sigrist: J. Low. Temp. Phys. **111**, 898 (1998).
- 30) Z. Q. Mao, K. D. Nelson, R. Jin, Y. Liu and Y. Maeno: Phys. Rev. Lett. **87** (2001) 037003.
- 31) V. T. Petrashov, V. N. Antonov, P. Delsing and T. Claeson, Phys. Rev. Lett. **70**, 347 (1993).
- 32) A. Kastalsky, A. W. Kleinsasser, L. H. Greene, R. Bhat, F. P. Milliken, and J. P. Harbison, Phys. Rev. Lett. **67**, 3026 (1991).
- 33) B. J. van Wees, P. de Vries, P. Magnee, and T. M. Klapwijk, Phys. Rev. Lett. **69**, 510 (1992).
- 34) C. W. J. Beenakker, Rev. Mod. Phys. **69**, 731 (1997); Phys. Rev. B **46**, 12 841 (1992).
- 35) A. F. Volkov, A. V. Zaitsev, and T. M. Klapwijk, Physica C1 **210**, 21 (1993).

-
- 36) D. H. Hernando, Ph. D. thesis, University of Delft, 2002.
 - 37) Y. Tanaka, Y.V. Nazarov and S. Kashiwaya, Phys. Rev. Lett. **90**, 167003 (2003); Y. Tanaka, Y.V. Nazarov, A. A. Golubov and S. Kashiwaya, Phys. Rev. B **69** 144519 (2004).
 - 38) Y. Tanaka and S. Kashiwaya, Phys. Rev. B **70**, 012507 (2004).
 - 39) Y. Tanaka, S. Kashiwaya and T. Yokoyama, Phys. Rev. B **71**, 094513 (2005).
 - 40) D. B. Josephson : Phys. Lett. **12** 251 (1962).
 - 41) A. A. Golubov, M. Yu. Kupriyanov, and E. Il'ichev Rev. Mod. Phys. **76**, 411 (2004).
 - 42) V. Ambegaokar, and A. Baratoff : Phys. Rev. Lett. **10** 486 (1963).
 - 43) A. Furusaki, and M. Tsukada : Sol. State. Com. **78** 299 (1991).
 - 44) A. Furusaki, and M. Tsukada : Phys. Rev. B **43** 10164 (1991).
 - 45) C. Ishii : Progress of Theoretical Physics **44** 1525 (1970) ; Progress of Theoretical Physics **47** (1972).
 - 46) Y. Tanaka, S. Kashiwaya : Phys. Rev. B **53** R11957 (1996).
 - 47) Y. Tanaka, S. Kashiwaya : Phys. Rev. B **56** 892 (1997).
 - 48) Y. Tanaka, S. Kashiwaya : Physica C **293** 101 (1997).
 - 49) S. Shirai, H. Tsuchiura, Y. Asano, Y. Tanaka, J. Inoue, Y. Tanuma, and S. Kashiwaya : cond-mat/0304074 (2003).
 - 50) H. Hilgenkamp and J. Mannhart Rev. Mod. Phys. **74**, 485 (2002).
 - 51) H. Hilgenkamp, J. Mannhart, and B. Mayer : Phys. Rev. B **53** 14586 (1996).
 - 52) K. A. Delin and A. W. Kleinsasser, Supercond. Sci. Technol. **9**, 227 (1996).
 - 53) G. Testa, E. Sarnelli, A. Monaco, E. Esposito, M. Ejrnaes, D.-J. Kang, S. H. Menema, E. J. Tarte, and M. G. Blamire Phys. Rev. B **71**, 134520 (2005)
 - 54) Y. Asano: Phys. Rev. B **64** (2001) 224515.
 - 55) Y. S. Barash, A. M. Bobkov and M. Fogelström: Phys. Rev. B **64** (2001) 214503.
 - 56) Y. Asano : Phys. Rev. B **64** 224515 (2001).
 - 57) M. Nishida, N. Hatakenaka, and S. Kurihara : Phys. Rev. Lett. **88** 145302 (2002).
 - 58) V. Ambegaokar, P. G. de Gennes, D. Rainer: Phys. Rev. A **9** (1974) 2676.

-
- 59) A. Millis, D. Rainer, and J. A. Sauls: Phys. Rev. B **38** (1988) 4504.
- 60) A. Sumiyama, T. Endo, Y. Oda, Y. Yoshida, A. Mukai, A. Ono, Y. Onuki : Physica C **367** 129 (2002).
- 61) Y. Asano : Phys. Rev. B **64** 014511 (2001).
- 62) Y. Asano : J. Phys. Soc. Jpn **71** 905 (2002).
- 63) Y. Asano, and K. Katabuchi : J. Phys. Soc. Jpn **71** 1974 (2002).
- 64) Yu. S. Barash, A. M. Bobkov, and M. Fogelström : Phys. Rev. B **64** 214503 (2001).
- 65) Y. Asano, Y. Tanaka, Y. Tanuma, K. Kuroki, and H. Tsuchiura : cond-mat/0310276 (2003).
- 66) M. Baibich *et al.*, Phys. Rev. Lett. **61** 2472 (1988).
- 67) S. S. P. Parkin *et al.*, Proc. IEEE **91**, 661 (2003).
- 68) T. Miyazaki and N. Tezuka, J. Magn. Mater. **139**, L231 (1995).
- 69) J.S. Moodera *et al.*, Phys. Rev. Lett. **74**, 3273 (1995).
- 70) G. Schmidt, D. Ferrand, L.W. Molenkamp, A.T. Filip, and B.J. van Wees, Phys. Rev. B **62**, R4790 (2000).
- 71) R. Fiederling, M. Keim, G. Reuscher, W. Ossau, G. Schmidt, A. Waag, and L.W. Molenkamp, Nature **402** 787 (1999).
- 72) Y. Ohno, D.K. Young, B. Beschoten, F. Matsukura, H. Ohno, and D.D. Awschalom, Nature **402** 790 (1999).
- 73) A.T. Hanbicki, B.T. Jonker, G. Itskos, G. Kioseoglou, A. Petrou, cond-mat/0110059.
- 74) V.F. Motsnyi, V.I. Safarov, J. De Boeck, J. Das, W. van Roy, E. Goovaerts, G. Borghs, cond-mat/0110240.
- 75) G. Schmidt, G. Richter, P. Grab, C. Gould, D. Ferrand. and L.W. Molenkamp, Phys. Rev. Lett., **87** 227203 (2001).
- 76) E.I. Rashba, Phys. Rev. B **62**, R16267 (2000).
- 77) H.J. Zhu, M. Ramateiner, H. Kostial, M. Wassermeier, H.-P. Schönherr, and K.H. Ploog, Phys. Rev. Lett. **87** 016601 (2001).
- 78) S. Datta and B. Das, Appl. Phys. Phys. Lett. **56**, 665 (1990).

-
- 79) J. Nitta, T. Akazaki, H. Takayanagi, and T. Enoki, Phys. Rev. Lett. **78**, 1335 (1997).
- 80) M. I. Dyakonov and V. I. Perel, Phys. Lett. **A35**, 459 (1971).
- 81) S. Murakami, N. Nagaosa, and S.-C. Zhang, Science **301**, 1348 (2003).
- 82) J. Sinova, D. Culcer, Q. Niu, N. A. Sinitsyn, T. Jungwirth, and A. H. MacDonald, Phys. Rev. Lett. **92**, 126603 (2004).
- 83) Y. K. Kato, R. C. Myers, A. C. Gossard, and D. D. Awschalom, Science **306**, 1910 (2004)
- 84) J. Wunderlich, B. Kaestner, J. Sinova, and T. Jungwirth, Phys. Rev. Lett. **94**, 047204 (2005).
- 85) S. Murakami, N. Nagaosa, and S.-C. Zhang, Phys. Rev. Lett. **93**, 156804 (2005).
- 86) S.A. Wolf, D.D. Awschalom, R.A. Buhrman, J.M. Daughton, S.V. Molnar, M.L. Roukes, A.Y. Chtchelkanova, and D.M. Treger, Science. **194** 1488 (2001).
- 87) I. Zutic, J. Fabian, and S. Das Sarma, Rev. Mod. Phys. **76**, 323 (2004).
- 88) Yaroslav Tserkovnyak, Arne Brataas, Gerrit E. W. Bauer, and Bertrand I. Halperin Rev. Mod. Phys. **77**, 1375 (2005)
- 89) *Spin Dependent Transport in Magnetic Nanostructures*, edited by S. Maekawa and T. Shinjo (Taylor and Francis, London, 2002).
- 90) *Semiconductor Spintronics and Quantum Computation*, edited by D. D. Awschalom, D. Loss, and N. Samarth (Springer, Berlin, 2002).
- 91) 小出昭一郎: 基礎物理学選書「量子力学 (II)(改訂版)」 (裳華房, 1996); 西島 和彦: 相対論的量子力学, (培風館, 1973)
- 92) P. R. Hammar, B. R. Bennett, M. J. Yang and M. Jhonson, Phys. Rev. Lett. **83** 203 (1999).
- 93) E.I. Rashba, Fiz. Tverd.Tela. **2**, 1224 (1960) [Sov. Phys. Solid State. **2**, 1109 (1960)]
- 94) Yu.A. Bychkov and E.I. Rashba, Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz. **39**, 66 (1984)[JETP. Lett. **39**, 78 (1984)].
- 95) A. I. Buzdin, Rev. Mod. Phys. **77**, 935 (2005).
- 96) M.J.M. de Jong and C.W.J. Beenakker, Phys. Rev. Lett. **74**, 1657 (1995).

-
- 97) P. M. Tedrow and R. Meservey, Phys. Rev. Lett. **26**, 192 (1971); Phys. Rev. B **7**, 318 (1973); R. Meservey and P. M. Tedrow, Phys. Rep. **238**, 173 (1994).
- 98) S. K. Upadhyay, A. Palanisami, R. N. Louie, and R. A. Buhrman Phys. Rev. Lett. **81**, 3247 (1998).
- 99) R. J. Soulen Jr., J. M. Byers, M. S. Osofsky, B. Nadgorny, T. Ambrose, S. F. Cheng, P. R. Broussard, C. T. Tanaka, J. Nowak, J. S. Moodera, A. Barry, J. M. D. Coey Science **282**, 85 (1998).
- 100) D. Saint-James, D. Sarma, and E. J. Thomas, *Type II Superconductivity* (Pergamon, New York, 1969) .
- 101) P. W. Anderson and H. Suhl, Phys. Rev. **116**, 898 (1959).
- 102) M. B. Maple, , and O. Fisher, Eds., *in Superconductivity in Ternary Compounds II, Topics in Current Physics* (Springer-Verlag, Berlin, 1982).
- 103) S. S.Saxena, P. Agarwal, K. Ahilan, F. M. Grosche, R. K. W. Haselwimmer, M. J. Steiner, E. Pugh, I. R. Walker, S. R. Julian, P. Monthoux, G. G. Lonzarich, A. Huxley, I. Sheikin, D. Braithwaite, and J. Flouquet, Nature (London) **406**, 587 (2000).
- 104) D. Aoki, A. Huxley, E. Ressouche, D. Braithwaite, J. Flouquet, J.-P. Brison, E. Lhotel, and C. Paulsen, Nature (London) **413**, 613 (2001).
- 105) P. Fulde and A. Ferrel, Phys. Rev. **135**, A550 (1964).
- 106) A. Larkin and Y. Ovchinnikov, Sov. Phys. JETP **20**, 762 (1965).
- 107) A. Bianchi, R. Movshovich, C. Capan, P. G. Pagliuso, and J. L. Sarrao, Phys. Rev. Lett. **91**, 187004 (2003).
- 108) K. Yang and S. L. Sondhi, Phys. Rev. B **57**, 8566 (1998).
- 109) E. A. Demler, G. B. Arnold, and M. R. Beasley, Phys. Rev. B **55**, 15 174 (1997).
- 110) L. N. Bulaevskii, V. V. Kuzii, and A. A. Sobyenin, JETP Lett. **25**, 290 (1977)
- 111) T. Kontos, M. Aprili, J. Lesueur, and X. Grison, Phys. Rev. Lett. **86**, 304 (2001).
- 112) V. V. Ryazanov, V. A. Oboznov, A. Yu. Rusanov, A. V. Veretennikov, A. A. Golubov, and J. Aarts, Phys. Rev. Lett. **86**, 2427 (2001).
- 113) M. Giroud, H. Courtois, K. Hasselbach, D. Mailly, and B. Pannetier, Phys. Rev. B **58**, R11872 (1998).

-
- 114) V. T. Petrashov, I. A. Sosnin, I. Cox, A. Parsons, and C. Troadec, Phys. Rev. Lett. **83**, 3281 (1999).
- 115) F. S. Bergeret, A. F. Volkov, and K. B. Efetov, Phys. Rev. Lett. **86**, 4096 (2001);
F. S. Bergeret, A. F. Volkov, and K. B. Efetov, Rev. Mod. Phys. **77**, 1321 (2005).
- 116) M. Sarachik, E. Corenzwit and L. D. Longinotti: Phys. Rev. **135** (1964) A1041.
- 117) J. Kondo: Prog. Theor. Phys. **32** (1964) 37.
- 118) A. A. Abrikosov and L. P. Gor'kov: Zh. Eksp. Teor. Fiz. **39** (1960) 1781 [Sov. Phys. JETP **12** (1961) 1243].
- 119) K. G. Wilson: Rev. Mod. Phys. **47** (1975) 773.
- 120) P. Nozieres, J. Low Temp. Phys. **17** (1974) 31.
- 121) K. Yamada: Prog. Theor. Phys. **53** (1975) 970.
- 122) K. Yosida and K. Yamada, Prog. Theor. Phys. Suppl. No. **46** (1970), 244.
- 123) M. B. Maple, W. A. Fertig, A. C. Mota, L. E. DeLong, D. Wohlleben and R. Fitzgerald: Solid State Commun. **11** (1972) 829.
- 124) O. V. Konstantinov and V. I. Perel, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **39**, 197 (1960); [Sov. Phys. JETP **12**, 142 (1961)].
- 125) L. P. Kadanoff and G. Baym, *Quantum Statistical Mechanics* (Benjamin, New York, 1962).
- 126) L. V. Keldysh, Sov. Phys. JETP **20** 1018 (1965).
- 127) B. L. Altshuler and A. G. Aronov, Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz. **27**, 700 (1978); [JETP Lett. **27**, 662 (1978)].
- 128) B. L. Altshuler and A. G. Aronov, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **75**, 1610 (1978); [Sov. Phys. JETP **48**, 812 (1978)].
- 129) B. L. Altshuler and A. G. Aronov, Pis'ma, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **30**, 514, (1979); [JETP Lett. **30**, 482 (1979)].
- 130) G. Eilenberger, Z. Phys. **214**, 195 (1968).
- 131) G. M. Eliashberg, Sov. Phys. JETP **34**, 668 (1971).
- 132) A. I. Larkin and Yu. V. Ovchinnikov, Sov. Phys. JETP **28** 1200 (1969).
- 133) A. I. Larkin and Yu. V. Ovchinnikov, Sov. Phys. JETP **41** 960 (1975); Sov. Phys. JETP **46** 155 (1977).

-
- 134) P. Wölfle, Prog. Low Temp. Phys. **7**, 191 (1978).
- 135) J. W. Serene and D. Rainer, Phys. Rep. **101**, 221 (1983).
- 136) S. N. Artemenko and A. F. Volkov, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **80**, 2018 (1981); [Sov. Phys. JETP **53**, 1050 (1981)].
- 137) S. N. Artemenko and A. F. Volkov, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **81**, 1872 (1981); [Sov. Phys. JETP **54**, 992 (1981)].
- 138) U. Eckern, J. Low Temp. Phys. **62**, 525 (1986).
- 139) Guang-Zhao Zhou, Zhao-bin Su, Bai-lin Hao, and Lu Yu, Phys. Rev. B **22**, 338 (1980).
- 140) A. Schmid, J. Low Temp. Phys. **49**, 609 (1982).
- 141) Y. Nambu, Phys. Rev. **117**, 648 (1960).
- 142) J. R. Schrieffer, *The Theory of Superconductivity*, (Benjamin, New York, 1964).
- 143) L. P. Gor'kov, Sov. Phys. JETP **9**, 1364 (1959); Sov. Phys. JETP **10**, 998 (1960)
- 144) A. I. Larkin and Yu. N. Ovchinnikov, in *Nonequilibrium Superconductivity*, edited by D. N. Langenberg and A. I. Larkin (North Holland, Amsterdam, 1986), p. 493; J. Rammer and H. Smith Rev. Mod. Phys. **58**, 323 (1986); C. J. Lambert and R. Raimondi, J. Phys.: Condens. Matter **10**, 901 (1998); N. B. Kopnin, *Theory of Nonequilibrium Superconductivity*, Clarendon Press, Oxford, (2001); Venkat Chandrasekhar, cond-mat/0312507, Chapter published in, " *The Physics of Superconductors*," Vol II, edited by Bennemann and Ketterson, Springer-Verlag, 2004.
- 145) K.D. Usadel, Phys. Rev. Lett. **25** 507 (1970).
- 146) K. B. Efetov, A. I. Larkin, and D. E. Khmel'nitsky, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **79**, 1120 (1980) [Sov. Phys. JETP **52**, 568 (1980)].
- 147) K. B. Efetov, Adv. Phys. **32**, 53 (1983); *Supersymmetry in Disorder and Chaos* (Cambridge University Press, New York, 1997).
- 148) M. V. Feigelman, A. I. Larkin, and M. A. Skvortsov, Phys. Rev. B **61**, 12361 (2000).
- 149) P. Schwab and R. Raimondi, Ann. Phys. (Leipzig) **12**, 471 (2003).
- 150) Yu. V. Nazarov, Phys. Rev. Lett. **73**, 1420 (1994); Superlatt. Microstruct. **25** 1221 (1999).
- 151) A. Brataas, Yu.V. Nazarov, and G.E.W. Bauer, Phys. Rev. Lett. **84**, 2481 (2000); Eur. Phys. J. B **22**, 99 (2001).

-
- 152) G.E.W. Bauer, Yu.V. Nazarov, and A. Brataas, *Physica E (Amsterdam)* **74**, 137 (2001).
- 153) Y. Tserkovnyak, A. Brataas, G.E.W. Bauer, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 117601 (2002).
- 154) A. Brataas, Y. Tserkovnyak, G.E.W. Bauer, and B. Halperin, *Phys. Rev. B* **66**, 060404 (2002).
- 155) D. H. Hernando, Yu. V. Nazarov, and W. Belzig, condmat/0204116 (unpublished).
- 156) 日本物理学会誌 **53** (1998) 911, S. Kashiwaya and Y. Tanaka, *Rep. Prog. Phys.* **63**, 1641 (2000).
- 157) Y. Tanaka and S. Kashiwaya: *Phys. Rev. Lett.* **74** (1995) 3451.
- 158) G. M. Eliashberg, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **61**, 1254 [*Sov. Phys. JETP* **34** 668 (1972)]; A. I. Larkin and Yu. V. Ovchinnikov, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **73** 299 [*Sov. Phys. JETP* **46** 155 (1977)]; A.F. Volkov, A.V. Zaitsev and T.M. Klapwijk, *Physica C* 210 21 (1993).
- 159) M.Yu. Kupriyanov and V. F. Lukichev, *Zh. Exp. Teor. Fiz.* **94** 139 (1988)[*Sov. Phys. JETP* **67** 1163 (1988)]

第I部

スピンの依存しない近接効果

第2章 高温超伝導体接合系における Meissner 効果

2.1 はじめに

汚れた金属/超伝導体 (DN/S) 接合系では S から Cooper 対が染みこんでくるために DN に超伝導が誘起される。この近接効果は BCS 理論の定式化以来、今日まで調べられてきた。DN/S 接合系での Meissner 反磁性は Oda ら¹⁾ や Mota ら²⁾ によって測定され、汚れた極限で $T^{-1/2}$ という温度依存性を示すことが明らかにされた。準古典 Green 関数法は DN/S 接合系での Meissner 効果を調べるために古くから使われている。

Eilenberger ら³⁻⁵⁾ によって創られた準古典 Green 関数法は Zaikin⁶⁾ と Kieselmann⁷⁾ によって DN/S 接合系での Meissner 効果を調べるために応用された。Narikiyo と Fukuyama⁸⁾ は Anderson 不純物を含む半無限系での Meissner 遮蔽長を計算した。Higashitani と Nagai は Meissner 効果をクリーンリミットで計算した⁹⁾。Belzig らは DN/S 界面で透過率の高い極限でより現実的な系を調べた^{10,11)}。界面での境界条件は今のところ Kupriyanov と Lukichev (KL) によって得られたものが広く使われている¹²⁾。

より一般的な境界条件が Nazarov によって導かれ、KL の境界条件は Nazarov の境界条件の透過率の低い極限で一致する¹³⁾。過去の仕事のほとんどが DN/S 接合における Meissner 効果の研究で KL の境界条件を用いている。

一方で、金属/ d -波超伝導体接合では d -波超伝導体の界面でミッドギャップ Andreev 共鳴状態 (MARS) が形成されることが明らかになっている。MARS は様々な物理量に大きな影響を与える¹⁴⁾。Nazarov の境界条件は最近、異方の超伝導体接合系に拡張された^{15,16)}。これにより d -波超伝導体接合系では近接効果と MARS は競合し、 p -波超伝導体接合系では近接効果と MARS は共存することがわかった。この Keldysh-Nambu 空間での Green 関数で表現された新しい境界条件は様々な物理量を計算するのに適している。そこで本章ではこの新しい境界条件を用いて DN/ d -波超伝導体接合系で、超伝導の本質的な効果である Meissner 効果を調べることにする。以下では DN/ d -波超伝導体接合系で接合界面のバリアの高さと d -波超伝導体の結晶軸の向きなどを変えながら DN の部分の帯磁率を計算する。

2.2 モデルと計算方法

ここではモデルと計算方法を説明する。真空 (VAC) と超伝導体の領域が、長さ L の準一次元的な乱れた金属 (DN) によってつながっているとす。 L は平均自由行程よりも十分に大きいとする。ここでは $x = L$ にある DN/ d -波超伝導体の界面には R_b の抵抗があり、 $x = 0$ にある DN/VAC 界面は鏡面的であるとする。DN/ d -波超伝導体接合の界面で一般化

された境界条件¹⁵⁾を用いる. 弱い外部磁場 H は z 方向を向いているとする (図 2.1). ベクトルポテンシャルは x に依存し, y 成分のみを持つように取ることができる.

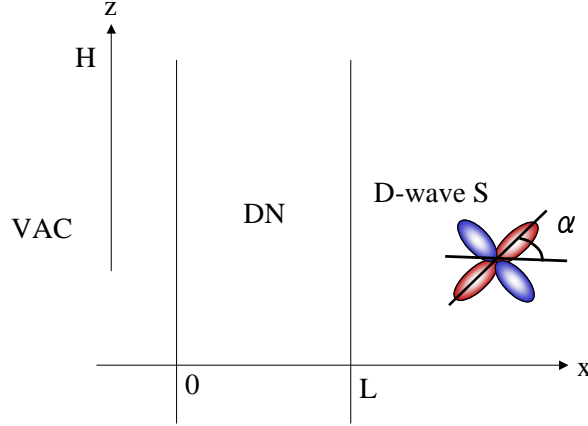


図 2.1 モデルの模式図.

DN/ d -波超伝導体接合の界面におけるバリアはデルタ関数を用いて $U(x) = H\delta(x - L)$ のようにあらわす. このとき界面の透過率は $T_m = 4 \cos^2 \phi / (4 \cos^2 \phi + Z^2)$ のようになり, $Z = 2H/v_F$ は無次元パラメータ, ϕ は接合系の法線方向から測った準粒子の入射角度である. また, v_F は Fermi 速度である. 以下で θ でパラメータ化した Usadel 方程式を解く¹⁷⁾. $\theta(x)$ は DN の近接効果の強さを表し, 以下の方程式に従う.

$$D \frac{\partial^2}{\partial x^2} \theta(x) - 2\omega_n \sin[\theta(x)] = 0, \quad (2.1)$$

ここで D と ω_n は拡散定数と松原振動数である. DN/ d -波超伝導体接合の界面での $\theta(x)$ に対する境界条件は文献¹⁵⁾にあるものを使う. 界面の抵抗 R_b は以下であたえられる.

$$R_b = R_0 \frac{2}{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\phi T(\phi) \cos \phi} \quad (2.2)$$

ここで $T(\phi) = 4 \cos^2 \phi / (4 \cos^2 \phi + Z^2)$ である. R_0 は Sharvin 抵抗 $R_0^{-1} = e^2 k_F^2 S_c / (4\pi^2)$. k_F は Fermi 波数, S_c は接合部の面積である. 電流分布は以下で与えられる.

$$j(x) = -8\pi e^2 N(0) D T \sum_{\omega_n > 0} \sin^2 \theta(x) A(x), \quad (2.3)$$

ここで $A(x)$, $N(0)$, T はそれぞれベクトルポテンシャル, Fermi エネルギーでの状態密度, 系の温度である. Maxwell 方程式は

$$\frac{d^2}{dx^2} A(x) = -4\pi j(x). \quad (2.4)$$

とかけて $A(x)$ に対する境界条件は

$$\frac{d}{dx}A(0) = H, \quad A(L) = 0, \quad (2.5)$$

で与えられる。ここで超伝導体の磁場侵入長は短いと仮定し、超伝導体への磁場の侵入を無視した。最終的に帯磁率は以下で与えられる。

$$-4\pi\chi = 1 + \frac{A(0)}{HL}. \quad (2.6)$$

d -波超伝導体のペアポテンシャルは方向空間で $\Delta_{\pm} = \Delta(T) \cos 2(\phi \mp \alpha)$ のようかけるとする。 $\Delta(T)$ は温度 T におけるペアポテンシャルの大きさであり、 α は接合界面の法線方向と d -波超伝導体の結晶軸のなす角度である。

2.3 計算結果

以下近接効果によって誘起された反磁性帯磁率 χ に注目する。図 2.2 と 2.3 はそれぞれ $Z = 10$ と $Z = 0$ での反磁性帯磁率を示している。ここで $K = 16\pi e^2 N(0) D^2$ である。 $\alpha = 0$ のとき $-4\pi\chi$ の温度依存性は $Z = 10$ と $Z = 0$ ではあまり変わらない。 $\alpha = 0.125\pi$ のとき $Z = 10$ に対する χ の大きさは $Z = 0$ に比べて強く抑制される。これは Z が大きいほうが MARS の効果が顕著だからである。また α の増加とともに χ が減少することもわかる。とくに $\alpha = 0.25\pi$ のとき帯磁率は 0 になる。これは対称性から角度平均により近接効果が消失するためである¹⁵⁾。この近接効果の消失は異方的超伝導体を含む接合系に特有の顕著な性質である。

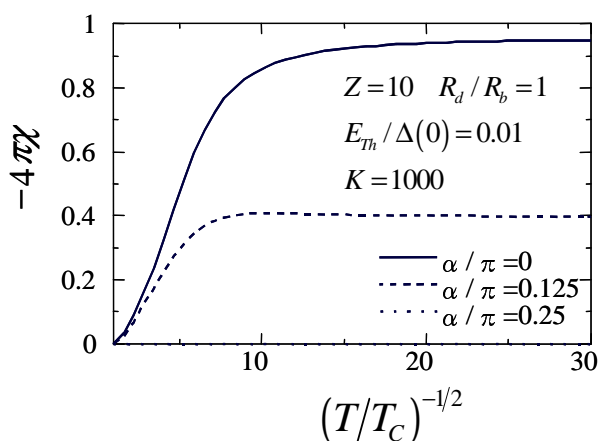


図 2.2 $Z = 10$ に対する帯磁率.

次に帯磁率の α 依存性を見ることにする。 $T/T_C = 0.01$ と $T/T_C = 0.1$ の場合の計算結果を図 2.4 に示した。いずれの場合も χ は α の減少関数であることが見て取れる。 $T/T_C = 0.01$

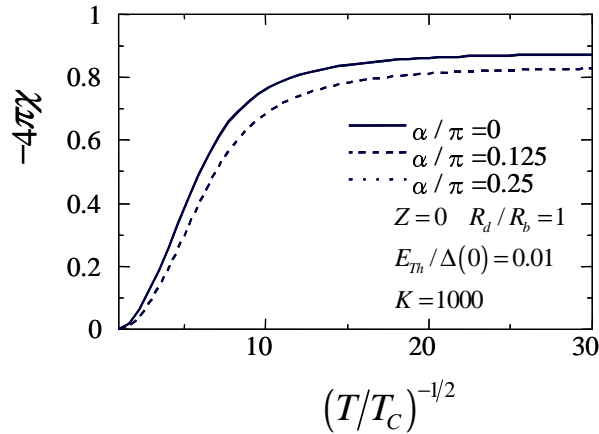


図 2.3 $Z = 0$ に対する帯磁率.

のときは $Z = 10$ に対する χ の大きさは α の増加とともに急激に減少することがわかる. この結果は MARS が低温かつ界面の透過率が低いときに近接効果を強く抑制することを示している.

2.4 結論

本章では DN/ d -波超伝導体接合系で接合界面のバリアの高さと d -波超伝導体の結晶軸の向きなどを変えながら DN の部分に誘起された反磁性帯磁率を計算した. MARS の形成の効果¹⁴⁾ を取り入れた一般化された境界条件¹⁵⁾ を用い Usadel 方程式を解くことで以下の点を明らかにした.

1. 帯磁率 χ の大きさは α が 0 から 0.25π まで増加するにつれ単調に減少することがわかった.

2. 特に $\alpha = 0.25\pi$ の場合はすべての準粒子が MARS の影響を受けるため χ は 0 になる.

このように DN 中に見える異常な近接効果が実験的に観測されれば大変興味深いことである. その他の興味深い問題は d -波超伝導体の代わりに DN/ p -波超伝導体接合系で同様の Meissner 効果の計算をすることである. なぜなら DN/ p -波超伝導体接合系では最近新しい異常な現象が予言されているからである¹⁶⁾.

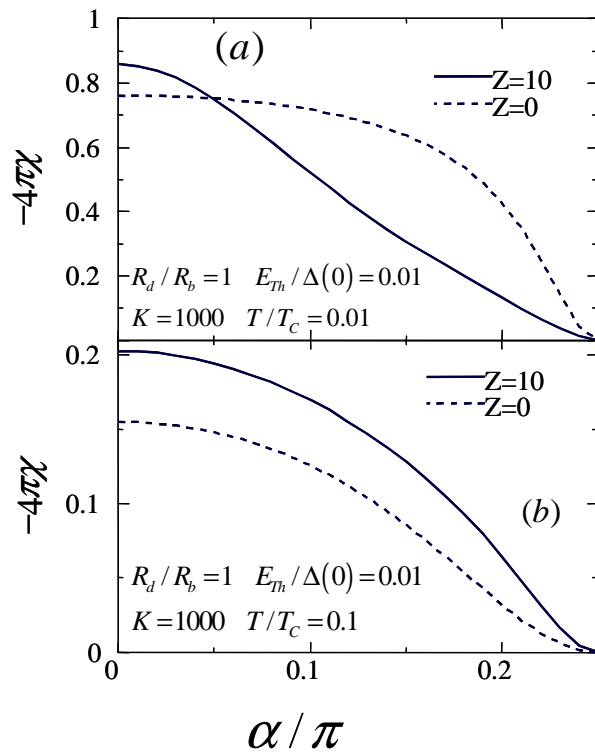


図 2.4 帯磁率の α 依存性. 上図 $T/T_C = 0.01$. 下図 $T/T_C = 0.1$.

参考文献

- 1) Y. Oda, H. Nagano, Solid State Commun. **35** (1980) 631.
- 2) A. C. Mota, D. Marek, J. C. Weber, Helv. Phys. Acta **55** (1982) 647.
- 3) G. Eilenberger, Z. Phys. **214** (1968) 195.
- 4) G. M. Eliashberg, Sov. Phys. JETP **34** (1971) 668.
- 5) A. I. Larkin, Yu. V. Ovchinnikov, Sov. Phys. JETP **41** (1975) 960.
- 6) A. D. Zaikin, Solid State Commun. **41** (1982) 533.
- 7) G. Kieselmann, Phys. Rev. B **35** (1987) 6762.
- 8) O. Narikiyo, H. Fukuyama, J. Phys. Soc. Jpn. **58** (1989) 4557.
- 9) S. Higashitani, K. Nagai, J. Phys. Soc. Jpn. **64** (1995) 549.
- 10) W. Belzig, C. Bruder, G. Schön, Phys. Rev. B **53** (1996) 5727.
- 11) W. Belzig, C. Bruder, A. L. Fauchère, Phys. Rev. B **58** (1998) 14531.
- 12) M. Yu. Kupriyanov, V. F. Lukichev, Zh. Exp. Teor. Fiz. **94** (1988) 139 [Sov. Phys. JETP **67** (1988) 1163].
- 13) Yu. V. Nazarov, Superlattices and Microstructures **25** (1999) 1221.
- 14) Y. Tanaka, S. Kashiwaya Phys. Rev. Lett. **74** (1995) 3451; Y. Tanaka, S. Kashiwaya, Phys. Rev. B **56** (1997) 892; S. Kashiwaya, Y. Tanaka Rep. Prog Phys **63** (2000) 1641; Yu. S. Barash, M. S. Kalenkov, J. Kurkijärvi Phys. Rev. B **62** (2000) 6665.
- 15) Y. Tanaka, Yu. V. Nazarov, S. Kashiwaya, Phys. Rev. Lett. **90** (2003) 167003; Y. Tanaka, Yu. V. Nazarov, A. A. Golubov, S. Kashiwaya, Phys. Rev. B **69** (2004) 144519.
- 16) Y. Tanaka, S. Kashiwaya, Phys. Rev. B **70** (2004) 012507.
- 17) K. D. Usadel Phys. Rev. Lett. **25** (1970) 507.

第3章 高温超伝導体接合系における Josephson 電流の非単調な温度依存性

3.1 はじめに

超伝導体/絶縁体/超伝導体 (SIS) 接合での Josephson 効果¹⁾の発見以来、Josephson 効果は様々な接合系で調べられてきた^{2,3)}。SIS 接合や超伝導体/汚れた金属/超伝導体 (S/DN/S) 接合では温度が減少するにつれ臨界電流は単調に増加する。⁴⁻⁶⁾S/DN/S 接合では近接効果の結果として Cooper 対が DN に侵入していくことによって Josephson 電流が流れる。一方で、Josephson 効果は本質的に位相に敏感な現象なので超伝導体のペア対称性に強く依存する。*d*-波超伝導体/絶縁体/*d*-波超伝導体 (DID) 接合では界面でのミッドギャップ Andreev 共鳴状態 (MARS) の形成¹¹⁾のために臨界電流の非単調な温度依存性がおこる。⁷⁻¹⁰⁾ この MARS は *d*-波超伝導体のペアポテンシャルの符号変化に起因している。¹²⁾

近接効果と MARS の効果の関係を調べるため Tanaka らは異方的超伝導体からなる系にサーキット理論¹³⁾を拡張した¹⁴⁻¹⁶⁾。この理論は汚れた超伝導体接合で広く用いられている Usadel 方程式¹⁷⁾に対する境界条件を与える。この拡張されたサーキット理論は DN/*d*-波超伝導体接合に拡張され、DN 中での MARS と近接効果の強い競合が明らかになった^{14,15)}。しかし、この競合はまだ実験的に確認されていない。よって、この予言を確かめる方法を提案することが重要である。

本章では Josephson 効果にこの競合が現れることを示す。また、2つの超伝導体間の位相差を扱うために以前の理論^{14,15)}を拡張する。この定式化を応用し、新しい境界条件のもとで Usadel 方程式を解き *d*-波超伝導体/汚れた金属/*d*-波超伝導体 (D/DN/D) 接合における電流を計算する。これによって近接効果と MARS の Josephson 電流への影響を同時に調べることができるようになった。以下で近接効果と MARS の形成の競合が Josephson 電流の非単調な温度依存性の新しいメカニズムを与えることをしめす。

3.2 モデルと計算方法

ここではモデルと計算方法を説明する。*d*-波超伝導体の電極 (D) が長さ L 、抵抗が R_d の準一次元的な乱れた金属 (DN) によってつながっているとす。 L は平均自由行程よりも十分に大きとする。 $x = 0$ にある DN/D 界面は R'_b の抵抗をもち、 $x = L$ にある DN/D 界面には R_b の抵抗があるとする。 DN/S 界面におけるバリアはデルタ関数を用いて $U(x) = H\delta(x - L) + H'\delta(x)$ のようにあらわす。このとき界面の透過率は $T_m = 4 \cos^2 \phi / (4 \cos^2 \phi + Z^2)$, $T'_m = 4 \cos^2 \phi / (4 \cos^2 \phi + Z'^2)$ のようになり、 $Z = 2H/v_F$ と

$Z' = 2H'/v_F$ は無次元パラメータ, ϕ は接合系の法線方向から測った準粒子の入射角度である. v_F は Fermi 速度である. 図 3.1 にモデルの模式図を示した.

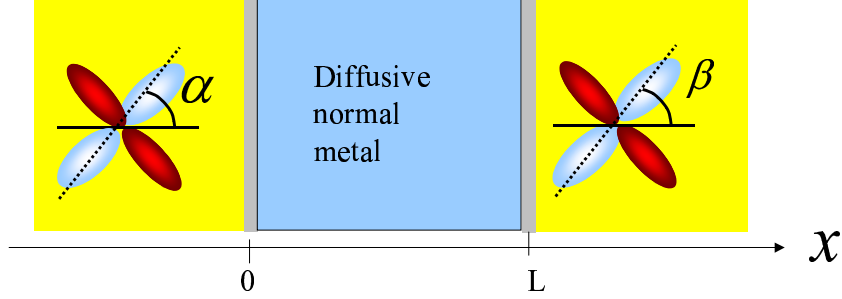


図 3.1 モデルの模式図.

準古典 Green 関数 G, F を Φ_ω を用いてパラメータ化する.^{2,3)}

$$G_\omega = \frac{\omega}{\sqrt{\omega^2 + \Phi_\omega \Phi_{-\omega}^*}}, F_\omega = \frac{\Phi_\omega}{\sqrt{\omega^2 + \Phi_\omega \Phi_{-\omega}^*}} \quad (3.1)$$

ここで ω は Matsubara 振動数である. このとき Usadel 方程式は¹⁷⁾

$$\xi^2 \frac{\pi T_C}{\omega G_\omega} \frac{\partial}{\partial x} \left(G_\omega^2 \frac{\partial}{\partial x} \Phi_\omega \right) - \Phi_\omega = 0 \quad (3.2)$$

となる. コヒーレンス長 $\xi = \sqrt{D/2\pi T_C}$, 拡散定数 D , 転移温度 T_C を用いた. 境界条件を導くため, 文献¹⁵⁾ のようにマトリクス電流を計算しなければならない. その結果, $x=0$ での境界条件は¹⁸⁾

$$\begin{aligned} \frac{G_\omega}{\omega} \frac{\partial}{\partial x} \Phi_\omega &= -\frac{R_d}{R_b' L} \left(-\frac{\Phi_\omega}{\omega} I_1' + e^{-i\varphi} (I_2' - iI_3') \right) \\ I_1' &= \left\langle \frac{2T_m' g_S'}{A'} \right\rangle' \quad I_2' = \left\langle \frac{2T_m' \bar{f}_S'}{A'} \right\rangle' \quad I_3' = \left\langle \frac{2T_m' f_S'}{A'} \right\rangle' \\ A' &= 2 - T_m' + T_m' (g_S' G_\omega \\ &+ \bar{f}_S' (B' \cos \varphi + C' \sin \varphi) + f_S' (C' \cos \varphi - B' \sin \varphi)) \\ B' &= \frac{G_\omega}{2\omega} (\Phi_\omega + \Phi_{-\omega}^*) \quad C' = \frac{iG_\omega}{2\omega} (\Phi_\omega - \Phi_{-\omega}^*) \\ g_S' &= \frac{g_+ + g_-}{1 + g_+ g_- + f_+ f_-} \quad \bar{f}_S' = \frac{f_+ + f_-}{1 + g_+ g_- + f_+ f_-} \end{aligned}$$

$$f'_S = \frac{i(f_+g_- - f_-g_+)}{1 + g_+g_- + f_+f_-} \quad (3.3)$$

$g_{\pm} = \omega / \sqrt{\omega^2 + \Delta_{\pm}^2}$, $f_{\pm} = \Delta_{\pm} / \sqrt{\omega^2 + \Delta_{\pm}^2}$ であり, $x = L$ での境界条件は

$$\frac{G_{\omega}}{\omega} \frac{\partial}{\partial x} \Phi_{\omega} = \frac{R_d}{R_b L} \left(-\frac{\Phi_{\omega}}{\omega} I_1 + (I_2 - iI_3) \right) \quad (3.4)$$

となる. ここで I_1, I_2, I_3 はそれぞれ I'_1, I'_2, I'_3 の添え字'を取り除き, 添え字'+を'-と交換し $\varphi = 0$ とおき β を α に代入することで得られる. ここで φ は接合系にわたる位相差であり, α と β はそれぞれ $x \leq 0$ と $x \geq L$ での接合界面の法線方向と d -波超伝導体の結晶軸のなす角度である.

この境界条件はとても一般的なものである. なぜなら Δ_{\pm} を適切に選ぶことで時間反転対称性を保つ $S_z = 0$ の任意の異方的超伝導体に適用できるからである. ここで S_z は Cooper ペアの全スピンの z -成分である. 以下ではペアポテンシャルを $x \leq 0$ に対し $\Delta_{\pm} = \Delta(T) \cos(2\phi \mp 2\alpha)$, $x \geq L$ に対し $\Delta_{\pm} = \Delta(T) \cos(2\phi \mp 2\beta)$ と選ぶ.

界面での入射粒子の様々な角度に対する角度平均は以下で定義される.

$$\langle B(\phi) \rangle^{(l)} = \frac{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\phi \cos \phi B(\phi)}{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\phi T^{(l)}(\phi) \cos \phi} \quad (3.5)$$

ここで $T^{(l)}(\phi) = T_m^{(l)}$ である. Usadel 方程式の解は変換 $\alpha \rightarrow -\alpha$, $\beta \rightarrow -\beta$ に対して不変である. このことは角度平均で ϕ を $-\phi$ と置き換えれば明らかである. 界面での抵抗 $R_b^{(l)}$ は

$$R_b^{(l)} = R_0^{(l)} \frac{2}{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\phi T^{(l)}(\phi) \cos \phi} \quad (3.6)$$

で与えられる. ここで例えば $R_b^{(l)}$ は R_b または R'_b を表し, $R_0^{(l)}$ は Sharvin 抵抗で 3次元の場合 $R_0^{(l)-1} = e^2 k_F^2 S_c^{(l)} / (4\pi^2)$ で与えられる. k_F は Fermi 波数, $S_c^{(l)}$ は接合部の面積である.

最終的に Josephson 電流は次の表式で与えられる.

$$\frac{eIR}{\pi T_C} = i \frac{RTL}{2R_d T_C} \sum_{\omega} \frac{G_{\omega}^2}{\omega^2} \left(\Phi_{\omega} \frac{\partial}{\partial x} \Phi_{-\omega}^* - \Phi_{-\omega}^* \frac{\partial}{\partial x} \Phi_{\omega} \right) \quad (3.7)$$

ここで温度 T , $R \equiv R_d + R_b + R'_b$ である. 以下では $I_C R$ の値に注目する. I_C は最大 Josephson 電流の大きさである.

3.3 計算結果

以下, $Z = Z'$, $R_b = R'_b$ が成り立つ対称的な接合を考えることにする. 図 3.2 (a) に $R_d/R_b = R_d/R'_b = 1$, $E_{Th}/\Delta(0) = 1$, $(\alpha, \beta) = (0, 0)$ での様々な Z と Z' に対する $I_C R$

値を温度の関数として図示した. $\alpha = \beta = 0$ に対して s -波接合の場合と同様, $I_C R$ は温度の減少とともに増加する. また Z と Z' の増加にしたがって $I_C R$ が増加する. これとは対照的に (b) に示した s -波接合の場合は Z と Z' の減少にしたがって $I_C R$ が増加する. この Z と Z' による $I_C R$ の増加を近接効果の度合いに対応する Φ_ω を計算することで説明することにする. $x = L/2$, $\varphi = \pi/2$, $T/T_C = 0.2$ での (a) のときに対応するパラメータを選ぶことにする. (c), (d) に示したように Z と Z' が増えるに従い $Re\Phi_\omega$ と $Im\Phi_\omega$ は増加する. よって $I_C R$ が大きな値をとることになる. d -波接合では文献¹⁵⁾ に示しているように近接効果は Z の減少, つまり界面の透過率の増加にしたがって抑制されていく. 近接効果のパラメータ Φ_ω は I_2, I_3, I'_2, I'_3 の様々なチャンネルの角度平均によって決まる. $\alpha = \beta = 0$ の d -波接合では入射角度 ϕ が $\pi/4 < |\phi| < \pi/2$ と $0 < |\phi| < \pi/4$ の準粒子では異なる符合の d -波ペアポテンシャルを感じる. 透過率の高い接合では角度平均の計算で $\pi/4 < |\phi| < \pi/2$ からの寄与は無視できない. よってペアポテンシャルの符号変化による打ち消しあいのため I_2, I_3, I'_2, I'_3 の値が小さくなる. 一方で透過率の低い接合では $0 < |\phi| < \pi/4$ の準粒子だけが大きな寄与をする. その結果 Φ_ω の大きさは高められる. このようにして Z と Z' の大きな透過率の低い接合では $I_C R$ 積が大きくなる理由が説明される.

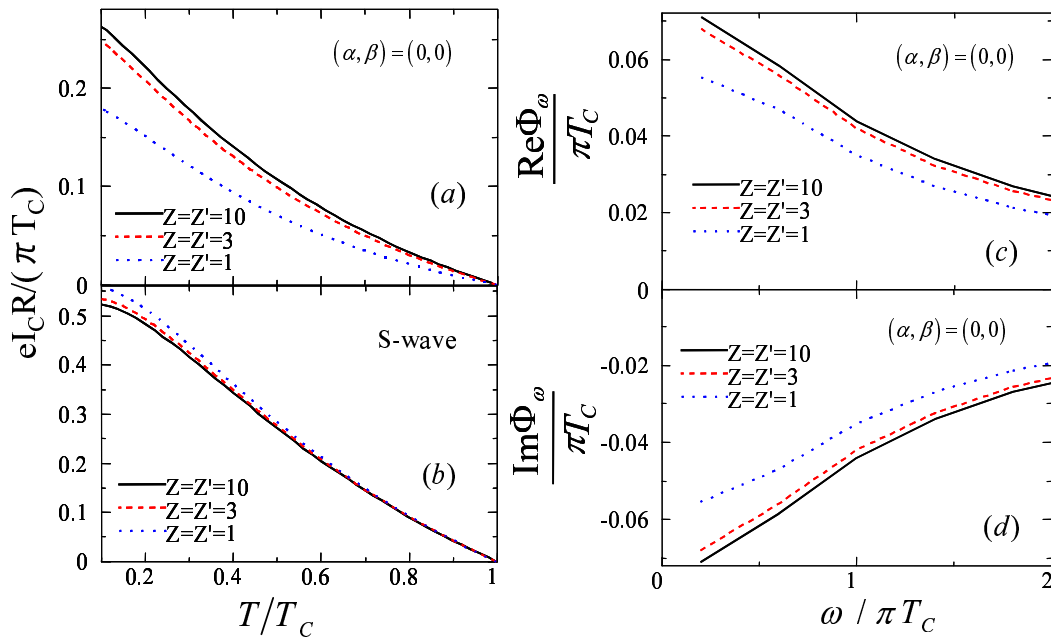


図 3.2 (a) $R_d/R_b = R_d/R'_b = 1$, $E_{Th}/\Delta(0) = 1$, $(\alpha, \beta) = (0, 0)$ に対する $I_C R$ 値の温度依存性. (b) s -波接合で (a) に対応する場合. $T/T_C = 0.2$ での (a) に対応するパラメータでの Φ_ω の実部 (c) と虚部 (d).

つぎに有限の α と β の場合を考える. 図 3.3 (a) は $Z = Z' = 10$, $E_{Th}/\Delta(0) = 1$ and $R_d/R_b = R_d/R'_b = 1$ のときの温度の関数としての $I_C R$ の値を示している. $(\alpha, \beta) = (0, 0)$ のとき図 3.2 ですでに示したように $I_C R$ は温度の減少とともに単調に増加する. それとは対照的に $(\alpha, \beta) = (\pi/8, 0)$ と $(\pi/8, \pi/8)$ のときは $I_C R$ は非単調な温度依存性を示す. (b) に

示したように界面の透過率はピーク構造に大きな影響を与える。(b)では $(\alpha, \beta) = (\pi/8, 0)$ のとき様々な Z と Z' に対して I_{CR} の温度依存性が図示してある。 Z と Z' が増加するにつれピーク構造は消えていくことがわかる。

この非単調な温度依存性は近接効果とMARSの形成の競合によって説明できる。 $\alpha = \beta = 0$ では近接効果が存在し界面でMARSが存在できないことが知られている。一方、 $\alpha = \beta = \pi/4$ のときはMARSが存在し近接効果が存在できない^{14,15)}。その他の場合は近接効果とMARSが存在できる。たとえば $\alpha = \beta = \pi/8$ のとき準粒子の入射角は以下のように2つの領域に分けられる。

$$\begin{aligned} \pi/8 \leq \phi_M < 3\pi/8, \\ 0 \leq \phi_P \leq \pi/8, \quad 3\pi/8 \leq \phi_P \leq \pi/2. \end{aligned} \quad (3.8)$$

ここで $\phi \in \phi_P$ を満たす準粒子は近接効果に寄与できるがMARSは形成できない。一方で、 $\phi \in \phi_M$ を満たす準粒子はMARSの形成を引き起こすが近接効果に寄与できない。従って ϕ_P と ϕ_M をもつ準粒子はそれぞれD/DN/D接合における電荷輸送に関しては異なる役割を果たすことになる。高温ではMARSの効果は無視できJosephson電流は $\phi \in \phi_P$ を満たす準粒子によって流れることになる。それとは対照的に低温では $\phi \in \phi_M$ を満たす準粒子の寄与が $\phi \in \phi_P$ を満たす準粒子の寄与にくらべて大きくなる。つまり、温度の減少とともにMARSの形成が近接効果を強く抑制していく。その結果、低温でJosephson電流が抑制される。よって近接効果とMARSが存在するとき $((\alpha, \beta) = (\pi/8, 0)$ や $(\pi/8, \pi/8)$ のとき)非単調な温度依存性が現れる。このことを図3.3(c), (d)に示したように $x = L/2$, $\varphi = \pi/2$, $(\alpha, \beta) = (\pi/8, 0)$ での Φ_ω をMatsubara振動数 ω の関数として計算することで確かめることができる。低エネルギーにおいて、高温の場合($T/T_C = 0.2, 0.3$)とは対照的に低温($T/T_C = 0.01$)では Φ_ω の大きさは抑制される。よって低温でMARSの形成により近接効果が強く抑制されることがわかり、このことが非単調な温度依存性の原因となる。界面の透過率が低いとき、つまり Z と Z' が大きいときMARSの近接効果への影響が大きくなる。したがって、図3.3(b)に示したように非単調な温度依存性は大きい Z と Z' に対して顕著になる。

I_{CR} の非単調な温度依存性をより詳しく調べるために T_p を I_{CR} が最大値をとる温度として定義する。大きな値の Z と Z' はピーク構造を作りだすのに本質的な条件であるが、 T_p は Z と Z' にほとんど依存しない。図3.3(a)と同じパラメータで $(\alpha, \beta) = (\pi/8, 0)$ のときの T_p の $R_d/R_b (=R_d/R'_b)$ と $E_{Th}/\Delta(0)$ に対する依存性をそれぞれ図3.4(a), (b)に示した。 R_d/R_b と $E_{Th}/\Delta(0)$ が増えるにつれ、 T_p の大きさも単調に増加する。ピーク構造を実験的に観測するためには大きな値の Z (Z')、 R_d/R_b (R_d/R'_b)、 $E_{Th}/\Delta(0)$ が必要である。これは高い絶縁体バリア、DNの小さな断面積、短いDNを意味する。ここでサーキット理論によればDNの断面積と接合部の面積を独立に変化させることができることに注意がいる¹³⁾。

超伝導の準古典理論に基いた以上の解析に加えて、recursive Green関数法¹⁹⁾に基づく数値シミュレーションでも非単調な振る舞いを確かめることができる。この数値シミュレーションでは準古典近似を用いずに数値的に不純物平均を行った。実際、図3.5に示すように $(\alpha, \beta) = (\pi/8, 0)$ に対して非単調な振る舞いを再現した。

最後に、今回の結果をバリストック接合での以前の研究と比べることにする。DID接

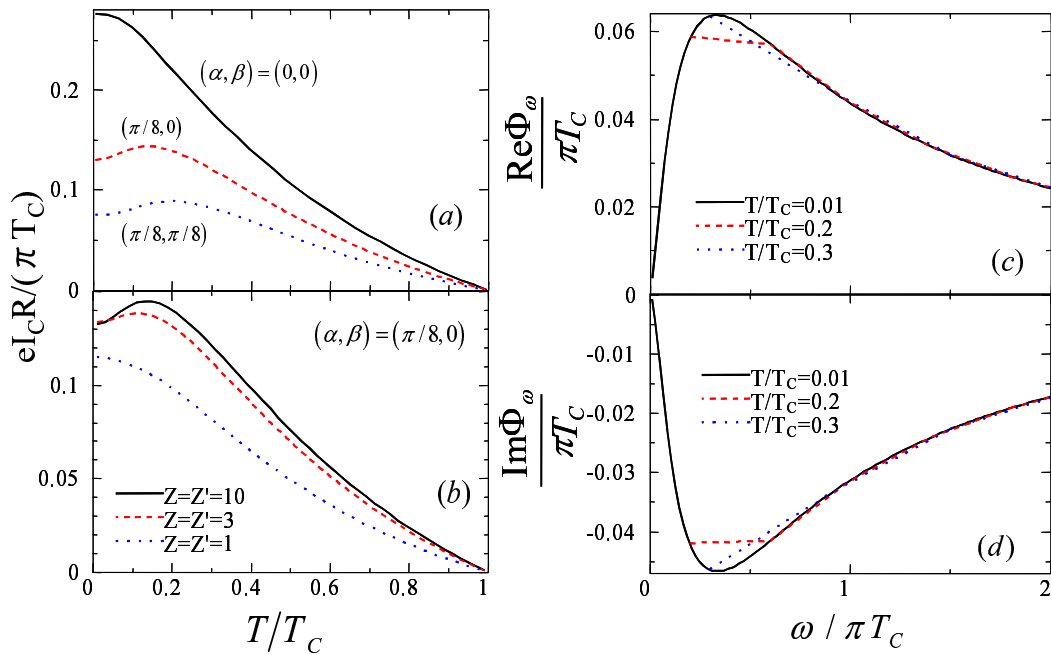


図 3.3 $Z = Z' = 10$, $E_{Th}/\Delta(0) = 1$, $R_d/R_b = R_d/R'_b = 1$ に対する $I_C R$ 値の温度依存性. (b) $(\alpha, \beta) = (\pi/8, 0)$ で (a) に対応する場合. $(\alpha, \beta) = (\pi/8, 0)$ での Φ_ω の実部 (c) と虚部 (d).

合では非単調な温度依存性は鏡映的な接合 ($\alpha = -\beta$) でのみ現れ, 対称的な接合 ($\alpha = \beta$) では非単調な温度依存性は決して現れない^{7,8)}. このとき Josephson 電流ははじめ増加し, 次に減少し, 最後に再び増加する. Josephson 接合は温度の減少とともに $0-\pi$ 転移を起こす. これらの予言は最近のグレインバウンダリー接合を用いた実験で確認されている^{9,10)}. 一方で, D/DN/D 接合では鏡映的な接合と対称的な接合では同じ結果, 特に非単調な温度依存性を与える. 鏡映的な DID 接合の場合のような低温での増加は見られない. DID 接合とは対照的に D/DN/D 接合では $0-\pi$ 転移も見られない.

3.4 結論

本章では d -波超伝導体/汚れた金属/ d -波超伝導体接合における Josephson 効果を調べた. Josephson 電流の計算を可能にする Green 関数に対する境界条件を導いた. 様々なパラメータでの電流を計算することで以下の点を明らかにした.

1. s -波接合の場合とは対照的に界面の絶縁体バリアの増加に従い $I_C R$ の値は大きくなる.
2. $I_C R$ 積は近接効果と MARS の競合のために非単調な温度依存性をしめす. この非単調な振る舞いの起源は, MARS のために $0-\pi$ 転移が起こる DID 接合の場合^{7,9,10)} におけるものとは本質的に異なる. D/DN/D 接合でのこの I_C の非単調な温度依存性を観測するためには大きな値の Z , Z' , R_d/R_b , R_d/R'_b , $E_{Th}/\Delta(0)$ が必要である.

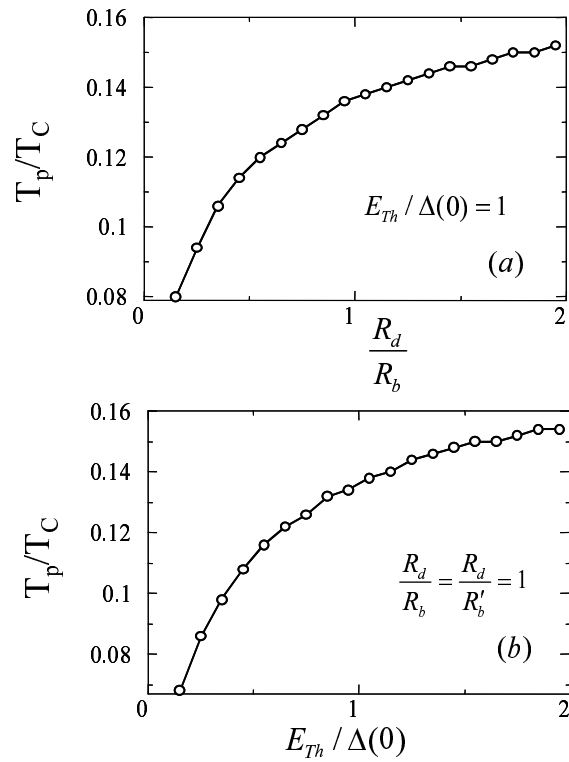


図 3.4 $R_d/R_b (= R_d/R'_b)$ (a) または $E_{Th}/\Delta(0)$ (b) の関数としてのピークでの温度.
 $Z = Z' = 10$, $(\alpha, \beta) = (\pi/8, 0)$.

今回の手法を用いれば s -波超伝導体/汚れた金属/ d -波超伝導体接合においても同様の非単調な温度依存性があることを示せる。YBaCuO/Pb 接合で I_C の非単調な温度依存性が観測されたという報告がある²⁰⁾。この実験が今回の結果と関係がある可能性はあるが、このことが正しいか調べるためにはより詳細な議論が必要である。

今回は異方的超伝導体の例として d -波ペアポテンシャルを選んだ。興味深い今後の問題は p -波超伝導体/汚れた金属/ p -波超伝導体接合における Josephson 電流の計算である。なぜなら、汚れた金属/ p -波超伝導体接合では興味深い現象が最近予言されたからである¹⁶⁾。

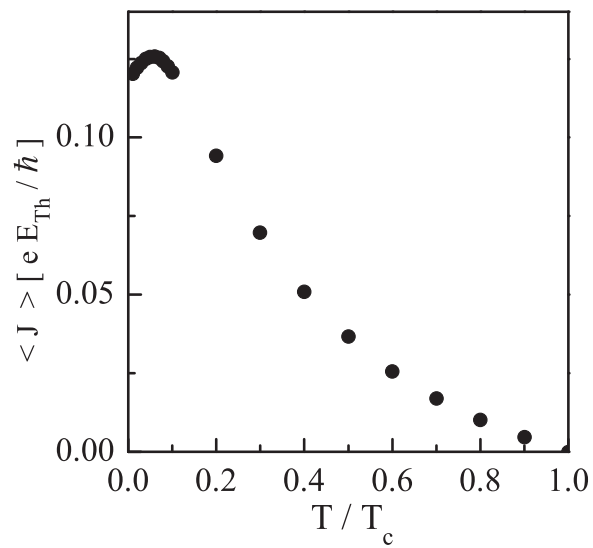


図 3.5 recursive Green 関数法によって計算した Josephson 電流. $(\alpha, \beta) = (\pi/8, 0)$ とした.

参考文献

- 1) B. D. Josephson, Phys. Lett. **1**, 251 (1962).
- 2) K.K. Likharev, Rev. Mod. Phys. **51**, 101 (1979).
- 3) A. A. Golubov, M. Yu. Kupriyanov, and E. Il'ichev Rev. Mod. Phys. **76**, 411 (2004).
- 4) V. Ambegaokar and A. Baratoff, Phys. Rev. Lett. **10**, 486 (1963).
- 5) M. Yu. Kupriyanov and V. F. Lukichev, Zh. Exp. Teor. Fiz. **94** (1988) 139 [Sov. Phys. JETP **67**, (1988) 1163].
- 6) A. V. Zaitsev, Physica C **185-189**, 2539 (1991).
- 7) Yu. S. Barash, H. Burkhardt, and D. Rainer, Phys. Rev. Lett. **77**, 4070 (1996); Y. Tanaka and S. Kashiwaya, Phys. Rev. B **53**, R11957 (1996); Y. Tanaka and S. Kashiwaya, Phys. Rev. B **56**, 892 (1997).
- 8) A. A. Golubov and M. Yu. Kupriyanov, JETP Lett. **69**, 262 (1999).
- 9) E. Il'ichev, M. Grajcar, R. Hlubina, *et al.*, Phys. Rev. Lett. **86**, 5369 (2001).
- 10) G. Testa, E. Sarnelli, A. Monaco, E. Esposito, M. Ejrnaes, D.-J. Kang, S. H. Menema, E. J. Tarte, and M. G. Blamire Phys. Rev. B **71**, 134520 (2005)
- 11) L.J. Buchholtz and G. Zwicknagl, Phys. Rev. B **23** 5788 (1981); J. Hara and K. Nagai, Prog. Theor. Phys. **74** (1986) 1237 ; C. Bruder, Phys. Rev. B **41**, (1990) 4017; C.R. Hu, Phys. Rev. Lett. **72**, (1994) 1526; S. Kashiwaya and Y. Tanaka, Rep. Prog. Phys. **63**, (2000) 1641; Y. Asano, Y. Tanaka and S. Kashiwaya, Phys. Rev. B **69**, (2004) 134501.
- 12) Y. Tanaka and S. Kashiwaya, Phys. Rev. Lett. **74**, (1995) 3451.
- 13) Yu. V. Nazarov, Superlattices and Microstructures **25**, 1221 (1999).
- 14) Y. Tanaka, Y.V. Nazarov and S. Kashiwaya, Phys. Rev. Lett. **90**, 167003 (2003).
- 15) Y. Tanaka, Yu. V. Nazarov, A. A. Golubov, and S. Kashiwaya, Phys. Rev. B **69**, 144519 (2004).

- 16) Y. Tanaka and S. Kashiwaya, Phys. Rev. B **70**, 012507 (2004); Y. Tanaka, S. Kashiwaya and T. Yokoyama, Phys. Rev. B **71**, 094513 (2005); Y. Tanaka, Y. Asano, A. A. Golubov and S. Kashiwaya, Phys. Rev. B **72**, 140503(R) (2005).
- 17) K.D. Usadel, Phys. Rev. Lett. **25**, 507 (1970).
- 18) Technical details will be reported elsewhere.
- 19) Y. Asano, Phys. Rev. B **64**, 014511 (2001).
- 20) I. Iguchi and Z. Wen, Phys. Rev. B **49**, R12388 (1994).

第4章 汚れた常伝導体/超伝導体接合系における熱と電荷輸送

4.1 はじめに

サーマルコンダクタンスとコンダクタンスは金属の基本的な性質を表す量であり、お互いに関係がある。低温で金属の熱伝導度 κ は温度 T について線形になる ($\kappa \propto T$)。一方電気伝導度 σ は定数に近づく。その結果 Lorenz 比は普遍的な定数になる: $L \equiv \kappa/\sigma T = \pi^2/3e^2$ 。この性質は Wiedemann-Franz (WF) 則¹⁾ とよばれ様々な電子系で観測されており²⁻⁶⁾ Fermi 流体論で記述される。WF 則はしばしば熱伝導度を見積もるのに使われてきた。なぜなら電荷輸送に比べて熱輸送の実験は実行するのが難しいからである。WF 則が成り立たないことは金属の電子状態に対する Fermi 流体論的描像の崩壊を意味する。たとえば高温超伝導体の金属状態で WF 則が破られていることは非 Fermi 流体的な状態の存在を示唆している⁷⁾。高温超伝導体の金属状態が Fermi 流体論により記述できるかどうかは今もなお議論されている。

熱と電荷の流れは超伝導体の性質も反映する。バルクの超伝導体の熱伝導度は最初 Bardeen ら⁸⁾ によって調べられた。その後、多くの仕事が金属/超伝導体 (N/S) 接合系の熱と電荷の輸送に関して行われた。Andreev による先駆的な仕事⁹⁾ で N/S 界面で新しいタイプの散乱過程が発見された。これがいわゆる Andreev 反射 (AR) でギャップ内エネルギーでの輸送現象に大きな影響を与える。AR は接合系のサーマルコンダクタンスを温度の減少とともに指数関数的に減衰させる⁹⁾ 一方で電荷輸送を助長する¹⁰⁾。Blonder、Tinkham、Klapwijk (BTK)¹⁰⁾ によって示されたように AR は接合系のコンダクタンスを低温で 2 倍にさせる働きを持つ。より最近になって Bardas と Averin¹¹⁾、Devyatov ら¹²⁾ は BTK 模型¹⁰⁾ を応用して熱流を計算した。しかし、以上の理論はクリーンリミットの接合系に適用範囲が限られている。

ほとんどの N/S 接合では N は拡散的な領域にある。したがって不純物散乱が輸送現象に与える影響は多くの人々の関心を集めてきた。汚れた金属/超伝導体 (DN/S) 接合系では干渉効果のため¹³⁾ 界面付近でメソスコピックな長さで拡散運動する準粒子が接合系の輸送現象に大きな影響を与える。たとえば DN/S 接合系におけるゼロバイアスコンダクタンスピーク (ZBCP) は DN の準粒子の干渉効果の証拠となっている¹⁴⁻²⁴⁾。このような干渉効果を扱うために準古典 Green 関数法²⁵⁻²⁷⁾ はその使いやすさと適用範囲の広さから広く用いられている。この形式に基き、Volkov、Zaitsev、Klapwijk (VZK)²⁸⁾ は DN/S 接合系の電荷輸送を定式化した。VZK 理論を用い多くの人々が様々な接合系で電荷輸送を理論的に調べた²⁸⁻³⁹⁾。これらの仕事は DN/S 界面で Keldysh-Nambu の Green 関数に対する境界条件にもとづいている。この境界条件は Kupriyanov- Lukichev (KL)⁴⁰⁾ の境界条件と

よばれ Zaitsev の境界条件⁴¹⁾ の等方的な極限から導かれたものである。KL の境界条件は最近 Nazarov のサーキット理論⁴²⁾ によって拡張され Tanaka ら⁴³⁾ によって任意の透過率を持つ DN/S 接合系の電荷輸送を調べるために応用された。Nazarov の境界条件は界面の透過率が低いとき KL の境界条件に一致し、バリスティックな領域では BTK 理論を再現する。この理論を用いることで透過率を増やしていくと透過率の低い接合系の ZBCP からゼロバイアスコンダクタンスディップ (ZBCD) への移り変わりがおきることが発見されている⁴³⁾。

準古典 Green 関数法での熱の輸送現象についてもいくつかの仕事がある⁴⁴⁻⁴⁸⁾。特に Graf らは熱伝導度を様々な異方的超伝導体について計算した⁴⁶⁾。彼らはクリーンな2次元の $d_{x^2-y^2}$ -波超伝導体の熱伝導度は Born 極限で広い温度領域で温度 T に比例し、ユニタリ極限でクロスオーバー温度 $T^* \sim \gamma$ より高温で T^3 に比例することを示した。ここで γ は不純物に対する準粒子の束縛状態のバンド幅で与えられる。これらの結果は熱伝導度が異方的超伝導体のペア対称性に敏感であることを示している⁴⁷⁾。一方で N/S 接合で熱の輸送現象は実験データが不足していたこともありそれほど注目を集めなかった。最近の実験の進歩によって異方的超伝導体の熱の輸送現象を実験的に調べるのが可能になった⁴⁹⁻⁵⁶⁾。このことが異方的超伝導体接合系の熱の輸送現象を理論的に調べる動機となっている。

一方でミッドギャップ Andreev 共鳴状態 (MARS) は異方的超伝導体接合系の低エネルギーでの輸送現象に大きな影響を及ぼす⁵⁷⁻⁶¹⁾。MARS は異方的超伝導体からなる N/S 接合で ZBCP を引き起こすことが知られている。近接効果と MARS との相関を調べるため異方的超伝導体に対する新しいサーキット理論が提案された⁶²⁻⁶⁴⁾。それによって DN/ d -波超伝導体接合では MARS は近接効果と相殺する関係にあり、DN/ p -波超伝導体接合では MARS は近接効果と共存する関係にあることがわかった。またこの共存関係がコンダクタンスに巨大な ZBCP や DN の状態密度のゼロエネルギーピークをもたらすことがわかっていいる。近接効果と MARS の関係を図 4.1 にまとめた。

図 4.1 における接合は4つのタイプに分けられている。(a) 近接効果が存在する。(b) MARS が存在する。(c) 近接効果と MARS とともに存在しない。(d) 近接効果と MARS が存在する。N/S 接合の熱と電荷輸送は近接効果と MARS によって議論されることになる。

本章の目的は汚れた金属/ s -, d -, p -波超伝導体接合系のコンダクタンス、サーマルコンダクタンス、Lorenz 比を計算し、それらに近接効果と MARS がどのような影響を与えるか調べることである。以下界面の透過率、DN の抵抗、DN の磁性不純物による散乱率、Thouless エネルギー E_{Th} 、接合界面の法線方向と超伝導体の結晶軸のなす角度をかえて計算を行う。

4.2 モデルと計算方法

ここではモデルと計算方法を説明する。金属と超伝導体の電極が、長さ L の準一次元的な乱れた金属 (DN) によってつながっているとす。 L は平均自由行程よりも十分に大きいとする。 $x = L$ にある DN/S の界面には R_b の抵抗があり、 $x = 0$ にある DN/N 界面は抵抗が十分小さいとする。 DN/S 界面におけるバリアはデルタ関数を用いて $U(x) = H\delta(x - L)$ のようにあらわす。このとき界面の透過率は $T_m = 4 \cos^2 \phi / (4 \cos^2 \phi + Z^2)$ のようになり、

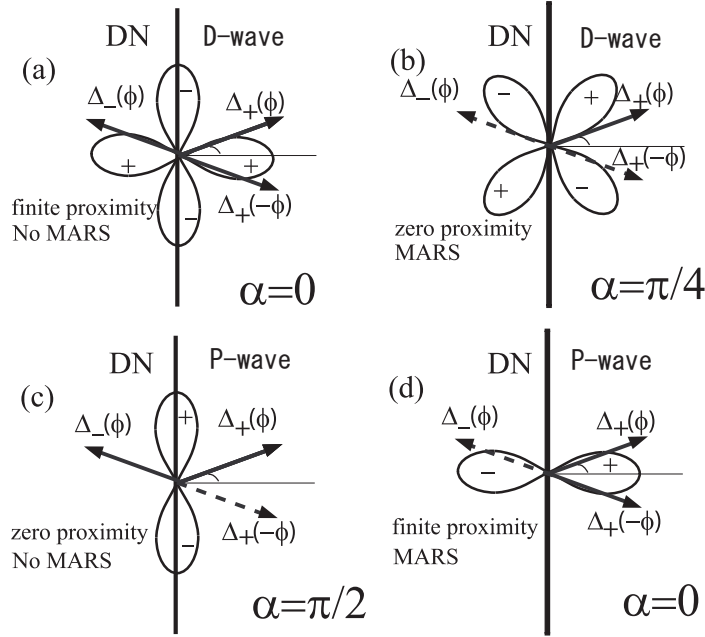


図 4.1 DN/S 界面に向かう準粒子と離れていく準粒子の模式図. $\Delta_{\pm}(\phi)$ はペアポテンシャルをあらわし d -波超伝導体 (D-wave) については $\Delta_{\pm} = \Delta(T) \cos[2(\phi \mp \alpha)]$ で与えられる. α は接合界面の法線方向と d -波超伝導体の結晶軸のなす角度である. また, p -波超伝導体 (P-wave) については $\Delta_{\pm} = \pm\Delta(T) \cos[(\phi \mp \alpha)]$ であたえられ α は接合界面の法線方向と p -波超伝導体のローブの方向のなす角度である. ここで ϕ は x 軸から測った準粒子の入射角度であり $\Delta(T)$ は温度 T でのペアポテンシャルの振幅である.

$Z = 2H/v_F$ は無次元パラメータ, ϕ は接合系の法線方向から測った準粒子の入射角度である. また, v_F は Fermi 速度である. 界面の抵抗 R_b は以下の式であたえられる.

$$R_b = R_0 \frac{2}{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\phi T(\phi) \cos \phi} \quad (4.1)$$

ここで $T(\phi) = 4 \cos^2 \phi / (4 \cos^2 \phi + Z^2)$ である. R_0 は Sharvin 抵抗 $R_0^{-1} = e^2 k_F^2 S_c / (4\pi^2)$. k_F は Fermi 波数, S_c は接合部の面積である.

以下の計算では準古典 Keldysh 形式の Green 関数を用いてコンダクタンスとサーマルコンダクタンスを計算する. 4×4 行列の Green 関数を DN と S でそれぞれ $\check{G}_1(x)$, $\check{G}_2(x)$ とあらわすことにする. $\check{G}_1(x)$ の DN 中での空間変化は以下の Usadel 方程式⁶⁵⁾ に従う.

$$D \frac{\partial}{\partial x} [\check{G}_1(x) \frac{\partial \check{G}_1(x)}{\partial x}] + i[\check{H} + i\check{\Sigma}_{spin}, \check{G}_1(x)] = 0 \quad (4.2)$$

D は DN の拡散定数で, \check{H} は

$$\check{H} = \begin{pmatrix} \hat{H}_0 & 0 \\ 0 & \hat{H}_0 \end{pmatrix}, \quad (4.3)$$

与えられる。ここで $\hat{H}_0 = \varepsilon \hat{\tau}_3$ であり, $\check{\Sigma}_{spin} = \frac{\gamma}{2} \hat{\tau}_3 \check{G}_1(x) \hat{\tau}_3$ は散乱率 γ の磁性不純物散乱に対する自己エネルギー, ε は準粒子のエネルギーである。不純物の磁気モーメントはランダムであり, 磁気モーメントの方向について平均をとるので今回の計算では $\check{G}_1(x)$ はスピン空間では単位行列に比例している。

電流は $\check{G}_1(x)$ を用いて次のようにあらわされる。

$$I_{el} = \frac{-L}{4eR_d} \int_0^\infty d\varepsilon \text{Tr}[\hat{\tau}_3 (\check{G}_1(x) \frac{\partial \check{G}_1(x)}{\partial x})^K], \quad (4.4)$$

ここで $(\check{G}_1(x) \frac{\partial \check{G}_1(x)}{\partial x})^K$ は $(\check{G}_1(x) \frac{\partial \check{G}_1(x)}{\partial x})$ の Keldysh 成分を示す。

熱流も同様に次のように書ける。

$$I_{th} = \frac{L}{4e^2 R_d} \int_0^\infty d\varepsilon \varepsilon \text{Tr}[(\check{G}_1(x) \frac{\partial \check{G}_1(x)}{\partial x})^K]. \quad (4.5)$$

実際の計算には標準的な θ -パラメータ化を用いる。このとき $\hat{R}_1(x)$ は

$$\hat{R}_1(x) = \hat{\tau}_1 \sin \theta(x) \cos \psi + \hat{\tau}_2 \sin \theta(x) \sin \psi + \hat{\tau}_3 \cos \theta(x) \quad (4.6)$$

となりシングレット超伝導体に関して $\cos \psi = 0$, トリプレット超伝導体に関して $\sin \psi = 0$ とえらぶことができる⁶⁴⁾。 $\theta(x)$ は DN の近接効果を測る量となる。

$\hat{A}_1(x)$ と $\hat{K}_1(x)$ は $\hat{A}_1(x) = -\hat{\tau}_3 \hat{R}_1^\dagger(x) \hat{\tau}_3$, $\hat{K}_1(x) = \hat{R}_1(x) \hat{f}_1(x) - \hat{f}_1(x) \hat{A}_1(x)$ で与えられる。分布関数 $\hat{f}_1(x)$ を $\hat{f}_1(x) = f_l(x) + \hat{\tau}_3 f_t(x)$ とかく。Usadel 方程式の遅延部分と先進部分から $\theta(x)$ が以下の方程式に従うことがわかる。

$$D \frac{\partial^2}{\partial x^2} \theta(x) + 2i(\varepsilon + i\gamma \cos[\theta(x)]) \sin[\theta(x)] = 0, \quad (4.7)$$

一方、Keldysh 成分からは

$$D \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial f_l(x)}{\partial x} \cos^2 \text{Re}[\theta(x)] \right] = 0. \quad (4.8)$$

を得る。界面での準粒子の入射方向の平均は以下のように定義される。

$$\langle B(\phi) \rangle = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\phi \cos \phi B(\phi) / \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\phi T(\phi) \cos \phi \quad (4.9)$$

ここで $T(\phi) = T_n$ である。

4.2.1 s-波接合の場合

Keldysh 成分 $\hat{K}_2(x)$ は $\hat{K}_2(x) = \hat{R}_2(x) \hat{f}_2(x) - \hat{f}_2(x) \hat{A}_2(x)$ となる。ここで遅延成分 $\hat{R}_2(x)$, 先進成分 $\hat{A}_2(x)$, 分布関数 $\hat{f}_2(x)$ をもちいた。 $\hat{R}_2(x) = g \hat{\tau}_3 + f \hat{\tau}_2$, $g = \varepsilon / \sqrt{\varepsilon^2 - \Delta^2(T)}$, $f = \Delta(T) / \sqrt{\Delta^2(T) - \varepsilon^2}$, $\hat{A}_2(x) = -\hat{\tau}_3 \hat{R}_2^\dagger(x) \hat{\tau}_3$, $\hat{f}_2(x) = f_S = \tanh[\varepsilon / (2T)]$ と書いて T は温度である。DN/S 界面での $\check{G}_1(x)$ に対する境界条件は以下のようにかける,⁴²⁾

$$\frac{L}{R_d} (\check{G}_1 \frac{\partial \check{G}_1}{\partial x})|_{x=L_-} = R_b^{-1} \langle B \rangle, \quad (4.10)$$

$$B = \frac{2T_n[\check{G}_1(L_-), \check{G}_2(L_+)]}{4 + T_n([\check{G}_1(L_-), \check{G}_2(L_+)]_+ - 2)}. \quad (4.11)$$

コンダクタンスに関してはゼロ電圧で以下の結果を得る.⁴³⁾

$$\sigma_S(T) = \frac{1}{2T} \int_0^\infty \frac{d\varepsilon}{\cosh^2[\frac{\varepsilon}{2T}] (\frac{R_b}{\langle I_{b0} \rangle} + \frac{R_d}{L} \int_0^L \frac{dx}{\cosh^2 \theta_{im}(x)})} \quad (4.12)$$

$$I_{b0} = \frac{T_n^2 \Lambda_1 + 2T_n(2 - T_n) \Lambda_2}{2 |(2 - T_n) + T_n[g \cos \theta_L + f \sin \theta_L]|^2},$$

$$\begin{aligned} \Lambda_1 = & (1 + |\cos \theta_L|^2 + |\sin \theta_L|^2)(|g|^2 + |f|^2 + 1) \\ & + 4\text{Imag}[fg^*]\text{Imag}[\cos \theta_L \sin \theta_L^*], \end{aligned} \quad (4.13)$$

$$\Lambda_2 = \text{Real}\{g(\cos \theta_L + \cos \theta_L^*) + f(\sin \theta_L + \sin \theta_L^*)\}, \quad (4.14)$$

ここで $\theta_{im}(x)$ と θ_L はそれぞれ $\theta(x)$ の虚部と $\theta(L_-)$ をあらわす.

次にサーマルコンダクタンスを計算する. DN を $x = 0$ で温度 $T + \Delta T$ での熱平衡状態にある金属の電極に接合するので $\theta(0) = 0$, $f_l(0) = f_{l0}$, $f_{l0} = \tanh[\varepsilon/(2(T + \Delta T))]$ がいえる. 式 (4.10) の先進成分は文献⁴³⁾ と同じである. 式 (4.10) の Keldysh 成分は

$$\frac{L}{R_d} \left(\frac{\partial f_l}{\partial x} \right) \cos^2 \text{Real}[\theta(x)] \Big|_{x=L_-} = - \frac{\langle I_{b1} \rangle (f_l(L_-) - f_S)}{R_b}, \quad (4.15)$$

$$I_{b1} = \frac{T_n^2 \Lambda'_1 + T_n(2 - T_n) \Lambda'_2}{2 |(2 - T_n) + T_n[g \cos \theta_L + f \sin \theta_L]|^2},$$

$$\begin{aligned} \Lambda'_1 = & (1 + |\cos \theta_L|^2 - |\sin \theta_L|^2)(|g|^2 - |f|^2 + 1) \\ & + 4\text{Real}[fg^*]\text{Real}[\cos \theta_L \sin \theta_L^*], \end{aligned} \quad (4.16)$$

$$\Lambda'_2 = 4\text{Real}[g]\text{Real}[\cos \theta_L] - 4\text{Imag}[f]\text{Imag}[\sin \theta_L]. \quad (4.17)$$

これらの結果を式 (4.5) に代入して熱流の表式を得る.

$$I_{th} = \frac{1}{e^2} \int_0^\infty \frac{\varepsilon (f_{l0} - f_S) d\varepsilon}{\frac{R_b}{\langle I_{b1} \rangle} + \frac{R_d}{L} \int_0^L \frac{dx}{\cos^2 \text{Re}\theta(x)}} \quad (4.18)$$

そしてサーマルコンダクタンスは

$$\kappa = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \frac{I_{th}}{\Delta T} = \frac{1}{2e^2 T^2} \int_0^\infty \frac{\varepsilon^2 d\varepsilon}{\cosh^2\left(\frac{\varepsilon}{2T}\right) \left(\frac{R_b}{\langle I_{b1} \rangle} + \frac{R_d}{L} \int_0^L \frac{dx}{\cos^2 \text{Re}\theta(x)} \right)} \quad (4.19)$$

となる.

4.2.2 d -波接合の場合

以下では \pm は x 軸に沿った運動の方向をあらわすものとする. Keldysh-Nambu の Green 関数 $\check{G}_{2\pm}$ を以下のように書く.

$$\check{G}_{2\pm} = \begin{pmatrix} \hat{R}_{2\pm} & \hat{K}_{2\pm} \\ 0 & \hat{A}_{2\pm} \end{pmatrix}, \quad (4.20)$$

ここで Keldysh 成分 $\hat{K}_{2\pm}$ は $\hat{K}_{2\pm} = \hat{R}_{2\pm}\hat{f}_2(x) - \hat{f}_2(x)\hat{A}_{2\pm}$ で与えられ, 遅延成分 $\hat{R}_{2\pm}$, 先進成分 $\hat{A}_{2\pm}$, 分布関数 $\hat{f}_2(x)$ であり, $\hat{R}_{2\pm} = g_{\pm}\hat{\tau}_3 + f_{\pm}\hat{\tau}_2$, $g_{\pm} = \varepsilon/\sqrt{\varepsilon^2 - \Delta_{\pm}^2(T)}$, $f_{\pm} = \Delta_{\pm}(T)/\sqrt{\Delta_{\pm}^2(T) - \varepsilon^2}$, $\hat{A}_{2\pm} = -\hat{\tau}_3\hat{R}_{2\pm}^{\dagger}\hat{\tau}_3$ であたえられる. 関数 $\hat{f}_2(x)$ は前節で与えられている. コンダクタンスについては文献⁶³⁾に従い計算する. 絶対零度での接合系のコンダクタンス $\sigma_S(T)$ は式 (4.12) において I_{b2} を I_{b0} に代入することで得られる. I_{b2} は以下の式で与えられる.

$$I_{b2} = \frac{T_n}{2} \frac{C_0}{|(2 - T_n)(1 + g_+g_- + f_+f_-) + T_n[\cos\theta_L(g_+ + g_-) + \sin\theta_L(f_+ + f_-)]|^2}$$

$$C_0 = T_n(1 + |\cos\theta_L|^2 + |\sin\theta_L|^2)[|g_+ + g_-|^2 + |f_+ + f_-|^2 + |1 + f_+f_- + g_+g_-|^2 + |f_+g_- - g_+f_-|^2]$$

$$+ 2(2 - T_n)\text{Real}\{(1 + g_+^*g_-^* + f_+^*f_-^*)[(\cos\theta_L + \cos\theta_L^*)(g_+ + g_-) + (\sin\theta_L + \sin\theta_L^*)(f_+ + f_-)]\}$$

$$+ 4T_n\text{Imag}(\cos\theta_L \sin\theta_L^*)\text{Imag}[(f_+ + f_-)(g_+^* + g_-^*)].$$

次にサーマルコンダクタンスを計算する. DN/S 界面での $\check{G}_1(x)$ に対する境界条件は以下で与えられる.⁴²⁾

$$\frac{L}{R_d}(\check{G}_1 \frac{\partial \check{G}_1}{\partial x})|_{x=L_-} = R_b^{-1} \langle \check{I}_n \rangle. \quad (4.21)$$

\check{I}_n の詳しい計算は Appendix に与えられている. 式 (4.21) の遅延成分は文献⁶³⁾にあるものと同じである. 式 (4.21) の Keldysh 成分は以下の形を持つ (Appendix 参照)

$$\frac{L}{R_d}(\frac{\partial f_l}{\partial x})\cos^2\text{Real}[\theta(x)]|_{x=L_-} = -\frac{\langle I_{b3} \rangle (f_l(L_-) - f_s)}{R_b}, \quad (4.22)$$

$$I_{b3} = \frac{T_n}{2} \frac{C'_0}{|(2 - T_n)(1 + g_+g_- + f_+f_-) + T_n[\cos\theta_L(g_+ + g_-) + \sin\theta_L(f_+ + f_-)]|^2}.$$

等方的な極限で $f_+ = f_-$, $g_+ = g_-$ が満たされ $I_{b3} = I_{b1}$ をえる.

s -波超伝導体のときと同様に計算するとサーマルコンダクタンスは式 (4.19) で I_{b3} を I_{b1} と置き換える事で得られる.

バリステックな極限では $\theta_L = R_d = 0$ が成り立ち以前の仕事にあった理想的な界面 ($T_n = 1$ つまり $Z = 0$) に対するサーマルコンダクタンスの公式を再現する¹²⁾:

$$\kappa = \frac{1}{2e^2 T^2} \int_0^\infty \frac{\varepsilon^2 \langle I_{b3} \rangle d\varepsilon}{R_b \cosh^2 \frac{\varepsilon}{2T}}$$

$$I_{b3} = 1 - \frac{|\Gamma_+|^2 + |\Gamma_-|^2}{2}$$

$$\Gamma_+ = \frac{\Delta_+}{\varepsilon + \sqrt{\varepsilon^2 - \Delta_+^2}}, \quad \Gamma_- = \frac{\Delta_-}{\varepsilon + \sqrt{\varepsilon^2 - \Delta_-^2}}. \quad (4.23)$$

4.2.3 p -波接合の場合

ここでは $S_z = 0$ の p -波超伝導体接合を考える. S_z は Cooper ペアの全スピンの z 成分をあらわす. この場合, 導出は d -波接合の場合と同様にしてできる. 以下では d -波接合の場合と同じ記号を使う. 界面で境界条件を満たすために $\hat{R}_1 = \cos \theta(x) \hat{\tau}_3 + \sin \theta(x) \hat{\tau}_1$ と選ぶことができる. 2×2 行列 C_i ($i = 1 - 6$) は $\hat{1}$, $\hat{\tau}_1$, $\hat{\tau}_2$, $\hat{\tau}_3$ の線形結合で表される. \hat{B} は以下の式で与えられる.

$$\hat{B}_R = b_1 \hat{\tau}_1 + b_2 \hat{\tau}_2 + b_3 \hat{\tau}_3$$

$$b_1 = \frac{-T_{1n}[T_{1n} \sin \theta_L + i(f_+ g_- - f_- g_+)]}{(1 + T_{1n}^2)(1 + g_+ g_- + f_+ f_-) + 2T_{1n}[\cos \theta_L(g_+ + g_-) + i \sin \theta_L(f_+ g_- - f_- g_+)]},$$

$$b_2 = \frac{-T_{1n}[T_{1n} \sin \theta_L(1 + g_+ g_- + f_+ f_-) + i(f_+ g_- - f_- g_+)]}{(1 + T_{1n}^2)(1 + g_+ g_- + f_+ f_-) + 2T_{1n}[\cos \theta_L(g_+ + g_-) + i \sin \theta_L(f_+ g_- - f_- g_+)]},$$

$$b_3 = \frac{-T_{1n}[T_{1n} \cos \theta_L(1 + g_+ g_- + f_+ f_-) + g_+ + g_-]}{(1 + T_{1n}^2)(1 + g_+ g_- + f_+ f_-) + 2T_{1n}[\cos \theta_L(g_+ + g_-) + i \sin \theta_L(f_+ g_- - f_- g_+)]}. \quad (4.24)$$

コンダクタンスについては文献⁶⁴⁾に従い計算する. ゼロ電圧でのコンダクタンスは式 (4.12) で I_{b4} を I_{b0} に代入したもので与えられる:

$$I_{b4} = \frac{T_n}{2} \frac{C_0''}{|(2 - T_n)(1 + g_+g_- + f_+f_-) + T_n[\cos \theta_L(g_+ + g_-) + i \sin \theta_L(f_+g_- - g_+f_-)]|^2}$$

$$C_0'' = T_n(1 + |\cos \theta_L|^2 + |\sin \theta_L|^2)(|g_+ + g_-|^2 + |f_+ + f_-|^2 + |1 + f_+f_- + g_+g_-|^2 + |f_+g_- - g_+f_-|^2)$$

$$+ 2(2 - T_n)\text{Real}\{(1 + g_+^*g_-^* + f_+^*f_-^*)(\cos \theta_L + \cos \theta_L^*)(g_+ + g_-) + i(\sin \theta_L + \sin \theta_L^*)(f_+g_- - g_+f_-)\}$$

$$+ 4T_n\text{Imag}(\cos \theta_L \sin \theta_L^*)\text{Imag}[i(f_+g_- - g_+f_-)(g_+^* + g_-^*)].$$

次にサーマルコンダクタンスを計算する. 式 (4.21) の遅延成分は文献⁶⁴⁾と同じである. 式 (4.21) の Keldysh 成分を d -波接合の場合と同じように計算しなければならない. 以下の方程式が成り立っていることに注意が要る;

$$\hat{D}_R^{-1}(T_{1n} - T_{1n}\hat{R}_m^{-1} + T_{1n}^2\hat{R}_1\hat{R}_m^{-1}\hat{R}_p) = \hat{B}_R, \quad (4.25)$$

$$\hat{B}_R(1 + \hat{R}_m^{-1} + T_{1n}\hat{R}_1\hat{R}_p\hat{R}_m^{-1}) = T_{1n}\hat{R}_m^{-1}\hat{R}_p. \quad (4.26)$$

d -波接合の場合と同様に計算してサーマルコンダクタンスの表式を得る. それは式 (4.19) で I_{b5} を I_{b1} に代入することで与えられる:

$$I_{b5} = \frac{T_n}{2} \frac{C_0'''}{|(2 - T_n)(1 + g_+g_- + f_+f_-) + T_n[\cos \theta_L(g_+ + g_-) + i \sin \theta_L(f_+g_- - f_-g_+)]|^2}$$

$$C_0''' = T_n(1 + |\cos \theta_L|^2 - |\sin \theta_L|^2)(|g_+ + g_-|^2 - |f_+ + f_-|^2 + |1 + f_+f_- + g_+g_-|^2 - |f_+g_- - g_+f_-|^2)$$

$$+ 4(2 - T_n)[\text{Real}[(1 + g_+^*g_-^* + f_+^*f_-^*)(g_+ + g_-)]\text{Real}(\cos \theta_L)$$

$$- \text{Imag}(\sin \theta_L)\text{Imag}[(1 + g_+^*g_-^* + f_+^*f_-^*)(i(f_+g_- - f_-g_+))]]$$

$$+ 4T_n\text{Real}(\cos \theta_L \sin \theta_L^*)\text{Real}[i(f_+g_- - f_-g_+)(g_+^* + g_-^*)].$$

以上の結果を考慮に入れるとすべてのトリプレット超伝導体 (TS) とシングレット超伝導体 (USS) に対する $\langle I_{bi} \rangle$ ($i = 2 - 5$) のより簡潔な表現を得る :

$$\langle I_{bi} \rangle = \left\langle \frac{T_n}{2} \frac{D_0}{|(2 - T_n) + T_n(\cos \theta_L g_S + \sin \theta_L f_S)|^2} \right\rangle \quad (4.27)$$

$$\begin{aligned} D_0 = & T_n(1 + |\cos \theta_L|^2 + |\sin \theta_L|^2)[|g_S|^2 + |f_S|^2 + 1 + |\bar{f}_S|^2] \\ & + 4(2 - T_n)[\text{Real}(g_S)\text{Real}(\cos \theta_L) + \text{Real}(f_S)\text{Real}(\sin \theta_L)] \\ & + 4T_n[\text{Imag}(\cos \theta_L \sin \theta_L^*)\text{Imag}(f_S g_S^*)] \end{aligned} \quad (4.28)$$

$i = 2, 4$, または

$$\begin{aligned} D_0 = & T_n(1 + |\cos \theta_L|^2 - |\sin \theta_L|^2)[|g_S|^2 - |f_S|^2 + 1 - |\bar{f}_S|^2] \\ & + 4(2 - T_n)[\text{Real}(g_S)\text{Real}(\cos \theta_L) - \text{Imag}(f_S)\text{Imag}(\sin \theta_L)] \\ & + 4T_n[\text{Real}(\cos \theta_L \sin \theta_L^*)\text{Real}(f_S g_S^*)] \end{aligned} \quad (4.29)$$

$i = 3, 5$ ここで

$$g_S = \begin{cases} (g_+ + g_-)/(1 + g_+ g_- + f_+ f_-) & \text{TS} \\ (g_+ + g_-)/(1 + g_+ g_- + f_+ f_-) & \text{USS} \end{cases} \quad (4.30)$$

$$f_S = \begin{cases} i(f_+ g_- - f_- g_+)/ (1 + g_+ g_- + f_+ f_-) & \text{TS} \\ (f_+ + f_-)/ (1 + g_+ g_- + f_+ f_-) & \text{USS} \end{cases} \quad (4.31)$$

$$\bar{f}_S = \begin{cases} (f_+ + f_-)/ (1 + g_+ g_- + f_+ f_-) & \text{TS} \\ i(f_+ g_- - g_+ f_-)/ (1 + g_+ g_- + f_+ f_-) & \text{USS} \end{cases} \quad (4.32)$$

式 (4.28) とは対照的に式 (4.29) での負符号が現れることは Cooper ペアが熱を運べないことから理解できる.

以下では規格化されたコンダクタンス $\sigma_T(T) = \sigma_S(T)/\sigma_N$, 規格化されたサーマルコンダクタンス $\kappa_T(T) = \kappa(T)/\kappa_N(T)$, 規格化された Lorenz 比 $L_T = \kappa_T(T)/\sigma_T(T)$ について議論する. ここで σ_N と κ_N は正常状態での値であり, $\sigma_N = 1/(R_d + R_b)$ と $\kappa_N(T) = \pi^2 T / (3(R_b + R_d) e^2)$ で与えられる.

4.3 計算結果

4.3.1 s-波接合の場合

まず、ゼロ電圧でのコンダクタンス σ_T の温度依存性を図 4.2 にしめす。ここで (a) と (c) では $Z = 3$, $R_d/R_b = 1$, (b) と (d) では $R_d/R_b = 0.1$ である。Thouless エネルギーは (a) と (b) で $E_{Th}/\Delta(0) = 0.1$, (c) と (d) で $E_{Th}/\Delta(0) = 0.01$ である。(a)-(d) に示されているようにコンダクタンスは $T/T_C = 0$ にピークを持ち $T/T_C \sim 0.3$ に極小値を取る。絶対零度付近のピークは近接効果による AR の確率が増加するためである。コンダクタンスの増加は $R_d/R_b = 1$ ((a) と (c)) のほうが $R_d/R_b = 0.1$ ((b) と (d)) よりも顕著である。ピークの幅は $E_{Th}/\Delta(0)$ のオーダーである。磁性不純物による散乱は近接効果を抑える。図 4.2 に見られるように $\gamma/\Delta(0)$ の増加とともにピークの高さは減少する。透過率の低い界面では近接効果は絶対零度付近でコンダクタンスを増やす。大きな T/T_C に対して、 σ_T は T/T_C の増加とともに単調に増加する。

これに対応する $Z = 0$ のときの計算結果が図 4.3 (a) - (d) に示してある。 σ_T は $T/T_C = 0$ にディップをもち $T/T_C \sim 0.5$ で最大値をとる。同様のディップ構造は電圧に依存したコンダクタンスについても見られる⁴³⁾。このディップは $E_{Th}/\Delta(0)$ が大きくなるにつれて広がる。界面の透過率が高い場合、近接効果はコンダクタンスを絶対零度の付近で抑制する。その結果、磁性不純物散乱は数値計算で示されているように σ_T の増加を引きおこすのである。 σ_T の非単調な温度依存性は汚れた接合系に特有のものである。図 4.3 に見られる構造は VZK 理論²⁸⁾ から得られるものとは本質的に違っている。このことは界面の透過率が高いことに起因している。

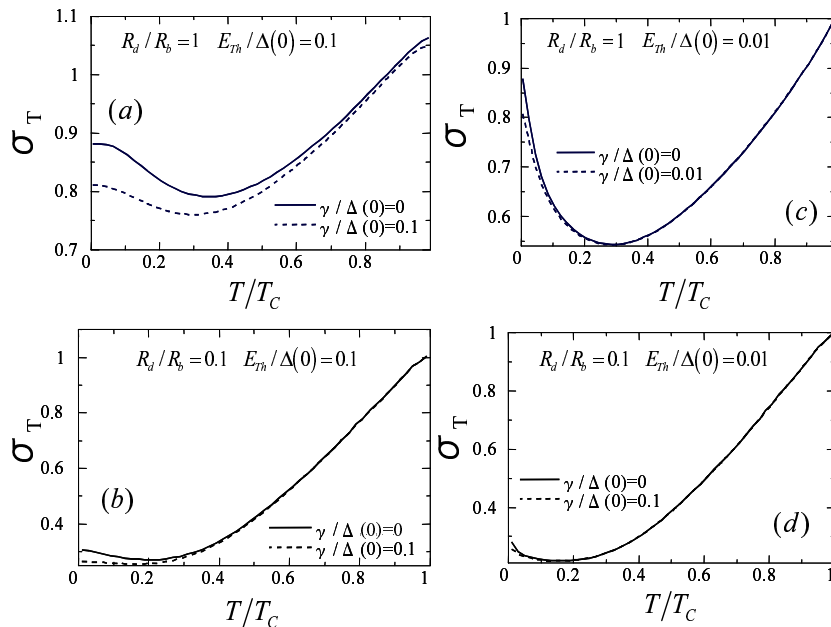


図 4.2 s-波超伝導体接合の規格化されたコンダクタンス。

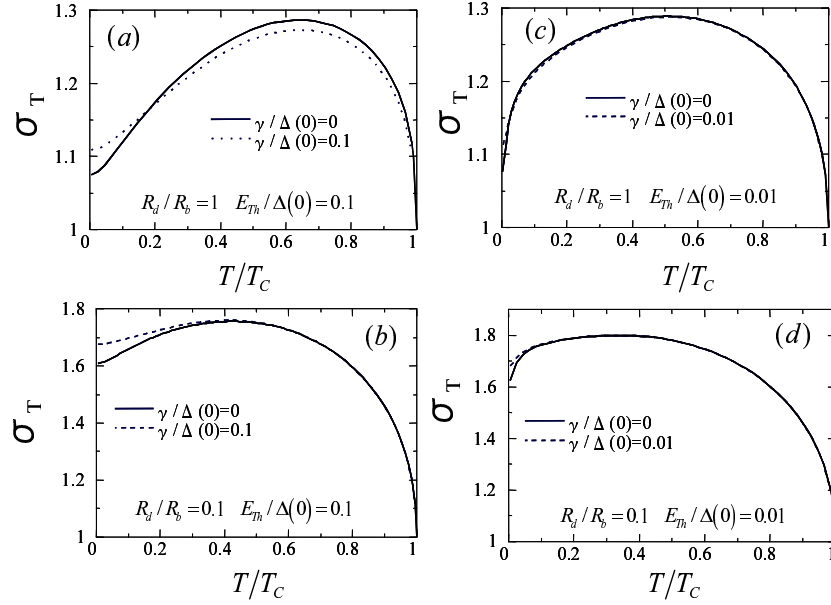


図 4.3 s -波超伝導体接合の規格化されたコンダクタンス.

つぎにサーマルコンダクタンス κ_T を温度の関数として調べることにする. 以下ではパラメータを $E_{Th}/\Delta(0) = 0.1$ と $\gamma/\Delta(0) = 0$ のように固定することにする. κ_T は $E_{Th}/\Delta(0)$ と $\gamma/\Delta(0)$ にほとんど依存しない. これは近接効果によるコヒーレントな透過がサーマルコンダクタンスに影響を与えないことを示唆している. Fermi 面上の準粒子と有限の励起エネルギー (ε) を持った準粒子の両方が電荷を運べる. 図 4.2 と 4.3 の結果はコンダクタンスが低温で $E_{Th}/\Delta(0)$ と $\gamma/\Delta(0)$ に敏感であることを示している. なぜなら Fermi 面上の準粒子の寄与が近接効果の影響を受けるからである. 一方, サーマルコンダクタンスの場合は有限の励起エネルギーを持った準粒子のみが熱を運べる. 低温ではエネルギー $\varepsilon \sim T \ll T_C$ を持った準粒子が κ_T に寄与できる. しかし, そのような準粒子は超伝導体のギャップのため存在できない. よって κ_T は低温でほとんど 0 になる. $T \sim T_C$ のような高温では $\varepsilon \sim T_C$ のエネルギーを持った準粒子が κ_T に寄与できる. そのようなエネルギー領域では DN 中の準粒子分布は E_{Th} にほとんど依存しない. したがって κ_T は E_{Th} と γ にほとんど依存しないことがわかる. それを裏付けるための計算結果を図 4.4 にしめす. また図 4.5 にあるように κ_T は $Z = 3$ と $Z = 0$ に対して T/T_C の増加関数である. σ_T とは対照的に κ_T の大きさは $Z = 3$ ($Z = 0$) に対して R_d/R_b の増加とともに減少 (増加) する.

今度は Lorenz 比, L_T を見ることにする. 図 4.6 はいくつかの R_d/R_b に対する L_T を示している. ここで $E_{Th}/\Delta(0) = 0.1$, $\gamma/\Delta(0) = 0$ と固定した. κ_T と同様に L_T が $E_{Th}/\Delta(0)$ と $\gamma/\Delta(0)$ にほとんど依存しないことは確かめた. $Z = 3$, $R_d/R_b = 0.1$ のとき L_T は小さい T/T_C に対して 0 であり, 中間領域で T/T_C に関して線形である. また L_T は $T/T_C \sim 0.7$ にピークを持つ. $Z = 3$, $R_d/R_b = 1$ のときは T/T_C の単調増加関数である (図 4.6(a)). $Z = 0$, $R_d/R_b = 1$ のときは L_T は $T/T_C \geq 0.3$ で T/T_C に関して線形である. 一方, $Z = 0$, $R_d/R_b = 0.1$ のときは中間領域で T/T_C に関して線形である (図 4.6(b)).

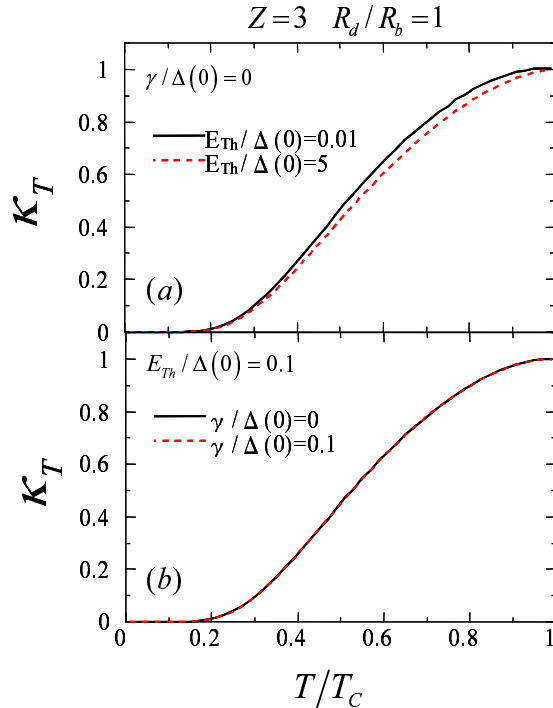


図 4.4 s -波超伝導体接合の規格化されたサーマルコンダクタンス.

図 4.7 は規格化されたコンダクタンス, 規格化されたサーマルコンダクタンスの $T/T_C = 0.8$, $E_{Th}/\Delta(0) = 0.1$, $\gamma/\Delta(0) = 0$ での R_d/R_b 依存性を示している. 界面の透過率が低いとき ($Z = 3$) AR の確率は R_d/R_b が増えるにしたがって増加する⁶⁶⁾. したがって σ_T の大きさは R_d/R_b の増加とともに増え, κ_T は R_d/R_b の減少関数になる. 一方で, 界面の透過率が高いとき ($Z = 0$) 近接効果はコンダクタンスを抑制する. なぜなら DN が絶縁体バリアの働きをするからである. この場合, AR の確率は R_d/R_b が増えるにしたがって減少する. よって σ_T は R_d/R_b の減少関数になり, κ_T は R_d/R_b の増加関数になる. (a) と (b) で σ_T と κ_T はとは十分大きい R_d/R_b に対して Z に依存しない定数に近づく.

4.3.2 d -波接合の場合

この節ではパラメータを $E_{Th}/\Delta(0) = 0.1$ と $\gamma = 0$ のように固定する. κ_T と L_T がこれらのパラメータにほとんど依存しないからである. ペアポテンシャル $\Delta_{\pm}(T)$ は $\Delta_{\pm}(T) = \Delta(T) \cos[2(\phi \mp \alpha)]$ で与えられる. α は接合界面の法線方向と d -波超伝導体の結晶軸のなす角度である. ϕ は x 軸から測った準粒子の入射角度である. ペアポテンシャルの振幅 $\Delta(T)$ は s -波超伝導体のものと同じ温度依存性をするものと仮定する. ここでは $0 \leq \alpha \leq \pi/4$ とする. $\pi/4 - \alpha < \phi < \pi/4 + \alpha$ を満たす準粒子が界面での MARS に寄与して透過率の低い接合での ZBCP の原因となる. d -波超伝導体接合系では近接効果と MARS は共存できないことが知られている. 実際, $\alpha = 0$ では MARS は存在できないが近接効果は可能であ

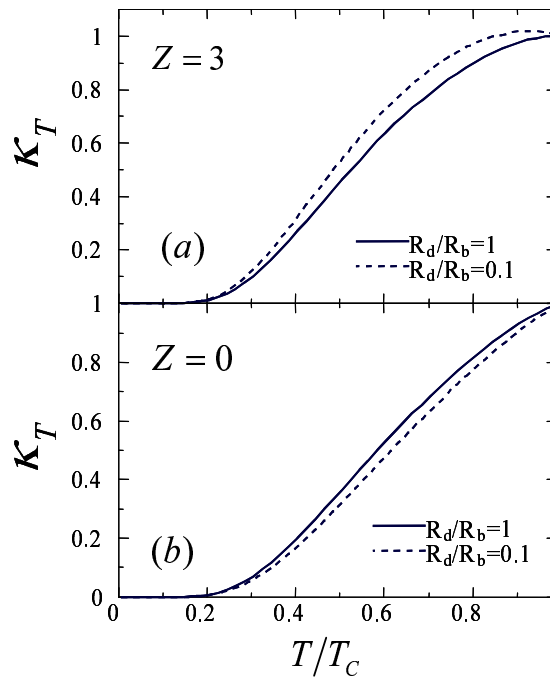


図 4.5 s -波超伝導体接合の規格化されたサーマルコンダクタンス.

る. 一方, $\alpha = 0.25$ では近接効果は存在できないが MARS が現れる (図 4.1 と文献⁶³⁾ 参照). したがって $\alpha = 0$ のときは s -波超伝導体の時と同様の結果が期待できる.

図 4.8 では温度の関数として $R_d/R_b = 0.1$ のときのコンダクタンスをいくつかの α に対して図示した. (a) からわかるように $Z = 3$, $\alpha/\pi = 0.25$ または 0.125 のとき σ_T は温度の減少とともに劇的に増加する. これは MARS による共鳴的な透過現象による. このようなふるまいは $\alpha = 0$ での σ_T には見られない. 高温では $\alpha/\pi = 0, 0.125, 0.25$ に対する σ_T の値はすべて同じ値に近づいていく. $Z = 0$ で σ_T はすべての α に対して T/T_C の単調増加関数である. (b) から α の増加とともに σ_T が少し増加することがわかる. $Z = 0$ のときの σ_T の α 依存性は $Z = 3$ のときと比べると大変弱い.

図 4.9 では温度の関数として $R_d/R_b = 0.1$ のときのサーマルコンダクタンスをいくつかの α に対して図示した. $Z = 3, 0$ のとき, ともに κ_T は T/T_C の単調増加関数で小さい T/T_C にたいし T/T_C に比例する. この低温での κ_T の線形依存性は s -波超伝導体の場合 (図 4.5) には見られなかったものでペアポテンシャルのラインノードを反映している. また, $Z = 3$ のとき κ_T は α に依存しているが ((a) 参照), $Z = 0$ のときは α にほとんど依存しないことがわかる ((b) 参照).

図 4.10 では温度の関数として $R_d/R_b = 0.1$ のときの Lorenz 比をいくつかの α に対して図示した. (a) に見えるように Lorenz 比は $Z = 3$, $\alpha = 0$ のとき $T/T_C \sim 0.4$ にピークを持つ. このピークは α の増加とともに消えていく. (b) からわかるように $Z = 0$ のとき L_T は T/T_C に比例し α にほとんど依存しない.

図 4.11 と 4.12 は規格化されたコンダクタンス, 規格化されたサーマルコンダクタンスの

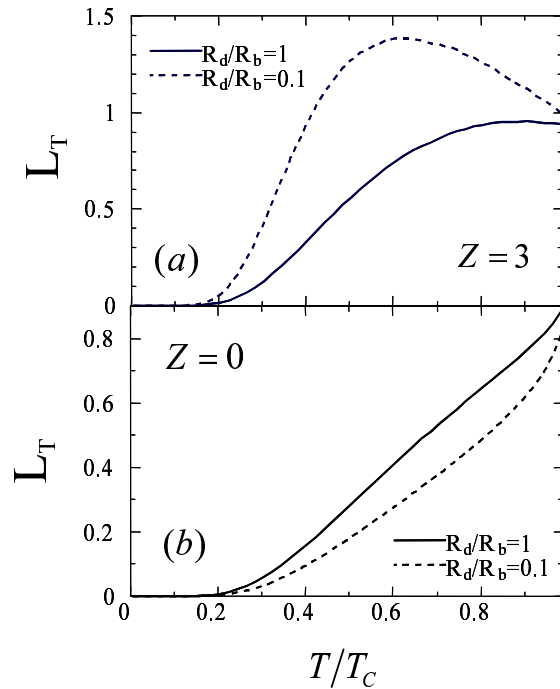


図 4.6 s -波超伝導体接合の規格化された Lorenz 比.

$T/T_C = 0.8$, $E_{Th}/\Delta(0) = 0.1$, $\gamma/\Delta(0) = 0$ での R_d/R_b 依存性を示している. 図 4.11 (a) から $Z = 3$, $\alpha/\pi = 0$ のとき σ_T の大きさは R_d/R_b の増加とともに増えることがわかる. なぜなら s -波超伝導体の時と同様 AR の確率は R_d/R_b が増えるにしたがって増加するからである. $\alpha/\pi = 0.25$ と 0.125 のときの $R_d/R_b = 0$ におけるピークは MARS に起因する. DN 中の不純物散乱は $\alpha/\pi = 0.25$ のとき σ_T を単に抑制するだけである. なぜならこの場合近接効果がまったくないからである. その結果図 4.11 (a) に示したように $\alpha/\pi = 0.25$ のとき σ_T は R_d/R_b の減少関数となる. 十分大きい R_d/R_b に対して σ_T は定数に近づく. 次にサーマルコンダクタンスを見ることにする. 図 4.11 (b) からわかるように $\alpha/\pi = 0$ のときは κ_T は R_d/R_b の減少関数であり, $\alpha/\pi = 0.125$, $\alpha/\pi = 0.25$ のとき R_d/R_b の増加関数になる. 十分大きい R_d/R_b に対しては, すべての α について κ_T は定数に近づく. 図 4.11(b) から MARS の形成が κ_T を抑制することがわかる. このことは以下のように解釈できる. MARS が界面に形成されると準粒子の状態密度がゼロエネルギー付近に現れる. しかし, そのような状態は熱を運ぶことができない. 状態密度のゼロエネルギーピークは熱を運ぶことができるより高いエネルギー状態の抑制を意味する. したがって MARS の形成がサーマルコンダクタンスを抑制する. 図 4.12 に示したように $Z = 0$ ではすべての α について AR の確率が R_d/R_b の増加とともに減少する. σ_T と κ_T の曲線は s -波超伝導体接合のときの図 4.7 で $Z = 0$ の場合と同じようにして理解できる.

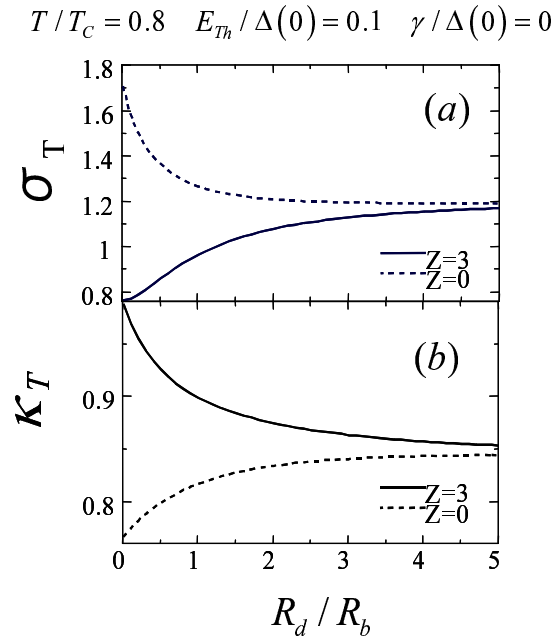


図 4.7 s -波超伝導体接合の規格化されたコンダクタンスとサーマルコンダクタンス.

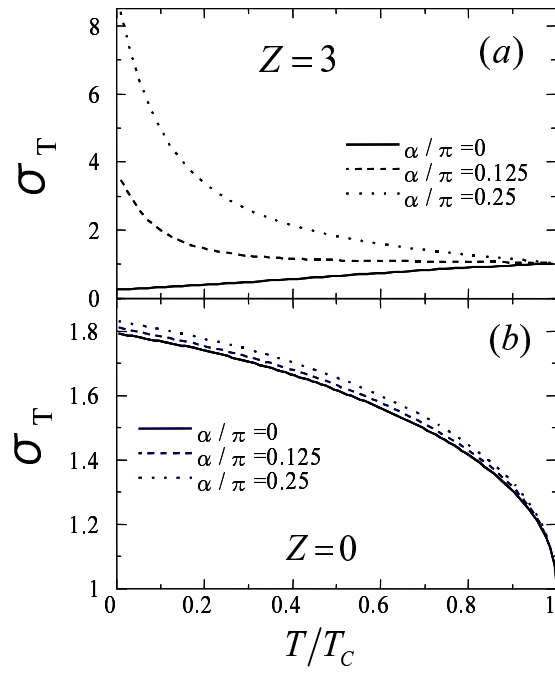


図 4.8 d -波超伝導体接合の規格化されたコンダクタンス.

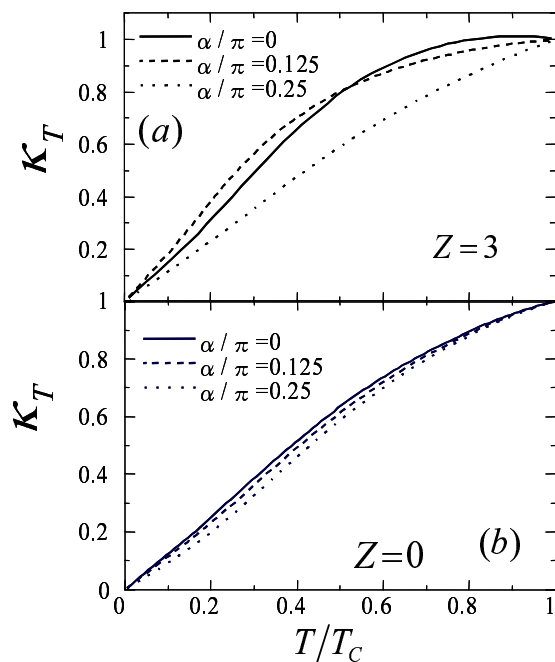


図 4.9 d -波超伝導体接合の規格化されたサーマルコンダクタンス.

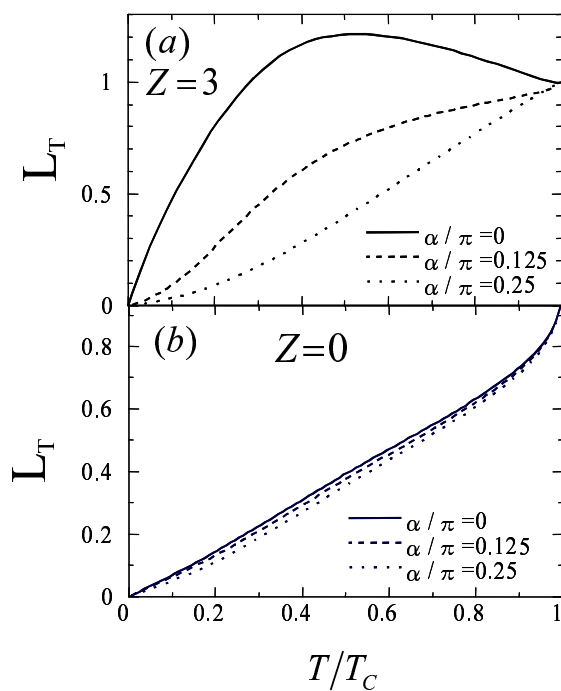


図 4.10 d -波超伝導体接合の規格化された Lorenz 比.

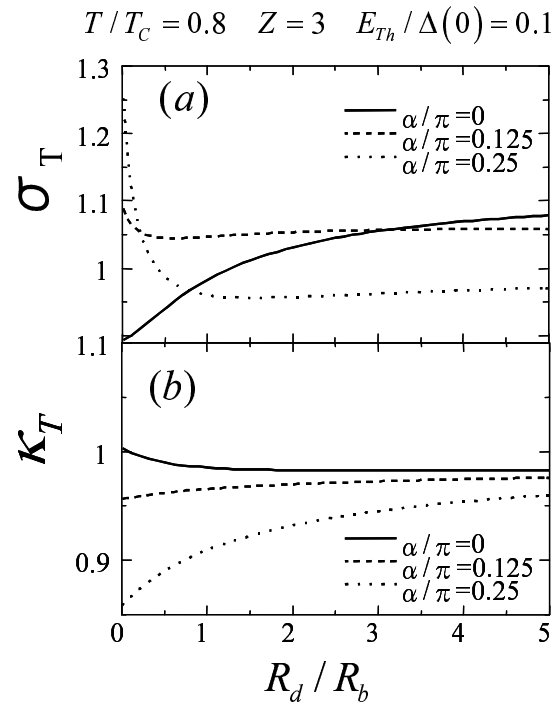


図 4.11 d -波超伝導体接合の規格化されたコンダクタンスとサーマルコンダクタンス.

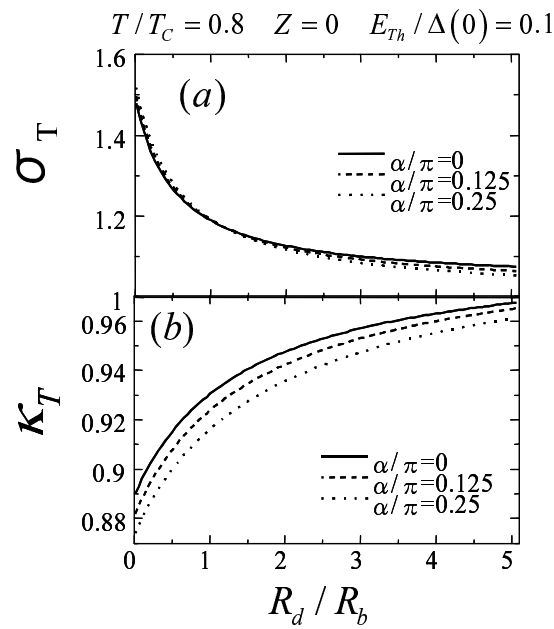


図 4.12 d -波超伝導体接合の規格化されたコンダクタンスとサーマルコンダクタンス.

4.3.3 p -波接合の場合

ここでもやはりパラメータを $E_{Th}/\Delta(0) = 0.1$ と $\gamma = 0$ のように固定する. κ_T と L_T がこれらのパラメータにほとんど依存しないからである. ペアポテンシャル Δ_{\pm} は $\Delta_{\pm} = \pm\Delta(T) \cos[(\phi \mp \alpha)]$ で与えられる. α は接合界面の法線方向と p -波超伝導体のローブのなす角度である. ペアポテンシャルの振幅 $\Delta(T)$ は s -波超伝導体のものと同じ温度依存性をするものと仮定する. ここでは $0 \leq \alpha \leq \pi/2$ とする. このとき入射角度が $-\pi/2 + \alpha < \phi < \pi/2 - \alpha$ を満たす準粒子が界面での MARS に寄与して透過率の低い接合での ZBCP の原因となる. また, p -波超伝導体接合系では近接効果と MARS は共存できることが知られている. 特に, $\alpha = 0$ では MARS と近接効果が共存し, DN に共鳴状態が侵入する⁶⁴⁾. 一方, $\alpha = 0.5$ では近接効果と MARS は存在できない (図 4.1 と文献⁶⁴⁾ 参照)

図 4.13 にいくつかの α に対する $R_d/R_b = 0.1$ のときのコンダクタンスの計算結果を示す. (a) からわかるように $Z = 3$, $\alpha/\pi = 0$ または 0.25 のとき σ_T は温度の減少とともに劇的に増加する. これは MARS による共鳴的な透過現象による. 一方, $\alpha/\pi = 0.5$ のときは T の関数として単調に増加する. $Z = 0$ のときは α にはあまり依存せず σ_T は T の減少とともに増加する.

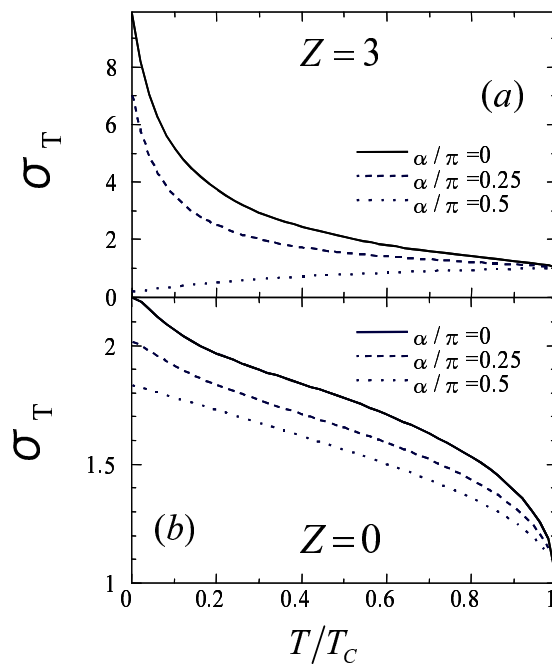


図 4.13 p -波超伝導体接合の規格化されたコンダクタンス.

図 4.14 は $R_d/R_b = 0.1$ でのサーマルコンダクタンスは T/T_C の増加関数であることを示している. $\alpha = 0$ の場合を除き κ_T は小さい T/T_C の領域で T に比例している. これは d -波超伝導体接合の図 4.9 の時と同様にペアポテンシャルのラインノードに由来している. κ_T は $Z = 3$, 0 のとき α の増加関数である. ラインノードにがあるにもかかわらず $\alpha = 0$ のとき s -波超伝導体接合のように κ_T が T/T_C に指数関数的に依存するのはラインノード

の方向が熱流の方向と垂直になっているからである。

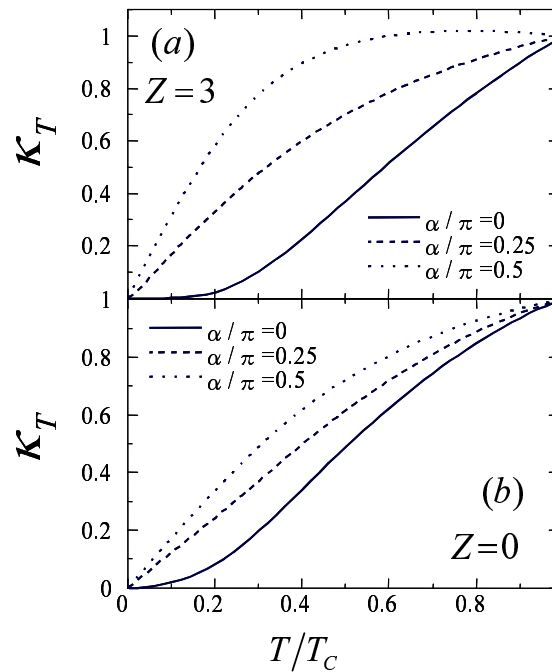


図 4.14 p -波超伝導体接合の規格化されたサーマルコンダクタンス。

図 4.15(a) からわかるように Lorenz 比は $\alpha = 0$, $Z = 3$ のとき $T/T_C \sim 0.3$ にピークを持つ。このピークは α が大きくなると消えていく。 $Z = 0$ のときは L_T は温度の関数として中間領域で線形に増加する ((b) 参照)。

図 4.16 と 4.17 は規格化されたコンダクタンス, 規格化されたサーマルコンダクタンスの $T/T_C = 0.8$ での R_d/R_b 依存性を示している。図 4.16 (a) に示したように $Z = 3$ で小さい α に対し σ_T は R_d/R_b についてリエントラントな振る舞いをする。ここで有限エネルギー状態とゼロエネルギー状態はコンダクタンスに定性的に異なる寄与をすることに注意が必要である。有限エネルギーでは σ_T は R_d/R_b の減少関数になる。なぜなら R_d/R_b の増加とともに AR の確率は減少するからである。一方でゼロエネルギーでは, σ_T は共鳴状態形成のため R_d/R_b の増加関数になる⁶⁴⁾。小さい (大きい) R_d/R_b に対しては有限エネルギー状態 (ゼロエネルギー状態) がコンダクタンスに主な寄与をする。よって σ_T のリエントラントな振る舞いが説明できた。 $\alpha = 0$ のときとは対照的に $\alpha = 0.5\pi$ で σ_T はほとんど定数である (図 4.16 (a))。このときは近接効果も MARS も存在しないからである。サーマルコンダクタンスの特徴も同様にして理解できる。ここでゼロエネルギー状態は熱の輸送に寄与できないことに注意が必要である。 $\alpha = 0$ のときは d -波超伝導体の $\alpha = 0$ のときとは対照的に κ_T は R_d/R_b の増加とともに増える。この違いは MARS の存在に起因する。 $\alpha/\pi = 0.5$ のときは図 4.16 (b) にあるように κ_T はほとんど定数である。図 4.17 にあるように $\alpha = 0$ と 0.25π のとき, $Z = 0$ での σ_T と κ_T 曲線は $Z = 3$ の場合と定性的は同じである。 $\alpha/\pi = 0.5$ のとき σ_T は R_d/R_b の減少関数であり, κ_T は R_d/R_b の増加関数である。

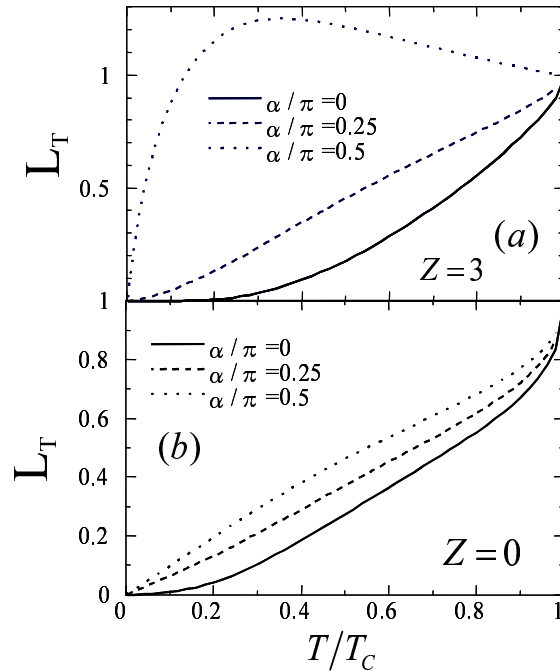


図 4.15 p -波超伝導体接合の規格化された Lorenz 比.

これらの振る舞いは AR 確率が R_d/R_b の減少関数であることから説明できる. また, 小さい R_d/R_b に対する図 4.16(b) から MARS が κ_T を抑制することがわかる.

以上のコンダクタンスとサーマルコンダクタンスの計算結果を基にして, 図 4.18 のようにいくつかの結晶軸の向きを持ったペア対称性を分類して 6 つのグループに分ける方法を提案することにする. 以下では 7 種類の接合系を考える: s -波超伝導体 (s), $\alpha = 0$ の d -波超伝導体 ($d(\alpha = 0)$), $\alpha/\pi = 0.125$ の d -波超伝導体 ($d(\alpha/\pi = 0.125)$), $\alpha/\pi = 0.25$ の d -波超伝導体 ($d(\alpha/\pi = 0.25)$), $\alpha = 0$ の p -波超伝導体 ($p(\alpha = 0)$), $\alpha/\pi = 0.25$ の p -波超伝導体 ($p(\alpha/\pi = 0.25)$), $\alpha/\pi = 0.5$ の p -波超伝導体 ($p(\alpha/\pi = 0.5)$). 以下では $Z = 3$ の結果に注目する. なぜなら透過率の低い接合系のほうがペアポテンシャルの対称性がより顕著に輸送現象に反映されるからである. 図 4.18 の 1 つめと 2 つめのプロセスに示したように σ_T と κ_T の曲線からこれらの接合系を 4 つのグループに分類できる (図 4.2, 4.5, 4.8, 4.9, 4.13, 4.14, TABLE I 参照). つぎに接合面に平行に弱い磁場 H をかけると磁場の増加とともに $d(\alpha = 0)$ と $p(\alpha/\pi = 0.25)$ にたいする σ_T は減少する (図 4.19). なぜなら近接効果は磁場によって抑制されるからである⁶⁷⁾. 一方で, $d(\alpha/\pi = 0.125)$, $d(\alpha/\pi = 0.25)$, $p(\alpha/\pi = 0.5)$ に対する σ_T は近接効果がほとんど存在しないため磁場に対してほとんど変化しない. これが図 4.18 の 3 つ目のプロセスに対応している. ここで磁場による Cooper 対の破壊率 γ は $e^2 w^2 D H^2 / 6$ で与えられる. w は DN の縦方向の長さである⁶⁷⁾. $w = 10^{-5} \text{m}$, $D = 10^{-3} \text{m}^2/\text{s}$, $\Delta(0) = 10^{-3} \text{eV}$, $H = 10^{-2} \text{T}$ とすると $\gamma/\Delta(0) \sim 1$ と見積もれる. $p(\alpha/\pi = 0.25)$ と $d(\alpha/\pi = 0.125)$ を区別することは実は微妙な問題である. なぜなら両方とも近接効果と MARS を含むからである. しかし, この二つの接合は DN の

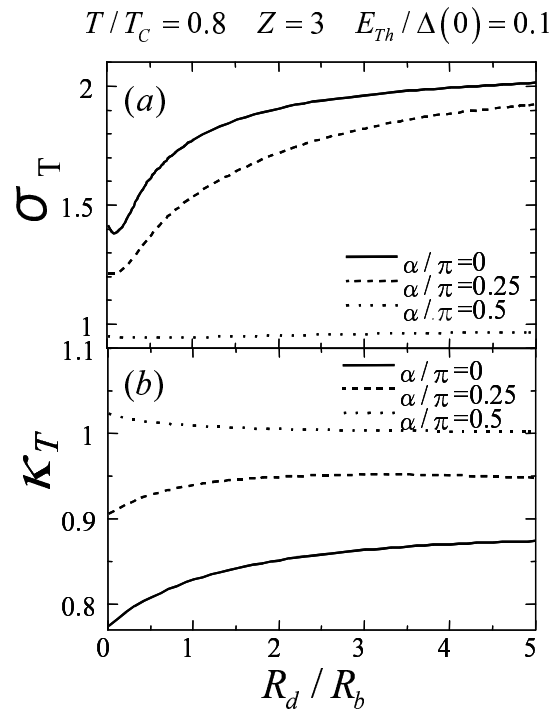


図 4.16 p -波超伝導体接合の規格化されたコンダクタンスとサーマルコンダクタンス.

状態密度 (DOS) に定性的な違いをもっている. $p(\alpha/\pi = 0.25)$ 接合では DOS は共鳴状態の形成によりゼロエネルギーピークを持つ. 一方で, $d(\alpha/\pi = 0.125)$ 接合では DOS はそのようなゼロエネルギーピークを持たない⁶⁴⁾. その結果, 走査型トンネル分光 (STS) で測定できるコンダクタンス σ_0 はこれらの特徴を反映する. ここで σ_0 は以下で定義される.

$$\sigma_0 = \frac{1}{2T} \int_0^\infty \frac{\text{Re} \cos \theta d\varepsilon}{\cosh^2[\frac{\varepsilon}{2T}]} \quad (4.33)$$

$\text{Re} \cos \theta$ は正常状態で規格化された DOS である. この量を $x = 3L/4$ で T/T_C の関数として図 4.20 に図示した. $p(\alpha/\pi = 0.25)$ 接合では $d(\alpha/\pi = 0.125)$ のときとは対照的に低温でピークを持つことがわかる. したがって STS を用いることでこれらの接合を比較的容易に区別することができる.

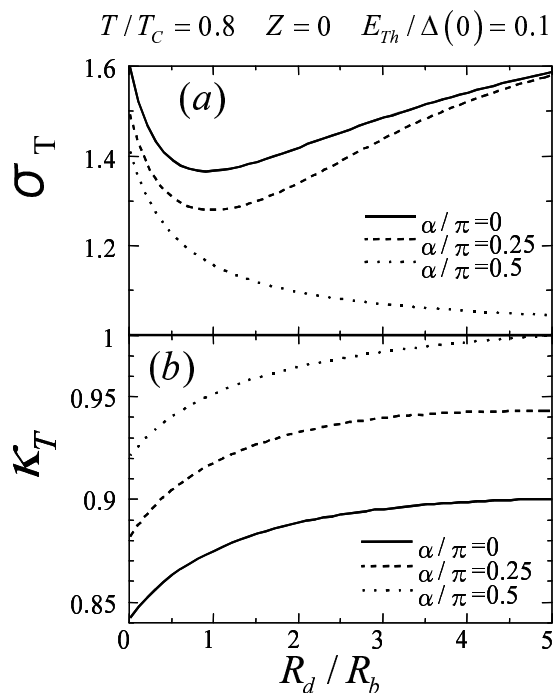


図 4.17 p -波超伝導体接合の規格化されたコンダクタンスとサーマルコンダクタンス.

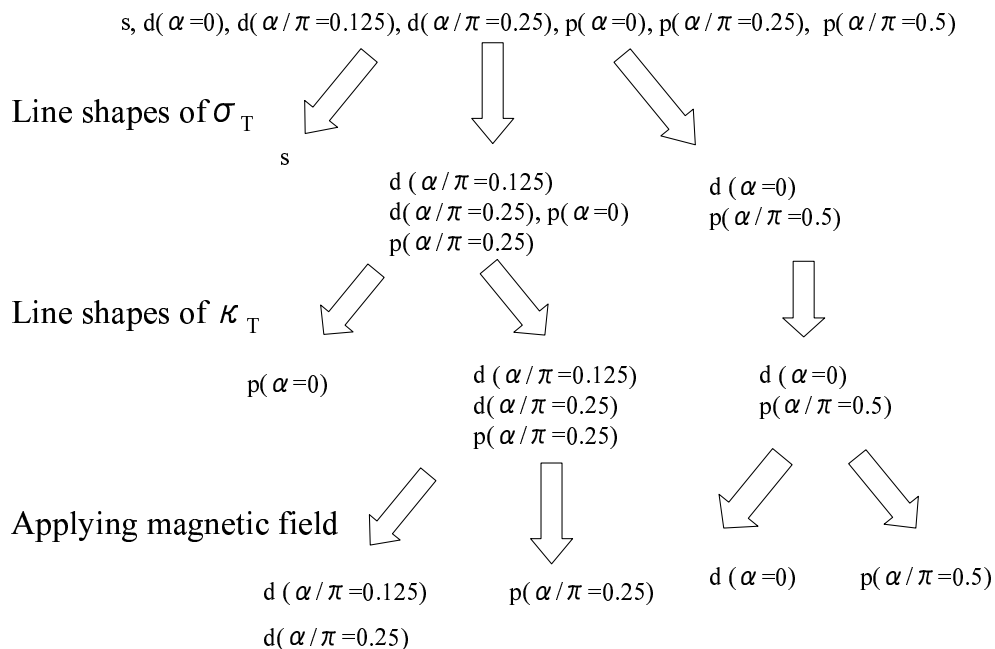


図 4.18 s-, d-, p-波超伝導体を区別する流れ図.

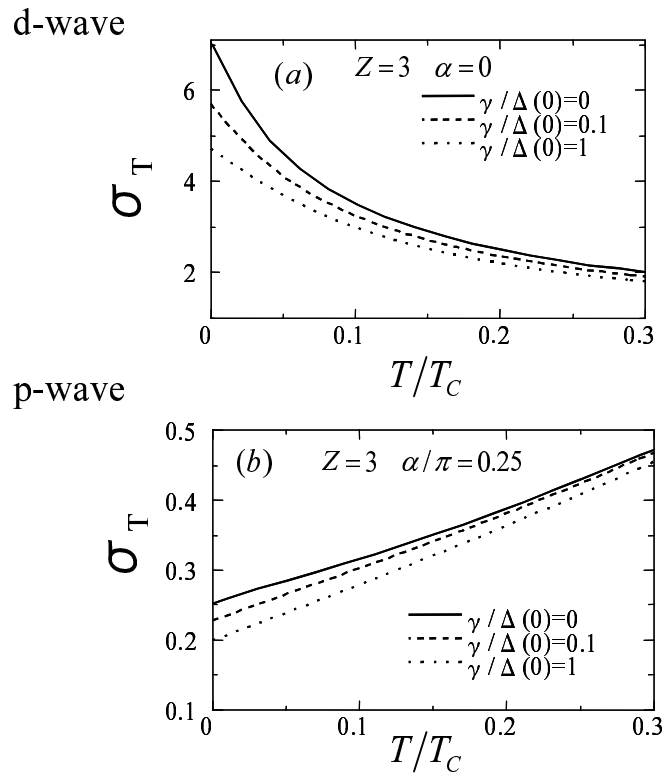


図 4.19 コンダクタンスの磁場依存性.

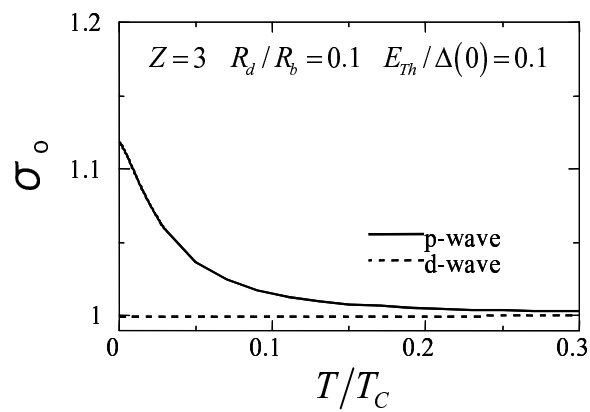


図 4.20 STS で測定可能なコンダクタンス.

表 4.1 σ_T と κ_T の低温での振舞い.

pairing symmetry	σ_T	κ_T
s	reentrant	exponential
d($\alpha = 0$)	linear	linear
d($\alpha/\pi = 0.125$)	inverse	linear
d($\alpha/\pi = 0.25$)	inverse	linear
p($\alpha = 0$)	inverse	exponential
p($\alpha/\pi = 0.25$)	inverse	linear
p($\alpha/\pi = 0.5$)	linear	linear

4.4 結論

本章では汚れた金属 / 超伝導体接合系におけるサーマルコンダクタンスの表式を一般的な境界条件のもとでの Usadel 方程式に基き導いた. s -, d -, p -波超伝導体を用いた接合系の電荷と熱の輸送現象を金属に磁性不純物がある場合を含めて調べた. 主な結論は以下のようにまとめられる.

1. 近接効果はサーマルコンダクタンスにほとんど影響を与えない. このことは近接効果は低エネルギー領域で顕著だが, そのとき準粒子は熱を運べないことに起因している.

2. d -, p -波超伝導体接合における MARS の形成はサーマルコンダクタンスを抑制する. これは次のように説明できる. DN/S 界面付近において MARS の形成は Fermi エネルギーにおける状態密度を劇的に増やす. しかし, そのような準粒子は励起エネルギーがほとんど 0 のため熱を運べない.

3. 接合系の規格化されたサーマルコンダクタンスはペアポテンシャルのラインノードを反映し, 低温で温度に対して線形になる. ただし, 例外はラインノードの方向が熱流の方向と垂直になっているときである.

コンダクタンスとサーマルコンダクタンスは温度の関数として超伝導体のペア対称性に強く依存している. このことは今回の計算結果と実験データを注意深く比べれば, 超伝導体のペア対称性が判別できる可能性を示唆している.

本章では異方的超伝導体を用いた N/S 接合をしらべた. いまのところ s -波超伝導体に対して長く汚れた S/N/S 接合へのサーキット理論の拡張が Bezuglyi らによってなされている⁶⁸⁾. S/N/S 接合では多重 AR は準調和的なギャップを I-V 曲線に作り出すことがわかっている⁶⁹⁻⁷⁶⁾. 異方的超伝導体を用いた S/N/S 接合では異常な電流一位相関係と Josephson 電流の温度依存性を示すことが知られている⁷⁷⁾. 異方的超伝導のそのような I-V 曲線への効果は重要な将来的な問題である.

参考文献

- 1) G. Wiedemann and R. Franz, *Ann. Phys.* **89**, 497 (1853).
- 2) M. J. Kearney and P. N. Butcher, *J. Phys. C. Solid State Phys.* **21**, L265 (1988).
- 3) C. Castellani, C. DiCastro, G. Kotliar, P. A Lee and G. Strinati, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 477 (1987).
- 4) G. V. Chester, A. Tellung, *Proc. Phys. Soc.* **77**, 1005 (1961).
- 5) L. Smrcka, and P. Streda, *J. Phys. C. Solid State Phys.* **10**, 2153 (1977).
- 6) N. P. Ong, *Phys. Rev. B* **43**, 193 (1991).
- 7) R. W. Hill, C. Proust, L. Taillefer, P. Fournier, R. L. Greene, *Nature* **414**, 711 (2001).
- 8) J. Bardeen, G. Rickayzen and L. Tewordt, *Phys. Rev.* **113**, 982 (1959).
- 9) A.F. Andreev, *Sov. Phys. JETP* **19**, 1228 (1964).
- 10) G.E. Blonder, M. Tinkham, and T.M. Klapwijk, *Phys. Rev. B* **25**, 4515 (1982).
- 11) A. Bardas and D. Averin, *Phys. Rev. B* **52**, 12873 (1995).
- 12) I. A. Devyatov, M. Y. Kupriyanov, L. S. Kuzmin, A. A. Golubov and M. Willander, *JETP* **90**, 1050 (2000).
- 13) F. W. J. Hekking and Yu. V. Nazarov, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 1625 (1993).
- 14) F. Giazotto, P. Pingue, F. Beltram, M. Lazzarino, D. Orani, S. Rubini, and A. Franciosi, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 216808 (2001).
- 15) T.M. Klapwijk, *Physica B* **197**, 481 (1994).
- 16) A. Kastalsky, A.W. Kleinsasser, L.H. Greene, R. Bhat, F.P. Milliken, J.P. Harbison, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 3026 (1991).
- 17) C. Nguyen, H. Kroemer and E.L. Hu, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 2847 (1992).
- 18) B.J. van Wees, P. de Vries, P. Magnee, and T.M. Klapwijk, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 510 (1992).

- 19) J. Nitta, T. Akazaki and H. Takayanagi, Phys. Rev. B **49** 3659 (1994).
- 20) S.J.M. Bakker, E. van der Drift, T.M. Klapwijk, H.M. Jaeger, and S. Radelaar, Phys. Rev. B **49**, 13275 (1994).
- 21) P. Xiong, G. Xiao and R.B. Laibowitz, Phys. Rev. Lett. **71**, 1907 (1993).
- 22) P.H.C. Magnee, N. van der Post, P.H.M. Kooistra, B.J. van Wees, and T.M. Klapwijk, Phys. Rev. B **50**, 4594 (1994).
- 23) J. Kutchinsky, R. Taboryski, T. Clausen, C. B. Sorensen, A. Kristensen, P. E. Lindelof, J. Bindslev Hansen, C. Schelde Jacobsen, and J. L. Skov, Phys.Rev. Lett. **78**, 931 (1997).
- 24) W. Poirier, D. Mailly, and M. Sanquer, Phys. Rev. Lett. **79**, 2105 (1997).
- 25) G.Eilenberger,Z.Phys.**214**,195 (1968)
- 26) G.M. Eliashberg, Sov. Phys. JETP **34**, 668 (1972)
- 27) A.I. Larkin and Yu. V. Ovchinnikov, Sov. Phys. JETP **41**, 960 (1975)
- 28) A.F. Volkov, A.V. Zaitsev and T.M. Klapwijk, Physica C **210**, 21 (1993).
- 29) C. J. Lambert, R. Raimondi, V. Sweeney and A. F. Volkov, Phys. Rev. B **55**, 6015 (1997).
- 30) Yu. V. Nazarov, Phys. Rev. Lett. **73**, 1420 (1994).
- 31) S. Yip, Phys. Rev. B **52**, 3087 (1995).
- 32) Yu. V. Nazarov and T. H. Stoof, Phys. Rev. Lett. **76**, 823 (1996); T. H. Stoof and Yu. V. Nazarov, Phys. Rev. B **53**, 14496 (1996).
- 33) A. F. Volkov, N. Allsopp, and C. J. Lambert, J. Phys. Cond. Mat. **8**, L45 (1996); A. F. Volkov and H. Takayanagi, Phys. Rev. B **56**, 11184 (1997).
- 34) A.A. Golubov, F.K. Wilhelm, and A.D. Zaikin, Phys. Rev. B **55**, 1123 (1997).
- 35) A.F. Volkov and H. Takayanagi, Phys. Rev. B **56**, 11184 (1997).
- 36) R. Seviour and A. F. Volkov, Phys. Rev. B **61**, R9273 (2000).
- 37) W. Belzig, F. K. Wilhelm, C. Bruder, *et al.*, Superlattices and Microstructures **25**, 1251 (1999).
- 38) S. Yip, Phys. Rev. B **52**, 15504 (1995).

-
- 39) T. Yokoyama, Y. Tanaka, A. A. Golubov, J. Inoue, and Y. Asano, *Phys. Rev. B* **71**, 094506 (2005).
 - 40) M.Yu. Kupriyanov and V. F. Lukichev, *Zh. Exp. Teor. Fiz.* **94** (1988) 139 [*Sov. Phys. JETP* **67**, (1988) 1163].
 - 41) A. V. Zaitsev, *Sov. Phys. JETP* **59**, 1163 (1984).
 - 42) Yu. V. Nazarov, *Superlattices and Microstructures* **25**, 1221 (1999).
 - 43) Y. Tanaka, A. A. Golubov and S. Kashiwaya, *Phys. Rev. B* **68** 054513 (2003).
 - 44) R. Raimondi, G. Savona, P. Schwab and T. Lück, *Phys. Rev. B* **70**, 155109 (2004).
 - 45) J. Beyer-Nielsen and H. Smith, *Phys. Rev. B* **31**, 2831 (1985).
 - 46) M. J. Graf, S-K. Yip, J. A. Sauls and D. Rainer *Phys. Rev. B* **53**, 15147 (1996).
 - 47) M. J. Graf and A. V. Balatsky, *Phys. Rev. B* **62**, 9697 (2000); M. J. Graf, S-K. Yip and J. A. Sauls, *Phys. Rev. B* **62**, 14393 (2000).
 - 48) E. V. Bezuglyi and V. Vinokur, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 137002 (2003).
 - 49) R. Movshovich, M. A. Hubbard, M. B. Salamon, A. V. Balatsky, R. Yoshizaki, J. L. Sarrao, and M. Jaime *Phys. Rev. Lett.* **80**, 1968 (1998).
 - 50) R. Movshovich, M. Jaime, J. D. Thompson, C. Petrovic, Z. Fisk, P. G. Pagliuso, and J. L. Sarrao *Phys. Rev. Lett.* **86**, 5152 (2001).
 - 51) M. Chiao, R. W. Hill, C. Lupien, B. Popic, R. Gagnon, and L. Taillefer *Phys. Rev. Lett.* **82**, 2943 (1999).
 - 52) K. Izawa, H. Takahashi, H. Yamaguchi, Yuji Matsuda, M. Suzuki, T. Sasaki, T. Fukase, Y. Yoshida, R. Settai, and Y. Onuki *Phys. Rev. Lett.* **86**, 2653 (2001)
 - 53) K. Izawa, H. Yamaguchi, Yuji Matsuda, H. Shishido, R. Settai, and Y. Onuki *Phys. Rev. Lett.* **87**, 057002 (2001).
 - 54) K. Izawa, H. Yamaguchi, T. Sasaki, and Yuji Matsuda *Phys. Rev. Lett.* **88**, 027002 (2002).
 - 55) K. Izawa, K. Kamata, Y. Nakajima, Y. Matsuda, T. Watanabe, M. Nohara, H. Takagi, P. Thalmeier, and K. Maki *Phys. Rev. Lett.* **89**, 137006 (2002) .
 - 56) M. Suzuki, M. A. Tanatar, N. Kikugawa, Z. Q. Mao, Y. Maeno, and T. Ishiguro *Phys. Rev. Lett.* **88**, 227004 (2002).

-
- 57) L.J. Buchholtz and G. Zwicknagl, Phys. Rev. B **23** 5788 (1981); C. Bruder, Phys. Rev. B **41**, 4017 (1990); C.R. Hu, Phys. Rev. Lett. **72**, 1526 (1994).
- 58) Y. Tanaka and S. Kashiwaya, Phys. Rev. Lett. **74**, 3451 (1995); S. Kashiwaya, Y. Tanaka, M. Koyanagi and K. Kajimura, Phys. Rev. B **53**, 2667 (1996); Y. Tanuma, Y. Tanaka, and S. Kashiwaya Phys. Rev. B **64**, 214519 (2001).
- 59) S. Kashiwaya and Y. Tanaka, Rep. Prog. Phys. **63**, 1641 (2000) and references therein.
- 60) M. Yamashiro, Y. Tanaka, Y. Tanuma, and S. Kashiwaya, J. Phys. Soc. Jpn. **67**, 3224 (1998); C. Honerkamp and M. Sigrist, J. Low Temp. Phys. **111**, 895 (1998).
- 61) A. P. Mackenzie and Y. Maeno, Rev. Mod. Phys. **75**, 657 (2003); F. Laube, G. Goll, H. v. Löhneysen, M. Fogelström, and F. Lichtenberg, Phys. Rev. Lett. **84**, 1595 (2000); Z. Q. Mao, K. D. Nelson, R. Jin, Y. Liu, and Y. Maeno, *ibid.* **87**, 037003 (2001).
- 62) Y. Tanaka, Y.V. Nazarov and S. Kashiwaya, Phys. Rev. Lett. **90**, 167003 (2003).
- 63) Y. Tanaka, Yu. V. Nazarov, A. A. Golubov, and S. Kashiwaya, Phys. Rev. B **69**, 144519 (2004).
- 64) Y. Tanaka and S. Kashiwaya, Phys. Rev. B **70**, 012507 (2004); Y. Tanaka, S. Kashiwaya and T. Yokoyama, Phys. Rev. B **71**, 094513 (2005).
- 65) K.D. Usadel Phys. Rev. Lett. **25**, 507 (1970).
- 66) Y. Asano, unpublished.
- 67) W. Belzig, C. Bruder, and G. Schön, Phys. Rev. B **54** 9443 (1996).
- 68) E. V. Bezuglyi, E. N. Bratus', V. S. Shumeiko, G. Wendin and H. Takayanagi, Phys. Rev. B **62**, 14439 (2000).
- 69) T. M. Klapwijk, G. E. Blonder, and M. Tinkham, Physica B&C **109-110**, 1657 (1982).
- 70) M. Octavio, M. Tinkham, G. E. Blonder, and T. M. Klapwijk, Phys. Rev. B **27**, 6739 (1983).
- 71) G.B. Arnlod, J. Low Temp. Phys. **68**, 1 (1987); U. Gunsenheimer and A. D. Zaikin, Phys. Rev. B **50**, 6317 (1994).
- 72) E.N. Bratus, V.S. Shumeiko, and G. Wendin, Phys. Rev. Lett. **74**, 2110 (1995); D. Averin and A. Bardas, Phys. Rev. Lett. **75**, 1831 (1995); J.C. Cuevas, A. Martin-Rodero and A.L. Yeyati, Phys. Rev. B **54**, 7366 (1996).

-
- 73) A. Bardas and D. V. Averin, Phys. Rev. B **56**, 8518 (1997); A. V. Zaitsev and D. V. Averin, Phys. Rev. Lett. **80**, 3602 (1998).
- 74) A. V. Zaitsev, Physica C **185-189**, 2539 (1991).
- 75) E.V. Bezuglyi, E. N. Bratus', V. S. Shumeiko and G. Wendin, Phys. Rev. Lett. **83**, 2050 (1999).
- 76) A. Brinkman and A. A. Golubov, Phys. Rev. B **61**, 11 297 (2000).
- 77) Y. Tanaka and S. Kashiwaya, Phys. Rev. B **53**, 11957 (1996); Y. Tanaka and S. Kashiwaya, Phys. Rev. B **56**, 892 (1997); Y. S. Barash, H. Burkhardt and D. Rainer, Phys. Rev. Lett. **77**, 4070 (1996); E. Ilichev, M. Grajcar, R. Hlubina, R. P. J. IJsselsteijn, H.E. Hoenig, H.-G. Meyer, A. Golubov, M. H. S. Amin, A. M. Zagoskin, A. N. Omelyanchouk and M. Yu. Kuprianov, Phys. Rev. Lett. **86**, 5369 (2001).

第II部

スピんに依存する近接効果

第5章 Rashba スピン軌道相互作用をもつ2次元電子ガス/超伝導体接合系における電荷輸送

5.1 はじめに

常伝導体/超伝導体 (N/S) 接合では Andreev 反射 (AR)¹⁾ は低エネルギーの輸送現象におけるもっとも重要な過程のひとつである。AR はエネルギーギャップ Δ よりも小さいエネルギーを持った N から入射したアップスピンの電子がアップスピンのホールになって反射されるというものである。N/S 接合での電荷輸送を記述するため Blonder、Tinkham、Klapwijk (BTK) はトンネルコンダクタンスを計算する公式を提案した²⁾。それにより、コンダクタンスのギャップのような構造や AR によりコンダクタンスが2倍になることが明らかになった。この手法は強磁性体/超伝導体 (F/S) 接合に拡張され、F のスピン分極率を実験的に見積もるために使われた³⁻⁵⁾。F/S 接合では F 中の交換場によって逆及性は破られるため AR は抑制される⁶⁾。その結果、接合系のコンダクタンスは抑制される⁷⁾。スピンの依存した輸送現象は電子のスピンを操作した新しいデバイスを作る際重要になりうる。この分野はスピントロニクスと呼ばれている。

スピントロニクスは電子デバイスや量子コンピュータへの応用が期待されるため、近年大きな注目を浴びている⁸⁾。その中でも2次元電子ガス (2DEG) における輸送現象へのスピン軌道相互作用の影響を調べる研究に多くの努力が費やされている⁹⁻¹⁴⁾。Datta と Das は F/2DEG/F 接合において Rashba スピン軌道相互作用 (RSOC)¹⁵⁾ によって電子のスピンのか差運動を操作する方法を提案した¹⁶⁾。このスピン軌道相互作用は印加電場に依存しており、ゲート電圧によって調節できる。一方で、強磁性体を用いず、スピン軌道相互作用のみに依存したスピンに依存した輸送現象、たとえばスピンに依存した Hall 効果、の研究も最近注目を集めている話題である¹⁷⁻¹⁹⁾。

F/S 接合での交換場の場合のように、RSOC は 2DEG/S 接合におけるコンダクタンスに影響を与えるかもしれない。なぜなら RSOC はアップスピンの電子とダウンスピンの電子を混ぜるからである。RSOC はエネルギー分裂を誘起するが、この分裂は強磁性体中の交換場と異なり時間反転対称性を破らない (図 5.1 参照)。従って 2DEG/S 接合での輸送現象は F/S 接合でのものとは定性的に異なるかもしれない。しかし、2DEG/S 接合での RSOC の輸送現象への影響はよく調べられていない。そこでこの接合系で RSOC の効果を取り込んだ公式を作るのが望ましい。この目的のために BTK 的な公式が便利であるが、BTK によるコンダクタンスの導出は 2DEG/S 接合には直接拡張できない。なぜなら RSOC によって速度演算子が非対角成分を持つからである。

本章では非対角成分を持つ任意の速度演算子に適用できる超伝導接合系でのコンダクタンスの導出法を示す. それを用いて 2DEG/S 接合でのトンネルコンダクタンスを計算し, F/S 接合におけるコンダクタンスと比較し, RSOC が AR とノーマル反射確率にどのような影響を与えるかを明らかにする.

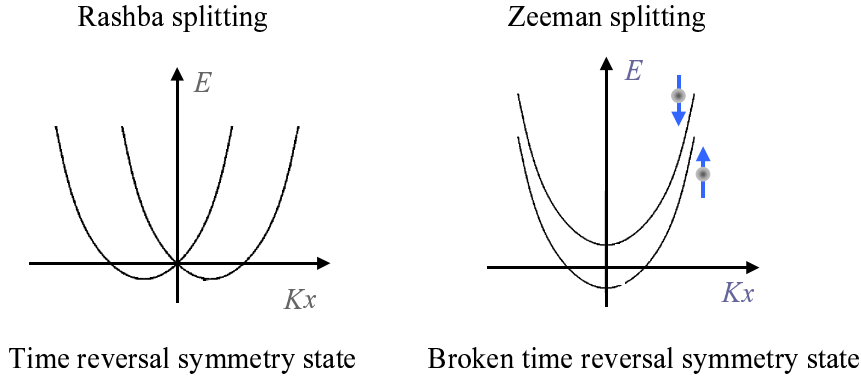


図 5.1 Rashba 分裂と Zeeman 分裂の模式図.

5.2 モデルと計算方法

図 5.2 に示すように 2 次元のバリスティックな 2DEG / S 接合を考える. $x = 0$ にある (y 軸に沿った) 2DEG/S 界面はデルタ関数によって記述される絶縁体バリア $U(x) = U\delta(x)$ を持つとする.

RSOC をもつ有効 Hamiltonian は

$$H = \begin{pmatrix} \xi_k & i\lambda k_- \theta(-x) & 0 & \Delta \theta(x) \\ -i\lambda k_+ \theta(-x) & \xi_k & -\Delta \theta(x) & 0 \\ 0 & -\Delta \theta(x) & -\xi_k & -i\lambda k_+ \theta(-x) \\ \Delta \theta(x) & 0 & i\lambda k_- \theta(-x) & -\xi_k \end{pmatrix} \quad (5.1)$$

で与えられる. ここで $k_{\pm} = k_x \pm ik_y$, エネルギーギャップ Δ , $\xi_k = \frac{\hbar^2}{2m} (k^2 - k_F^2)$, Fermi 波数 k_F , Rashba 結合定数 λ , 階段関数 $\theta(x)$ である.

x 方向の速度演算子は以下で与えられる²⁰⁾.

$$v_x = \frac{\partial H}{\hbar \partial k_x} = \begin{pmatrix} \frac{\hbar}{mi} \frac{\partial}{\partial x} & \frac{i\lambda}{\hbar} \theta(-x) & 0 & 0 \\ -\frac{i\lambda}{\hbar} \theta(-x) & \frac{\hbar}{mi} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\hbar}{mi} \frac{\partial}{\partial x} & -\frac{i\lambda}{\hbar} \theta(-x) \\ 0 & 0 & \frac{i\lambda}{\hbar} \theta(-x) & -\frac{\hbar}{mi} \frac{\partial}{\partial x} \end{pmatrix}. \quad (5.2)$$

$x \leq 0$ での波数 $k_{1(2)}$ の入射波に対する波動関数 $\psi(x)$ は Hamiltonian の固有関数を用い

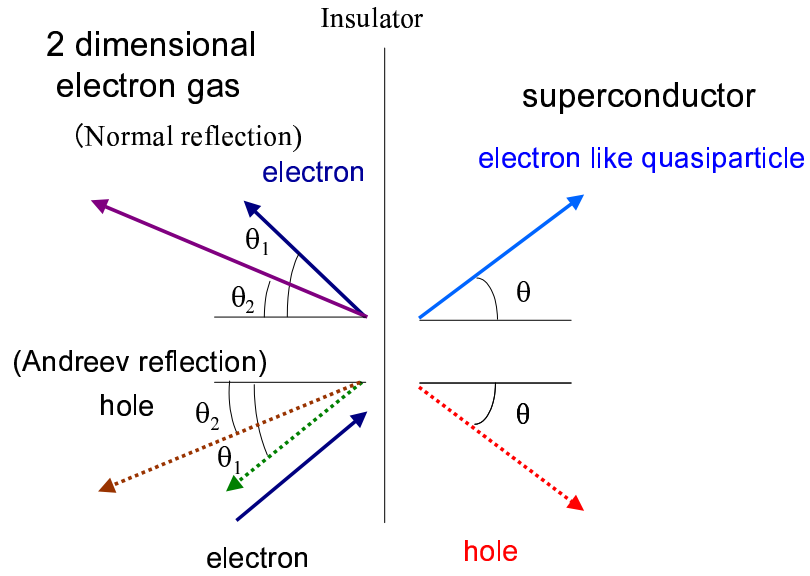


図 5.2 散乱過程の模式図.

て表される :

$$\begin{aligned}
 \psi(x \leq 0) = e^{ik_y y} & \left[\frac{1}{\sqrt{2}} e^{ik_{1(2)} \cos \theta_{1(2)} x} \begin{pmatrix} (-) i \frac{k_{1(2)-}}{k_{1(2)}} \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{a_{1(2)}}{\sqrt{2}} e^{ik_1 \cos \theta_1 x} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ i \frac{k_{1+}}{k_1} \\ 1 \end{pmatrix} \right. \\
 & \left. + \frac{b_{1(2)}}{\sqrt{2}} e^{ik_2 \cos \theta_2 x} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -i \frac{k_{2+}}{k_2} \\ 1 \end{pmatrix} + \frac{c_{1(2)}}{\sqrt{2}} e^{-ik_1 \cos \theta_1 x} \begin{pmatrix} -i \frac{k_{1+}}{k_1} \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{d_{1(2)}}{\sqrt{2}} e^{-ik_2 \cos \theta_2 x} \begin{pmatrix} i \frac{k_{2+}}{k_2} \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right] \quad (5.3)
 \end{aligned}$$

ここで $k_1 = -\frac{m\lambda}{\hbar^2} + \sqrt{\left(\frac{m\lambda}{\hbar^2}\right)^2 + k_F^2}$, $k_2 = \frac{m\lambda}{\hbar^2} + \sqrt{\left(\frac{m\lambda}{\hbar^2}\right)^2 + k_F^2}$, $k_{1(2)\pm} = k_{1(2)} e^{\pm i\theta_{1(2)}}$ である. $a_{1(2)}$ と $b_{1(2)}$ は AR 係数, $c_{1(2)}$ と $d_{1(2)}$ はノーマル反射係数である. $\theta_{1(2)}$ は界面の法線と波数 $k_{1(2)}$ の波のなす角度である.

同様に $x \geq 0$ で $\psi(x)$ は以下で与えられる.

$$\begin{aligned} \psi(x \geq 0) = e^{ik_y y} & \left[e_{1(2)} e^{ik_F \cos \theta x} \begin{pmatrix} u \\ 0 \\ 0 \\ v \end{pmatrix} + f_{1(2)} e^{ik_F \cos \theta x} \begin{pmatrix} 0 \\ u \\ -v \\ 0 \end{pmatrix} \right. \\ & \left. + g_{1(2)} e^{-ik_F \cos \theta x} \begin{pmatrix} v \\ 0 \\ 0 \\ u \end{pmatrix} + h_{1(2)} e^{-ik_F \cos \theta x} \begin{pmatrix} 0 \\ -v \\ u \\ 0 \end{pmatrix} \right] \end{aligned} \quad (5.4)$$

$$u = \sqrt{\frac{1}{2} \left(1 + \frac{\sqrt{E^2 - \Delta^2}}{E} \right)}, \quad v = \sqrt{\frac{1}{2} \left(1 - \frac{\sqrt{E^2 - \Delta^2}}{E} \right)} \quad (5.5)$$

ここで E は準粒子のエネルギー, θ は界面の法線と波数 k_F の波のなす角度であり, $e_{1(2)}, f_{1(2)}, g_{1(2)}, h_{1(2)}$ は透過係数である. y 方向には並進対称性が成り立っているため界面に平行な方向の運動量は保存する: $k_y = k_F \sin \theta = k_1 \sin \theta_1 = k_2 \sin \theta_2$.

波動関数は以下の境界条件に従う²⁰⁾:

$$\begin{aligned} \psi(x)|_{x=+0} &= \psi(x)|_{x=-0} \\ v_x \psi(x)|_{x=+0} - v_x \psi(x)|_{x=-0} &= \frac{\hbar}{mi} \frac{2mU}{\hbar^2} \tau_3 \psi(0) \\ \tau_3 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (5.6)$$

以下でコンダクタンスの公式を導く. 詳細な計算の前に, コンダクタンスの導出の本質的な考え方を述べる. それはまず流れの期待値を計算しそれを用いて電流を計算するというものであり, 以下のようにして電流の表式が求まる. 2DEG から電子またはホールが入射されたとき, その 2DEG 中での流れ j_e, j_h はそれぞれ

$$j_e = \text{Re}(\psi_e^\dagger v_x \tau_3 \psi_e) \propto (1 + A^{he} + B^{he} - C^{ee} - D^{ee}) \quad (5.7)$$

$$j_h = \text{Re}(\psi_h^\dagger v_x \tau_3 \psi_h) \propto (1 + A^{eh} + B^{eh} - C^{hh} - D^{hh}). \quad (5.8)$$

となる. 同様に S から電子またはホールが入射されたとき, その 2DEG 中での流れ j'_e, j'_h はそれぞれ

$$j'_e = \text{Re}(\psi_e'^\dagger v_x \tau_3 \psi_e') \propto (F^{ee} + G^{ee} - H^{he} - J^{he}) \quad (5.9)$$

$$j'_h = \text{Re}(\psi_h'^\dagger v_x \tau_3 \psi_h') \propto (F^{hh} + G^{hh} - H^{eh} - J^{eh}). \quad (5.10)$$

で与えられる. ここで A^{he} と B^{he} , C^{ee} と D^{ee} はそれぞれ電子入射に対する AR 確率とノーマル反射確率である. F^{ee} と G^{ee} は電子の透過確率であり, H^{he} と J^{he} は入射電子が界面でホールに変わる透過に対する透過確率である. その他の記号も同様に定義する. 4つの独立な固有関数, つまり2種類の電子的準粒子と2種類のホールの準粒子があることに注意を要する.

全電流は以下で与えられる.

$$I = e \int_{-\infty}^{\infty} (j_e f(E - eV) - j_h f(E + eV) + j'_e f(E) - j'_h f(E)) dE$$

$$\propto \int_{-\infty}^{\infty} \left(1 + A_1^{he} + B_1^{he} - C_1^{ee} - D_1^{ee}\right) (f(E - eV) - f(E + eV)) dE. \quad (5.11)$$

よって絶対零度での微分コンダクタンスは以下の形をもつ:

$$\frac{dI}{dV} \propto \left(1 + A^{he} + B^{he} - C^{ee} - D^{ee}\right) \quad (5.12)$$

ここで $f(E)$ は分布関数, V はバイアス電圧である. ここで粒子-ホール対称性を仮定し, $X^{ee} = X^{hh}$, $X^{he} = X^{eh}$ ($X = A, B, C, D, F, G, H, J$) の関係を用いた. BTK の手法²⁾ は非対角成分をもつ速度演算子は取り扱うことができない. しかし, ここに示したコンダクタンスの導出は非対角成分をもつ任意の速度演算子に適用できる.

以上の手順を今回のモデルに適用することにする. 波数 k_1 の入射波に対しての流れは以下で与えられ

$$j_e^1 = \frac{\hbar}{2m} \left(1 + \frac{k_2}{k_1}\right) k_1 \cos \theta_1 \left(1 + |a_1|^2 + |b_1|^2 \frac{k_1}{k_2} \lambda_{21} - |c_1|^2 - |d_1|^2 \frac{k_1}{k_2} \lambda_{21}\right) \quad (5.13)$$

波数 k_2 の入射波に対しては以下で与えられる.

$$j_e^2 = \frac{\hbar}{2m} \left(1 + \frac{k_1}{k_2}\right) k_2 \cos \theta_2 \left(1 + |a_2|^2 \frac{k_2}{k_1} \lambda_{12} + |b_2|^2 - |c_2|^2 \frac{k_2}{k_1} \lambda_{12} - |d_2|^2\right). \quad (5.14)$$

ここで λ_{12} と λ_{21} は以下のように定義される.

$$\lambda_{12} = \frac{k_1 \cos \theta_1}{k_2 \cos \theta_2} \quad \lambda_{21} = \frac{k_2 \cos \theta_2}{k_1 \cos \theta_1}. \quad (5.15)$$

最終的に無次元化されたコンダクタンスが以下の形で与えられる.

$$\begin{aligned} \sigma_s &= N_1 \int_{-\theta_C}^{\theta_C} \frac{1}{2} \left(1 + \frac{k_2}{k_1}\right) \int_{-\theta_C}^{\theta_C} \left[1 + |a_1|^2 + |b_1|^2 \frac{k_1}{k_2} \lambda_{21} - |c_1|^2 - |d_1|^2 \frac{k_1}{k_2} \lambda_{21}\right] \cos \theta d\theta \\ &+ N_2 \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \text{Re} \frac{1}{2} \left(1 + \frac{k_1}{k_2}\right) \left[1 + |a_2|^2 \frac{k_2}{k_1} \lambda_{12} + |b_2|^2 - |c_2|^2 \frac{k_2}{k_1} \lambda_{12} - |d_2|^2\right] \cos \theta d\theta \\ &= \int_{-\theta_C}^{\theta_C} \left[1 + |a_1|^2 + |b_1|^2 \frac{k_1}{k_2} \lambda_{21} - |c_1|^2 - |d_1|^2 \frac{k_1}{k_2} \lambda_{21}\right] \cos \theta d\theta \\ &+ \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \text{Re} \left[1 + |a_2|^2 \frac{k_2}{k_1} \lambda_{12} + |b_2|^2 - |c_2|^2 \frac{k_2}{k_1} \lambda_{12} - |d_2|^2\right] \cos \theta d\theta \end{aligned}$$

$$\equiv \int_{-\theta_C}^{\theta_C} \cos \theta d\theta (1 + A_1 + B_1 + C_1 + D_1) + 2(1 + A_2 + B_2 + C_2 + D_2) \quad (5.16)$$

$$N_1 = \frac{1}{1 + \frac{m\lambda}{\hbar^2 k_1}} \quad N_2 = \frac{1}{1 - \frac{m\lambda}{\hbar^2 k_2}}. \quad (5.17)$$

N_1 と N_2 はそれぞれ波数 k_1 と k_2 に対して $\lambda = 0$ での値で規格化した状態密度である。臨界角 θ_C は $\cos \theta_C = \sqrt{\frac{2m\lambda}{\hbar^2 k_1}}$ で定義される。 σ_N はノーマル状態でのコンダクタンス、つまり $\Delta = 0$ での σ_S である。規格化されたコンダクタンスを $\sigma_T = \sigma_S / \sigma_N$ 、パラメータを $\beta = \frac{2m\lambda}{\hbar^2 k_F}$ 、 $Z = \frac{2mU}{\hbar^2 k_F}$ と定義する。今回は 2DEG と S では同じ有効質量を用いる。多くの場合 2DEG における有効質量は S におけるものよりずっと小さい。しかし、この効果は Z の増加と等価であることが示すことができるので、本章では有効質量の違いは無視することにする。

5.3 計算結果

まず図 5.3 に示すようにバイアス電圧 V の関数として規格化したコンダクタンス σ_T を調べることにする。AR 確率が小さい $Z = 10$ のとき、 σ_T はエネルギーギャップ内ではほとんど 0 であり β にほとんど依存していない。それとは対照的に $Z = 1$ のときは σ_T はゼロ電圧近傍で β とともにわずかに増加する。AR 確率のとても高い $Z = 0$ のときは σ_T は $\beta = 0$ に対してエネルギーギャップ内で 2 になり、 β の増加とともに抑制される。

次に、Rashba 分裂の効果と Zeeman 分裂の効果の違いを調べることにする。F/S 接合のコンダクタンスは文献⁷⁾に従い計算した。図 5.4 の (a)-(c) に 2DEG/S 接合における、(d)-(f) に F/S 接合におけるゼロ電圧での超伝導状態でのコンダクタンスを図示した。(a) と (d) では $Z = 10$ 、(b) と (e) では $Z = 1$ 、(c) と (f) では $Z = 0$ と選んだ。(a)-(c) では $\beta = 0$ に対する σ_N で規格化した σ_S の β 依存性を様々な Z に対して示した。 $Z = 10$ では規格化したコンダクタンスは β に対して指数関数的な依存性を持つがその大きさはとても小さい。一方で $Z = 1$ に対しては β の関数としてリエントラントな振る舞いをする。 $Z = 0$ では β の関数として直線的に減少していく。

それとは対照的に F/S 接合では σ_S の交換場 U (ここでは Fermi エネルギー E_F で規格化する) 依存性は質的に違っている。 $U = 0$ での σ_N で規格化した σ_S を図示することにする。(d)-(f) に示したように Z に依存せず交換場は常に σ_S を抑制する。これは AR 確率が交換場によって減少したからである。従って Rashba 分裂のコンダクタンスへの影響は Zeeman 分裂のコンダクタンスへの影響とは本質的に異なっていることがわかる。これは以下のように説明される。Zeeman 分裂はアップスピンとダウンスピンの電子の数の不一致を引き起こす。よってアップスピンとダウンスピンの電子対が S 中に透過していく AR は抑制される。それとは対照的に Rashba 分裂はそのような不一致は引き起こさない。よって AR を抑制することはなく、そのためコンダクタンスの様々な β 依存性があらわれるのである。

コンダクタンスの曲線を説明するため、電圧の関数として角度平均したノーマル反射確率と AR 確率を調べることにする。図 5.5 には $Z = 10$ に対する反射確率が示してある。AR

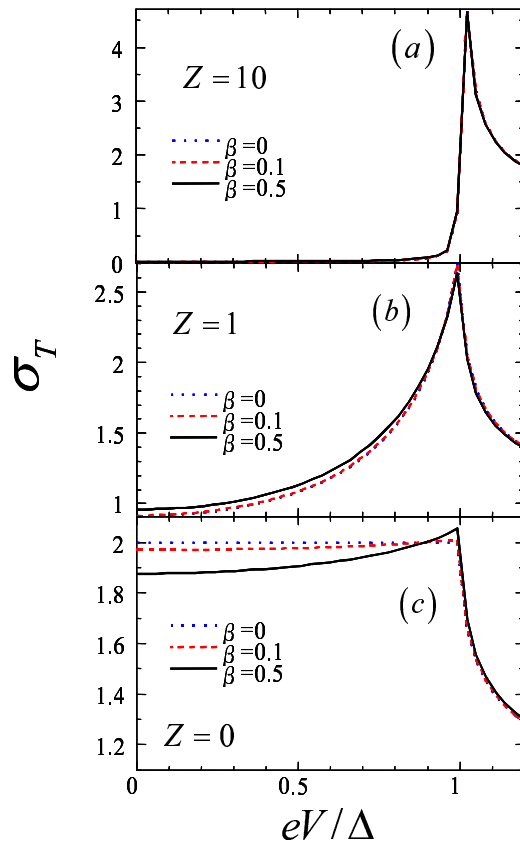


図 5.3 規格化したコンダクタンス. (a) $Z = 10$, (b) $Z = 1$, (c) $Z = 0$.

確率 (A_1, A_2, B_1, B_2) は β の増加とともに $eV = \Delta$ の周りでわずかに増加し同様の構造を持つようになる. ノーマル反射確率 D_1 と D_2 は β とともに増加するが, C_1 と C_2 は β の増加とともに減少する. 言い換えれば波数 $k_1(k_2)$ の反射波は RSOC によって抑制される (強められる). この強めあいと抑制が互いに競合し, コンダクタンスは RSOC にほとんど依存しなくなる. C_1 と C_2 の減少と D_2 と D_1 の増加は状態密度の β 依存性を反映している: N_1 は β の減少関数で, N_2 は β の増加関数である. $Z = 0$ に対しては (図 5.6) ノーマル反射確率 C_2 と D_1 , AR 確率 B_1 と A_2 は β とともにわずかに増加する. ノーマル反射確率 C_1 と D_2 は β とともに増加する. 一方で, AR 確率 A_1 と B_2 は β の増加とともにエネルギーギャップ内で減少する. 以上のことは入射波と同じ固有関数だけが RSOC の影響を受けることを意味している. A_1 と B_2 の減少は β の増加による 2DEG と S の間の Fermi 面の不一致によると考えられる. 図 5.6 から RSOC によってコンダクタンスが抑制されることが理解できる (式 (5.16) 参照).

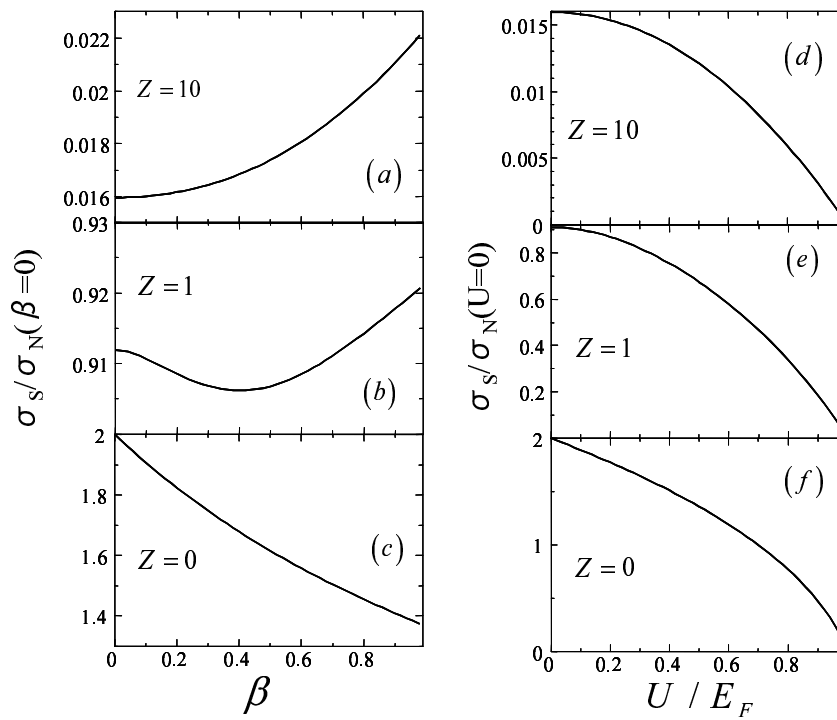


図 5.4 2DEG/S 接合で RSOC の関数として (左図)、F/S 接合で交換場の関数として (右図) のゼロ電圧での超伝導状態でのコンダクタンス. (a) と (d) $Z = 10$. (b) と (e) $Z = 1$. (c) と (f) $Z = 0$. $\beta = \frac{2m\lambda}{\hbar^2 k_F}$.

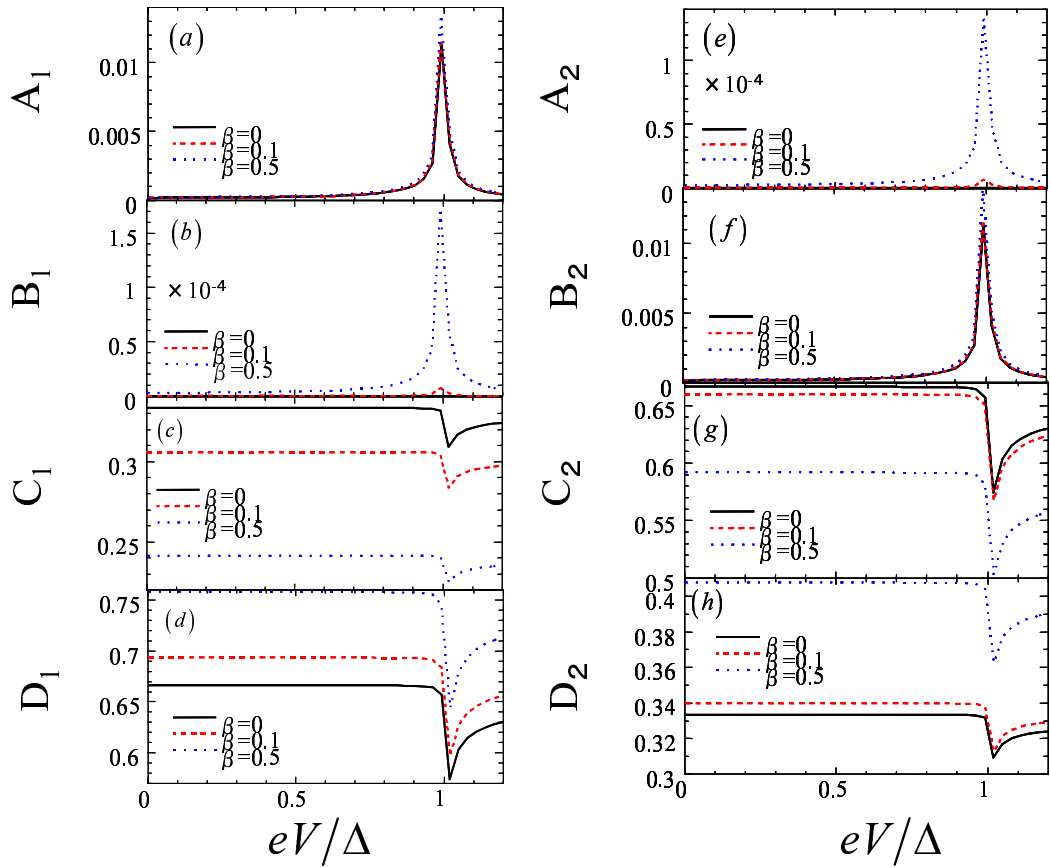


図 5.5 $Z = 10$ に対する角度平均した Andreev 反射確率とノーマル反射確率. A_1, A_2, B_1, B_2 は AR 確率. C_1, C_2, D_1, D_2 はノーマル反射確率.

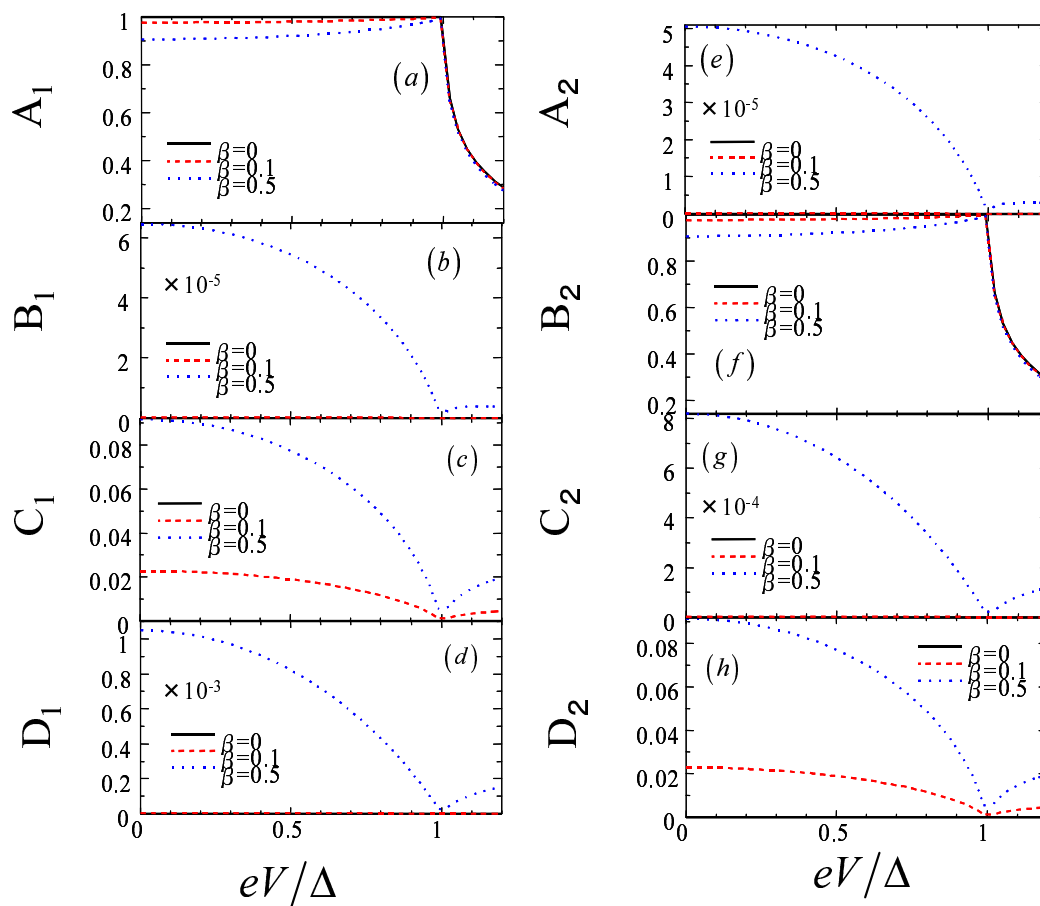


図 5.6 $Z = 0$ に対する角度平均した Andreev 反射確率とノーマル反射確率. A_1, A_2, B_1, B_2 は AR 確率. C_1, C_2, D_1, D_2 はノーマル反射確率.

5.4 結論

本章では RSOC を持つ 2 次元電子ガス/絶縁体/超伝導体接合におけるコンダクタンスを調べるため BTK 公式を拡張しコンダクタンスを計算した。Andreev 反射とノーマル反射が RSOC によってどのような影響を受けるかを明らかにし、以下の結果を得た。

1. 界面のバリアが低いときコンダクタンスは RSOC によって抑制され、界面のバリアが高いときコンダクタンスは RSOC にほとんど依存しない。

2. 界面のバリアの高さが中間のときゼロ電圧でのコンダクタンスは RSOC の関数としてリエントラントな振る舞いをする。

これらのコンダクタンスの振る舞いは F/S 接合で発見されていたものとは本質的に異なる。F/S 接合では界面のバリアの高さに依存せずにコンダクタンスは交換場によって抑制される。また今回のコンダクタンスの導出は非対角成分を持つ任意の速度演算子に利用できるものであり、他のタイプのスピン軌道相互作用をもつ超伝導接合系など様々な応用が期待される。

本章ではバリスティックな接合を調べた。汚れた 2DEG/S 接合では近接効果が重要な働きをする。RSOC は空間反転対称性を破り、したがってパリティを混ぜる。その結果、汚れた F/S 接合で予言されているように²¹⁾”トリプレット”ペアが 2DEG 領域に誘起されるかもしれない²²⁾。この方面の研究は現在進行中である。

参考文献

- 1) A. F. Andreev, Sov. Phys. JETP **19**, 1228 (1964).
- 2) G. E. Blonder, M. Tinkham, and T. M. Klapwijk, Phys. Rev. B **25**, 4515 (1982).
- 3) P. M. Tedrow and R. Meservey, Phys. Rev. Lett. **26**, 192 (1971); Phys. Rev. B **7**, 318 (1973); R. Meservey and P. M. Tedrow, Phys. Rep. **238**, 173 (1994).
- 4) S. K. Upadhyay, A. Palanisami, R. N. Louie, and R. A. Buhrman Phys. Rev. Lett. **81**, 3247 (1998).
- 5) R. J. Soulen Jr., J. M. Byers, M. S. Osofsky, B. Nadgorny, T. Ambrose, S. F. Cheng, P. R. Broussard, C. T. Tanaka, J. Nowak, J. S. Moodera, A. Barry, J. M. D. Coey Science **282**, 85 (1998)
- 6) M.J.M. de Jong and C.W.J. Beenakker, Phys. Rev. Lett. **74**, 1657 (1995).
- 7) T. Hirai, Y. Tanaka, N. Yoshida, Y. Asano, J. Inoue, and S. Kashiwaya Phys. Rev. B **67**, 174501 (2003); N. Yoshida, Y. Tanaka, J. Inoue, and S. Kashiwaya, J. Phys. Soc. Jpn. **68**, 1071 (1999); S. Kashiwaya, Y. Tanaka, N. Yoshida, and M.R. Beasley, Phys. Rev. B **60**, 3572 (1999); I. Zutic and O.T. Valls, Phys. Rev. B **60**, 6320 (1999); **61**, 1555 (2000); N. Stefanakis, Phys. Rev. B **64**, 224502 (2001); J. Phys. Condens. Matter **13**, 3643 (2001).
- 8) I. Zutic, J. Fabian, and S. Das Sarma, Rev. Mod. Phys. **76**, 323 (2004).
- 9) J. E. Hirsch, Phys. Rev. Lett. **83**, 1834 (1999).
- 10) M. Governale and U. Zulicke, Phys. Rev. B **66**, 073311 (2002).
- 11) P. Streda and P. Seba, Phys. Rev. Lett. **90**, 256601 (2003).
- 12) E. E. G. Mishchenko and B. I. Halperin, Phys. Rev. B **68**, 045317 (2003).
- 13) J. Schliemann and D. Loss, Phys. Rev. B **68**, 165311 (2003).
- 14) J. Sinova, D. Culcer, Q. Niu, N. A. Sinitsyn, T. Jungwirth, and A. H. MacDonald, Phys. Rev. Lett. **92**, 126603 (2004).
- 15) E. I. Rashba, Fiz. Tverd. Tela (Leningrad) **2**, 1224 (1960); [Sov. Phys. Solid State **2**, 1109 (1960)]; Yu. A. Bychkov and E. I. Rashba, J. Phys. C **17**, 6039 (1984).

- 16) S. Datta and B. Das, *Appl. Phys. Lett.* **56**, 665 (1990).
- 17) V. M. Edelstein, *Solid State Commun.* **73**, 233 (1990).
- 18) J. Inoue, G. E. W. Bauer, and L. W. Molenkamp *Phys. Rev. B* **70**, 041303 (2004);
J. Inoue, G. E. W. Bauer, and L. W. Molenkamp, *Phys. Rev. B* **67**, 033104 (2003).
- 19) S. K. Watson, R. M. Potok, C. M. Marcus, and V. Umansky, *Phys. Rev. Lett.* **91**,
258301 (2003).
- 20) L. W. Molenkamp, G. Schmidt, and G. E. W. Bauer, *Phys. Rev. B* **64**, R121202
(2001).
- 21) F. S. Bergeret, A. F. Volkov, and K. B. Efetov, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 4096 (2001); F.
S. Bergeret, A. F. Volkov, and K. B. Efetov, *Rev. Mod. Phys.* **77**, 1321 (2005).
- 22) V. M. Edelstein, *Phys. Rev. B* **67**, 020505(R) (2003).

第6章 スピン軌道相互作用を持つトリプレット超伝導体の s -波超伝導体的性質

6.1 はじめに

最近の CePt_3Si の発見はそれが空間反転対称性の破れた初めての重い電子系の超伝導体であったため注目を集めている¹⁾. この効果により Rashba タイプのスピン軌道相互作用 (RSOC)^{2,3)} が誘起されることが予言されている. この RSOC によって理論的に空間反転対称性の破れた超伝導体は新奇な現象を引き起こすことが示されている⁴⁻⁸⁾. しかし, ほかのタイプのスピン軌道相互作用 (SOC), たとえば Dresselhaus タイプの SOC⁹⁾ が空間反転対称性の破れた超伝導体にどのような影響を及ぼすかはあまり調べられていない. 一般的な場合を調べるのは重要である. なぜなら超伝導体のペア対称性と SOC は結晶構造に依存しているからである. 一方, Frigeri らは CePt_3Si のペア対称性は $\mathbf{d}(\mathbf{k}) \propto \hat{x}k_y - \hat{y}k_x$ で与えられることを提案した³⁾. ここで \hat{x} と \hat{y} は単位ベクトルである. しかし, このトリプレットのペア対称性は決定的ではない¹⁰⁾. Samokhin は CePt_3Si の SOC は無視できるほど小さくないことを指摘した¹¹⁾. 現在のところペア対称性についての意見の一致はない. 従って, CePt_3Si のペア対称性の候補を用いて物理量を計算し, 実験結果と比べると望ましい.

以上のことから SOC をもつ異方的超伝導体 (USs) の一般的な性質を調べることが望ましいといえる. それを明らかにした後, その結果を RSOC をもつ US のトンネル接合に応用する. そしてトリプレット超伝導体についてのトンネル分光のときにギャップエネルギーにピーク構造が現れることを示す. この結果は空間反転対称性の破れた US のペア対称性を決めるのに役に立つと思われる. なぜなら超伝導接合でのトンネル分光はそのペア対称性を調べる有力な方法であるからである.

常伝導体 / 超伝導体 (N/S) 接合系では Andreev 反射 (AR)¹²⁾ は低エネルギーの輸送現象においてもっとも重要な現象の一つである. AR の効果を考慮に入れて Blonder, Tinkham, Klapwijk (BTK) はトンネルコンダクタンスの計算公式を作り上げた¹³⁾. この方法によって超伝導体のエネルギーギャップを明らかにできる. この手法は USs の性質を調べるため常伝導体 / 異方的超伝導体 (N/US) 接合系にも拡張された^{14,15)}. 実際, N/US 接合でのトンネルコンダクタンスの計算や測定は US のペア対称性を調べるのに役に立っている. なぜならトンネルコンダクタンスは MARS の形成のためにペア対称性に敏感になるからである^{14,15)}. しかし, トンネル接合で SOC の効果をいれた理論はない. 本章では文献^{14,15)} の理論を RSOC を取り入れることで一般化し, トリプレット対称性 ($\mathbf{d}(\mathbf{k}) \propto \hat{x}k_y - \hat{y}k_x$) をもつ US からなる接合に応用した. 空間反転対称性の破れた USs はシングレットとトリプレットの成分をとともにもつが⁵⁾, ここでは弱い SOC を考えてトリプレットの成分のみを第一段階として考える³⁾.

最初に Bogoliubov-de Gennes (BdG) 方程式を解くことで SOC をもつ USs の一般的な性質を明らかにする。その結果を用い RSOC が存在する N/US 接合のコンダクタンスを計算する。RSOC はトリプレット超伝導体の接合に対してもトンネル分光においてギャップエネルギーにピークを誘起することを示す。その結果は SOC をもつ US の一般的な性質から説明される。得られた結果は空間反転対称性の破れた US のペア対称性を決める実験の解析に役立つ情報を与える。ここでは簡単なモデルを用いるが、我々の結果は物理の本質をとらえていると信ずる。以下では絶対零度に話を限ることとする。

6.2 モデルと計算方法

まずの SOC をもつ USs の一般的な性質を調べることから始める。SOC を持つ BdG 方程式の有効 Hamiltonian を考える。それは以下で与えられる。

$$\check{H} = \begin{pmatrix} \hat{H}(\mathbf{k}) & \hat{\Delta}(\mathbf{k}) \\ -\hat{\Delta}^*(-\mathbf{k}) & -\hat{H}^*(-\mathbf{k}) \end{pmatrix} \quad (6.1)$$

$\hat{H}(\mathbf{k}) = \xi_k + \mathbf{V}(\mathbf{k}) \cdot \boldsymbol{\sigma}$, $\hat{\Delta}(\mathbf{k}) = i\Delta\sigma_y$ (シングレットペア), $\hat{\Delta}(\mathbf{k}) = (\mathbf{d}(\mathbf{k}) \cdot \boldsymbol{\sigma})i\sigma_y$ (トリプレットペア)。ここで ξ_k , \mathbf{k} , $\boldsymbol{\sigma}$ はそれぞれ Fermi エネルギーから測った電子のエネルギー、電子の質量、Pauli 行列である。 $\hat{H}(\mathbf{k})$ の第二項 $\mathbf{V}(\mathbf{k}) \cdot \boldsymbol{\sigma}$ は SOC をあらわしている。たとえば、 $\mathbf{V}(\mathbf{k}) \propto \hat{\mathbf{x}}k_y - \hat{\mathbf{y}}k_x$ は RSOC に対応し、 $\mathbf{V}(\mathbf{k}) \propto \hat{\mathbf{x}}k_x - \hat{\mathbf{y}}k_y$ は Dresselhaus タイプの SOC に対応している。今回はユニタリ状態を考える。ここで $\mathbf{d}(\mathbf{k}) \parallel \mathbf{V}(\mathbf{k})$ で両方のベクトルが実数の成分のみを持ち、空間反転対称性を破るが時間反転対称性を保存するように $\mathbf{V}(-\mathbf{k}) = -\mathbf{V}(\mathbf{k})$ が成り立つことを仮定する。条件 $\mathbf{d}(\mathbf{k}) \parallel \mathbf{V}(\mathbf{k})$ は小さい SOC に対して最も高い T_C を与える³⁾。

BdG 方程式は電子的準粒子に対して

$$\check{H} \begin{pmatrix} \hat{u}_{\pm} \\ \hat{v}_{\pm} \end{pmatrix} = E_{\pm} \begin{pmatrix} \hat{u}_{\pm} \\ \hat{v}_{\pm} \end{pmatrix} \quad (6.2)$$

ホールの準粒子に対して

$$\check{H} \begin{pmatrix} \sigma_y \hat{v}_{\pm} \sigma_y \\ \sigma_y \hat{u}_{\pm} \sigma_y \end{pmatrix} = -E_{\pm} \begin{pmatrix} \sigma_y \hat{v}_{\pm} \sigma_y \\ \sigma_y \hat{u}_{\pm} \sigma_y \end{pmatrix} \quad (6.3)$$

となる。ここで、

$$E_{\pm} = \sqrt{(\xi_k \pm |\mathbf{V}(\mathbf{k})|)^2 + |\Delta|^2}, \quad (6.4)$$

$$\hat{u}_{\pm} = u_0^{\pm} \left(1 \pm \hat{\mathbf{V}}(\mathbf{k}) \cdot \boldsymbol{\sigma} \right), \hat{v}_{\pm} = v_0^{\pm} \frac{\hat{\Delta}^{\dagger}}{|\Delta|} \left(1 \pm \hat{\mathbf{V}}(\mathbf{k}) \cdot \boldsymbol{\sigma} \right), \quad (6.5)$$

$$u_0^\pm = \sqrt{\frac{1}{2} \left(1 + \frac{\sqrt{E_\pm^2 - |\Delta^2|}}{E_\pm} \right)}, \quad (6.6)$$

$$v_0^\pm = \sqrt{\frac{1}{2} \left(1 - \frac{\sqrt{E_\pm^2 - |\Delta^2|}}{E_\pm} \right)}, \quad (6.7)$$

$\hat{\mathbf{V}}(\mathbf{k}) = \mathbf{V}(\mathbf{k}) / |\mathbf{V}(\mathbf{k})|$, $|\Delta|^2 = \frac{1}{2} \text{Tr} \hat{\Delta} \hat{\Delta}^\dagger$ である. このことは独立な4つの固有関数, つまり固有値 E_\pm をもつ電子的準粒子とホールの準粒子が存在することを示している.

以下で4つの固有関数の性質を議論することにする. シングレットペアについては $\hat{\Delta} = i\Delta\sigma_y$ であり, このとき次式が得られる:

$$\hat{v}_\pm = v_0 \frac{\hat{\Delta}^\dagger}{|\Delta|} \left(1 \pm \hat{\mathbf{V}}(\mathbf{k}) \cdot \boldsymbol{\sigma} \right) = -i\sigma_y v_0 \left(1 \pm \hat{\mathbf{V}}(\mathbf{k}) \cdot \boldsymbol{\sigma} \right) \quad (6.8)$$

一方, トリプレットペアに対しては $\hat{\Delta} = (\mathbf{d}(\mathbf{k}) \cdot \boldsymbol{\sigma}) i\sigma_y$ を用いて以下の式を得る:

$$\begin{aligned} \hat{v}_\pm &= -i\sigma_y v_0 \left(\hat{\mathbf{V}}(\mathbf{k}) \cdot \boldsymbol{\sigma} \right) \left(1 \pm \hat{\mathbf{V}}(\mathbf{k}) \cdot \boldsymbol{\sigma} \right) \\ &= \mp i\sigma_y v_0 \left(1 \pm \hat{\mathbf{V}}(\mathbf{k}) \cdot \boldsymbol{\sigma} \right). \end{aligned} \quad (6.9)$$

よって, シングレットペアに対する固有関数とトリプレットペアに対する固有関数は添え字 '+' を持つものに関しては同じ形を持っていることがわかる. このことによりトリプレットペアに対する4つの固有関数のうち2つがギャップの大きさ $|\Delta|$ が同じ \mathbf{k} 依存性を持っているときシングレットペアに対するものと一致すること, とくに $|\Delta|$ が \mathbf{k} に依存しないとき s -波超伝導体に対する2つの固有関数と一致することがわかる. このことからSOCを持つトリプレット超伝導体が s -波超伝導体的な性質を持つことが示唆される. このことを示す例として, US が s -波超伝導体的な性質を持つための条件を満たすと仮定し N/US 接合でトンネルコンダクタンスを計算する.

2次元のバリスティックな N/US 接合を考える. y -軸に沿った $x = 0$ にある N/US 界面には $U(x) = U\delta(x)$ であらわされる絶縁体バリアがあるとする. $\mathbf{d}(\mathbf{k}) = \frac{\Delta}{|\mathbf{k}|} (\hat{\mathbf{x}}k_y - \hat{\mathbf{y}}k_x)$, $\mathbf{V}(\mathbf{k}) = \lambda (\hat{\mathbf{x}}k_y - \hat{\mathbf{y}}k_x)$ と選ぶ. λ は Rashba 結合定数である. Hamiltonian の固有関数は $T(u_0, -i\alpha_1^{-1}u_0, i\alpha_1^{-1}v_0, v_0)$, $T(u_0, i\alpha_2^{-1}u_0, i\alpha_2^{-1}v_0, -v_0)$, $T(i\alpha_1v_0, v_0, u_0, -i\alpha_1u_0)$, $T(i\alpha_2v_0, -v_0, u_0, i\alpha_2u_0)$ であり, $\alpha_{1(2)} = \frac{k_{1(2)-}}{k_{1(2)}}$, $u_0 = u_0^+ = u_0^-$, $v_0 = v_0^+ = v_0^-$, $k_1 = -\frac{m\lambda}{\hbar^2} + \sqrt{\left(\frac{m\lambda}{\hbar^2}\right)^2 + k_F^2}$, $k_2 = \frac{m\lambda}{\hbar^2} + \sqrt{\left(\frac{m\lambda}{\hbar^2}\right)^2 + k_F^2}$, $k_{1(2)\pm} = k_{1(2)} e^{\pm i\theta_{1(2)}}$ とおく. ここで $E_+ = E_-$ とし, $\theta_{1(2)}$ は波数 $k_{1(2)}$ をもつ波の界面の法線方向となす角度, k_F は Fermi 波数, m は US の有効質量である. x -方向の速度演算子は次式で定義される¹⁶⁾.

$$v_x = \frac{\partial \check{H}}{\hbar \partial k_x}. \quad (6.10)$$

$x \leq 0$ (N 領域) での $k_{Fx} = k_F \cos \theta$ をもつアップ (ダウン) スピン状態の入射波に対する

波動関数 $\psi(x)$ は以下で与えられる.

$$\psi(x \leq 0) = e^{ik_y y} \left[e^{ik_F x} \begin{pmatrix} 1(0) \\ 0(1) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + a e^{ik_F x} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + b e^{ik_F x} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + c e^{-ik_F x} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + d e^{-ik_F x} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right] \quad (6.11)$$

ここで θ は N 中で波数 k_F をもつ波の界面の法線方向となす角度である. a と b は AR 係数, c と d はノーマル反射 (NR) 係数である. 我々は Fermi エネルギーに比べて小さいエネルギーに注目しているので電子とホールとの間の波数の違いは無視する. 同様にして $x \geq 0$ (US 領域) に対する $\psi(x)$ は固有関数の線形結合で与えられる. y -方向には並進対称性が成り立っているため界面に平行な運動量は保存する: $k_y = k_F \sin \theta = k_1 \sin \theta_1 = k_2 \sin \theta_2$. 図 6.1 にモデルの模式図を示した.

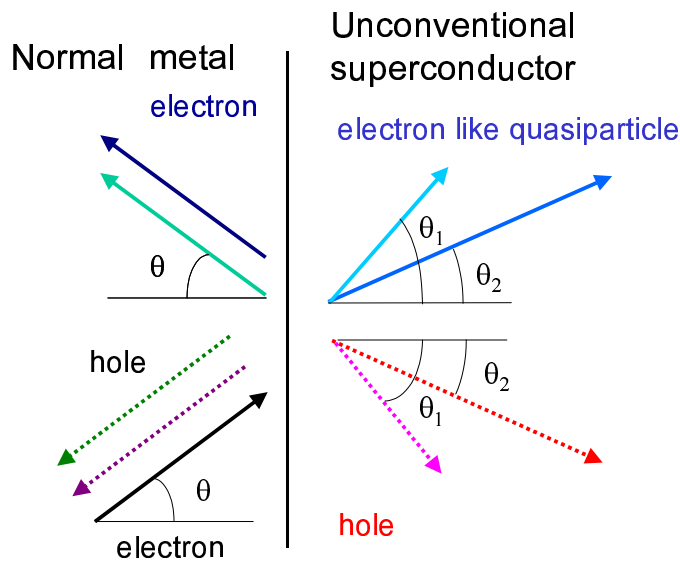


図 6.1 モデルの模式図.

波動関数は以下の境界条件に従う¹⁶⁾.

$$\psi(x)|_{x=+0} = \psi(x)|_{x=-0} \quad (6.12)$$

$$\begin{aligned} & v_x \psi(x)|_{x=+0} - v_x \psi(x)|_{x=-0} \\ &= \frac{\hbar}{mi} \frac{2mU}{\hbar^2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \psi(0). \end{aligned} \quad (6.13)$$

BTK 理論を今回の計算に応用して、以下の無次元化されたコンダクタンスの表式を得る.

$$\sigma_S = \sum_{\uparrow, \downarrow} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \left[1 + |a|^2 + |b|^2 - |c|^2 - |d|^2 \right] \cos \theta d\theta. \quad (6.14)$$

規格化されたコンダクタンスを $\sigma_T = \sigma_S / \sigma_N$ で定義する. σ_N はノーマル状態に対するコンダクタンス, つまり $\Delta = 0$ に対する σ_S である. 以下で用いるパラメータを $\beta = \frac{2m\lambda}{\hbar^2 k_F}$, $Z = \frac{2mU}{\hbar^2 k_F}$, $g = m_N / m$ と定義する. m_N は N 中での電子の有効質量である.

6.3 計算結果

以下では規格化されたコンダクタンス σ_T の電圧 V に対する依存性を調べる. $Z = 10$, $g = 0.1$ のときは β の増加とともに σ_T は $eV = \Delta$ での値が増加し, 最終的にピーク構造が現れる (図 6.2 (a)). 一方で, $Z = 0$, $g = 0.1$ に対してはそのようなピークは見えない (図 6.2 (b)). 次に US 中の有効質量のより大きい場合を考え, そのコンダクタンスへの効果を調べることにする. 図 6.3 は (a) $Z = 10$, $g = 0.01$ と (b) $Z = 0$, $g = 0.01$ に対するコンダクタンスを示している. 両方の場合ともに大きな β に対して $eV = \Delta$ でピークが現れ, 鋭くなっている.

以下で図 6.2, 6.3 の $eV = \Delta$ でのピークの起源を説明する. トンネルコンダクタンスの $eV = \Delta$ でのコヒーレントピークは N/S 接合でも現れ¹³⁾, RSOC があるときでさえそうである¹⁷⁾. RSOC をもつ今考えているペアポテンシャルに対する BdG 方程式の 4 つの固有関数のうち 2 つが s -波のペアポテンシャルに対するものと一致する. 波数 k_2 をもつ電子的準粒子とホールの準粒子をこの 2 つの固有関数として選ぶことができる. 実際, \hat{u}_\pm と \hat{v}_\pm の表式を用いれば s -波対称性に対する Hamiltonian の固有関数を得る: ${}^T(u_0, -i\alpha_1^{-1}u_0, i\alpha_1^{-1}v_0, v_0)$, ${}^T(u_0, i\alpha_2^{-1}u_0, -i\alpha_2^{-1}v_0, v_0)$, ${}^T(i\alpha_1 v_0, v_0, -u_0, i\alpha_1 u_0)$, ${}^T(i\alpha_2 v_0, -v_0, u_0, i\alpha_2 u_0)$. このことから RSOC をもつ US は s -波的性質を持つことが示唆される. β が増えるにつれ波数 k_2 の固有関数の寄与は波数 k_1 の固有関数からのものよりずっと大きくなる. なぜなら k_2 (k_1) は β の増加 (減少) 関数だからである. したがってコンダクタンスの振る舞いは US 中の RSOC の増加に伴い s -波対称性のものに似ていく. ただしゼロ電圧付近ではミッドギャップ Andreev 共鳴状態のためにコンダクタンスは s -波接合に比べてかなり変化している^{14,15)}. よってゼロ電圧付近では二つのペア対称性の間に定性的な違いがある. 非物理的ではあるが, とても大きい RSOC の場合を考えるとこのことが理解しやすい. 図 6.4 は,

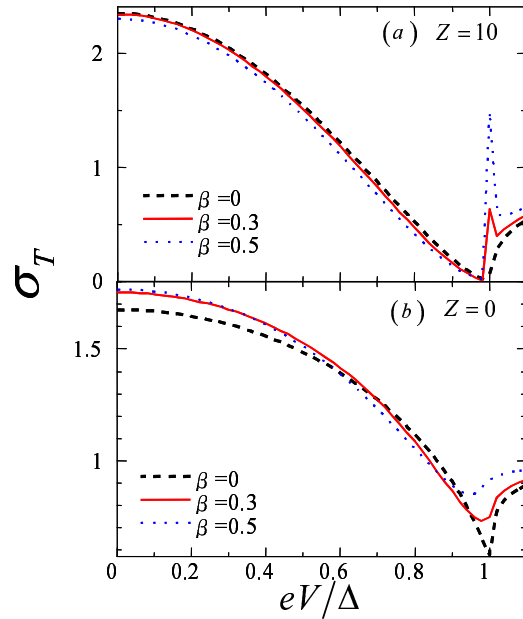


図 6.2 $g = 0.1$ に対する規格化されたコンダクタンス.

とても大きい RSOC に対する図 6.2 (a) と同じパラメータの場合のコンダクタンスを示している. 明らかに β の増加とともに s -波的なトンネルコンダクタンスが現れている.

ここで見た特徴はここで用いたペア対称性に特有のものである. 参照として, 図 6.2 (a) と同じパラメータでほかのペア対称性の場合を考える. 図 6.5 (a) において $\mathbf{d}(\mathbf{k}) = -\frac{\Delta}{|\mathbf{k}|}k_x\hat{y}$, 図 6.5 (b) において $\mathbf{d}(\mathbf{k}) = -\frac{\Delta}{|\mathbf{k}|}k_y\hat{y}$ と選んだ. 両方の場合ともトンネルコンダクタンスに RSOC による定性的な変化は見られない.

最近の CePt_3Si の NMR の研究によって CePt_3Si の $1/T_1T$ は s -波超伝導体の Hebel-Slichter ピーク²⁰⁾ のように T_C 直下で小さなピークを示すことがわかっている^{18,19)}. この空間反転対称性の破れた US と s -波超伝導体の類似性は我々の結果と関係があるかもしれない.

6.4 結論

本章では SOC をもつ US に対する BdG 方程式を解き, その性質を調べた. 主な結論は以下のようにまとめられる.

1. 以下の条件下でトリプレットペアに対する 2 つの固有関数はシングレットペアに対するものと同じ形になる: (i) $\mathbf{d}(\mathbf{k})$ と $\mathbf{V}(\mathbf{k})$ は実数の成分のみを持つ. (ii) $\mathbf{d}(\mathbf{k}) \parallel \mathbf{V}(\mathbf{k})$. (iii) $\mathbf{V}(-\mathbf{k}) = -\mathbf{V}(\mathbf{k})$. さらに (iv) ギャップの大きさ $|\Delta|$ が \mathbf{k} に依存しないときはトリプレットペアに対する 2 つの固有関数は s -波超伝導体に対するものと一致する. このことが SOC をもつトリプレット超伝導体の s -波的性質をあたえる.

ここで得られた結果はシングレットペアとトリプレットペアの混合が議論されている最

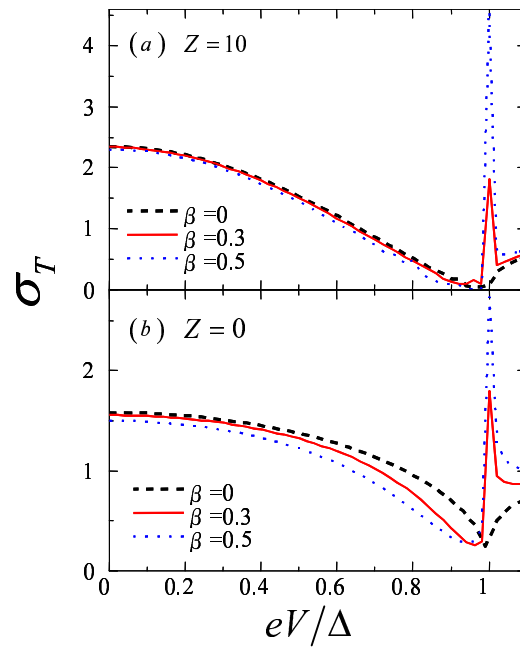


図 6.3 $g = 0.01$ に対する規格化されたコンダクタンス.

近の仕事⁵⁾とは本質的に異なる. 本章ではトリプレット超伝導体自体がシングレット的な性質を持つことを予言したのである. そのことを示す例としてRSOCをもつN/US接合のトンネルコンダクタンスを調べた. その結果, 以下のことが明らかになった.

2. RSOCはコンダクタンスのギャップエネルギーに*s*-波接合に見られるようなピークを引き起こす. よってコンダクタンスには*s*-波と*p*-波の性質が現れる. このことは空間反転対称性の破れたUSのペア対称性を決める1つの手段になると思われる.

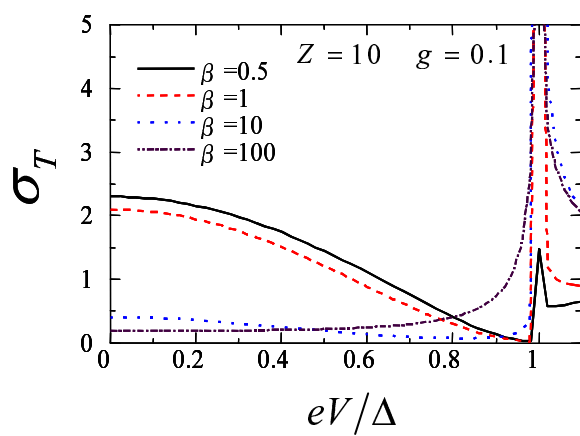


図 6.4 $g = 0.1$ に対する規格化されたコンダクタンス.

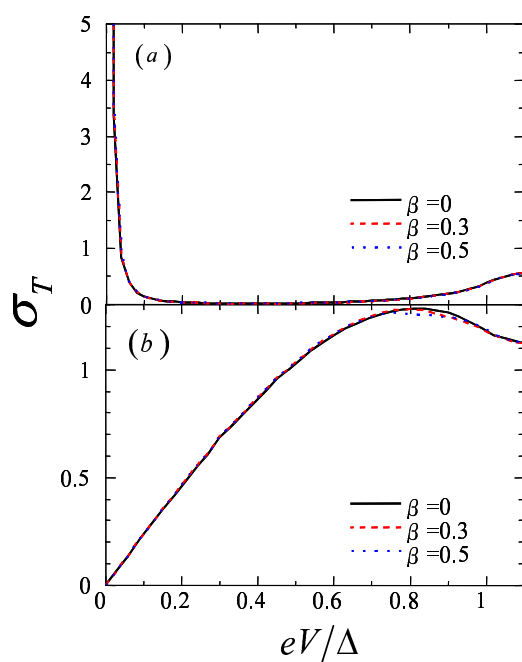


図 6.5 ほかのペア対称性に対する規格化されたコンダクタンス.

参考文献

- 1) E. Bauer, G. Hilscher, H. Michor, Ch. Paul, E.W. Scheidt, A. Griбанov, Yu. Seropenin, H. Noël, M. Sigrist, and P. Rogl, Phys. Rev. Lett. **92**, 027003 (2004).
- 2) E. I. Rashba, Fiz. Tverd. Tela (Leningrad) **2**, 1224 (1960); [Sov. Phys. Solid State **2**, 1109 (1960)]; Yu. A. Bychkov and E. I. Rashba, J. Phys. C **17**, 6039 (1984).
- 3) P. A. Frigeri, D. F. Agterberg, A. Koga and M. Sigrist, Phys. Rev. Lett. **92**, 097001 (2004).
- 4) V. M. Edelstein, Phys. Rev. Lett. **75**, 2004 (1995); J. Phys. Condens. Matter **8**, 339 (1996).
- 5) L. P. Gor'kov and E. I. Rashba, Phys. Rev. Lett. **87**, 037004 (2001).
- 6) K. V. Samokhin, Phys. Rev. B **70**, 104521 (2004).
- 7) I. A. Sergienko and S. H. Curnoe, Phys. Rev. B **70**, 214510 (2004).
- 8) V. P. Mineev, Int. J. Mod. Phys. B **18**, 2963 (2004); Phys. Rev. B **71**, 012509 (2005).
- 9) G. Dresselhaus, Phys. Rev. **100**, 580 (1955).
- 10) K. Izawa, Y. Kasahara, Y. Matsuda, K. Behnia, T. Yasuda, R. Settai, and Y. Onuki, Phys. Rev. Lett. **94**, 197002 (2005).
- 11) K. V. Samokhin, E. S. Zijlstra, and S. K. Bose, Phys. Rev. B **69**, 094514 (2004).
- 12) A. F. Andreev, Sov. Phys. JETP **19**, 1228 (1964).
- 13) G. E. Blonder, M. Tinkham, and T. M. Klapwijk, Phys. Rev. B **25**, 4515 (1982).
- 14) Y. Tanaka and S. Kashiwaya, Phys. Rev. Lett. **74**, 3451 (1995).
- 15) M. Yamashiro, Y. Tanaka, and S. Kashiwaya Phys. Rev. B **56**, 7847 (1997).
- 16) L. W. Molenkamp, G. Schmidt, and G. E. W. Bauer, Phys. Rev. B **64**, 121202(R) (2001).
- 17) T. Yokoyama, Y. Tanaka and J. Inoue, unpublished.

- 18) M. Yogi, Y. Kitaoka, S. Hashimoto, T. Yasuda, R. Settai, T. D. Matsuda, Y. Haga, Y. Onuki, P. Rogl, and E. Bauer, Phys. Rev. Lett. **93**, 027003 (2004).
- 19) N. Hayashi, K. Wakabayashi, P. A. Frigeri, and M. Sigrist, cond-mat/0504176 (unpublished).
- 20) L. C. Hebel and C. P. Slichter, Phys. Rev. **113**, 1504 (1959).

第7章 超伝導体接合系における電荷輸送への 磁性不純物の効果

7.1 はじめに

近年、ナノスケールでの加工技術の進歩によりメゾスコピック超伝導系での電子のコヒーレンスを実験的に調べることが可能になった。ここでは Andreev 反射が重要な役割を担う¹⁻³⁾。汚れた金属 / 超伝導体 (DN/S) 接合では入射電子と Andreev 反射されたホール間にメゾスコピックな長さにおよぶ位相の干渉が起こり、Andreev 反射確率に強い干渉効果をもたらす⁴⁾。

このコヒーレントな Andreev 反射が引き起こす現象の一つが DN/S 接合でのゼロバイアスコンダクタンスピーク (ZBCP) である⁵⁻¹⁵⁾。ZBCP の物理は理論的に散乱行列理論¹⁶⁻²¹⁾ や準古典 Green 関数法^{22, 25-34)} を用いて行われた。Volkov、Zaitsev、Klapwijk (VZK)²²⁾ は準古典 Green 関数法の枠組みで Keldysh-Nambu 空間における Green 関数に対する Kupriyanov-Lukichev (KL) の境界条件²⁴⁾ を用いて Usadel 方程式²³⁾ を解くことで、DN/S 接合の ZBCP の起源を明らかにした。VZK 理論によれば近接効果による DN 中のペア振幅の増大のために ZBCP が現れる。また、この手法を用いて磁性不純物散乱がコンダクタンスに与える影響も調べられた^{22, 27, 35)}。

s -波超伝導体に対する VZK 理論は最近、Tanaka ら³⁷⁾ によって任意の透過率を持つ DN/S 接合系の電荷輸送を調べるために応用された。ここでは Nazarov のサーキット理論³⁶⁾ によって与えられる境界条件が用いられた。この拡張された VZK 理論^{37, 44)} はいくつかの新しい性質を明らかにした。たとえば、丸底のギャップ構造や ZBCP からゼロバイアスコンダクタンスディップ (ZBCD) への移り変わりが予言された。これらの現象は界面の透過率が必ずしも小さくはない現実の接合系に関係がある。しかし、DN 中の磁性不純物散乱の電荷輸送への影響はこの手法では調べられていない。

VZK 理論は最近、異方的超伝導体接合にも応用された^{43, 44)}。ミッドギャップ Andreev 共鳴状態 (MARS) の形成³⁸⁻⁴¹⁾ がこの手法では自然に取り入れられている^{43, 44)}。DN/ d -波超伝導体 (DN/ d) 接合では MARS は近接効果と互いに相殺する関係にあることが明らかにされた。銅酸化物高温超電導体を用いた最近のトンネル効果の実験のめざましい進歩⁴²⁾ によって、DN/ d 接合での磁性不純物散乱の電荷輸送への影響を調べることは興味深い問題となった。

本章では一般化された VZK 理論を用いて DN 中の磁性不純物散乱の DN/S 接合系のコンダクタンスへの影響を調べる。ここで S は s -波超伝導体または d -波超伝導体である。計算のパラメータは DN/S 界面の絶縁体のバリアの高さ、DN の抵抗 R_d 、DN での磁性不純物散乱の γ 、DN の Thouless エネルギー E_{Th} 、接合界面の法線方向と d -波超伝導体の結晶

軸のなす角度 α である。

以下では計算は絶対零度に限ることとする。一般的にはゼロバイアスコンダクタンス (ZBC) は理論と実験ともに定義から $eV \rightarrow 0$ で与えられる。したがって、ZBC は実際には温度に依存して $T \rightarrow 0$ である極限値を持つ。一方、本章では別の方法で ZBC を計算している：まず、 $T = 0$ の極限をとり、その後 $eV \rightarrow 0$ のコンダクタンスを計算している。しかし、 $T \rightarrow 0$ と $eV \rightarrow 0$ の交換に対してコンダクタンスは不変であることは正しいと思われる。

7.2 モデルと計算方法

ここではモデルと計算方法を説明する。金属と超伝導体の電極が、長さ L の準一次元的な汚れた金属 (DN) によってつながっているとす。 L は平均自由行程よりも十分に大きいとする。この構造は文献^{37,44)}でもちいられているが、今回は DN での磁性不純物散乱を考慮に入れている。文献^{37,44)}と同様に、 $x = L$ にある DN/S 界面には R_b の抵抗があり、 $x = 0$ にある DN/N 界面は抵抗が十分小さいとする。DN/S 界面を扱うために一般化された境界条件³⁶⁾を使う。

DN/S 界面におけるバリアはデルタ関数を用いて $U(x) = H\delta(x - L)$ のようにあらわす。このとき界面の透過率は $T_m = 4\cos^2\phi/(4\cos^2\phi + Z^2)$ のようになり、 $Z = 2H/v_F$ は無次元パラメータ、 ϕ は接合系の法線方向から測った準粒子の入射角度である。また、 v_F は Fermi 速度である。界面の抵抗 R_b は以下の式であたえられる。

$$R_b = R_0 \frac{2}{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\phi T(\phi) \cos\phi} \quad (7.1)$$

ここで $T(\phi) = 4\cos^2\phi/(4\cos^2\phi + Z^2)$ である。また、 R_0 は Sharvin 抵抗 $R_0^{-1} = e^2 k_F^2 S_c / (4\pi^2)$ 、 k_F は Fermi 波数、 S_c は接合部の面積である。ここで、一般には S_c は DN の断面積 S_d と等しくない。したがって我々の理論のなかで S_c/S_d は独立なパラメータであり、 R_d/R_b を T_m と独立に変えることができる。実際の接合では $S_c < S_d$ のときは面積 S_c の DN/S 界面の一部分だけが伝導に寄与する。この伝導領域は通常の意味での接合面にはなっていない。つまり全断面積が小さいことは仮定していない。断面積の一部分だけが伝導的になっているということである。

以下の計算では準古典 Keldysh 形式の Green 関数を用いてコンダクタンスを計算する。 4×4 行列の Green 関数を DN と S でそれぞれ $\check{G}_1(x)$ 、 $\check{G}_2(x)$ とし、その他の記法は文献^{37,44)}に従う。 $\check{G}_1(x)$ の DN 中での空間変化は以下の Usadel 方程式²³⁾に従う。今回のモデルで新しいのは以下のように DN 中での $\check{G}_1(x)$ に対する Usadel 方程式²³⁾に磁性不純物散乱の項を加えたことである。

$$D \frac{\partial}{\partial x} \left[\check{G}_1(x) \frac{\partial \check{G}_1(x)}{\partial x} \right] + i[\check{H} + i\check{\Sigma}_{spin}, \check{G}_1(x)] = 0, \quad (7.2)$$

ここで D は DN の拡散定数, \check{H} は以下で与えられる.

$$\check{H} = \begin{pmatrix} \hat{H}_0 & 0 \\ 0 & \hat{H}_0 \end{pmatrix},$$

$\hat{H}_0 = \varepsilon \hat{\tau}_3$. また,

$$\check{\Sigma}_{spin} = \frac{\gamma}{2} \hat{\tau}_3 \check{G}_1(x) \hat{\tau}_3$$

は DN 中での散乱率 γ の磁性不純物散乱に対する自己エネルギーであり, ε は準粒子のエネルギーである. 不純物の磁気モーメントはランダムであり, 磁気モーメントの方向について平均をとるので今回の計算では $\check{G}_1(x)$ はスピン空間では単位行列に比例している $\check{G}_1(x)$ に対する DN/S 界面での境界条件は磁性不純物がないときのものと同じである (文献^{37,44}参照).

実際の計算には標準的な θ -パラメータ化を用いると便利である. このとき $\theta(x)$ は DN の近接効果を測る量となり, 以下の方程式に従う.

$$D \frac{\partial^2}{\partial x^2} \theta(x) + 2i(\varepsilon + i\gamma \cos[\theta(x)]) \sin[\theta(x)] = 0, \quad (7.3)$$

磁性不純物散乱 γ を入れることは DN 中の有効的なコヒーレンス長をかえることになる. 特に, γ を導入すると $\theta(x)$ はゼロエネルギーで指数関数的に減衰する. 一方, $\gamma = 0$ で $\theta(x)$ は線形に振舞う. 磁性不純物のペア破壊の性質から期待できるように, これらのことが DN 中の θ の抑制につながり, 結果としてギャップ内のコンダクタンスの変化を引き起こす.

文献^{37,44}より, 以下の電流の表式を得る.

$$I_{el} = \frac{1}{e} \int_0^\infty d\varepsilon \frac{f_{i0}}{\frac{R_b}{\langle I_{b0} \rangle} + \frac{R_d}{L} \int_0^L \frac{dx}{\cosh^2 \theta_{im}(x)}} \quad (7.4)$$

$$f_{i0} = \frac{1}{2} \{ \tanh[(\varepsilon + eV)/(2T)] - \tanh[(\varepsilon - eV)/(2T)] \}.$$

このとき s -波接合に対する絶対零度の全微分抵抗 R は以下で与えられる.

$$R = \frac{R_b}{\langle I_{b0} \rangle} + \frac{R_d}{L} \int_0^L \frac{dx}{\cosh^2 \theta_{im}(x)} \quad (7.5)$$

$$I_{b0} = \frac{T_m \Lambda_1 + 2(2 - T_m) \Lambda_2}{2 | (2 - T_m) + T_m [g \cos \theta_L + f \sin \theta_L] |^2},$$

$$\Lambda_1 = (1 + |\cos \theta_L|^2 + |\sin \theta_L|^2) (|g|^2 + |f|^2 + 1)$$

$$+ 4 \text{Imag}[fg^*] \text{Imag}[\cos \theta_L \sin \theta_L^*], \quad (7.6)$$

$$\Lambda_2 = \text{Real}\{g(\cos \theta_L + \cos \theta_L^*) + f(\sin \theta_L + \sin \theta_L^*)\}, \quad (7.7)$$

$$g = \varepsilon/\sqrt{\varepsilon^2 - \Delta^2}, f = \Delta/\sqrt{\Delta^2 - \varepsilon^2}.$$

d -波接合については I_{b0} を以下の式で置き換えればよい.

$$I_{b0} = \frac{T_n}{2} \frac{C_0}{|(2 - T_n)(1 + g_+g_- + f_+f_-) + T_n[\cos \theta_L(g_+ + g_-) + \sin \theta_L(f_+ + f_-)]|^2}$$

$$C_0 = T_n(1 + |\cos \theta_L|^2 + |\sin \theta_L|^2)[|g_+ + g_-|^2 + |f_+ + f_-|^2 + |1 + f_+f_- + g_+g_-|^2 + |f_+g_- - g_+f_-|^2]$$

$$+ 2(2 - T_n)\text{Real}\{(1 + g_+^*g_-^* + f_+^*f_-^*)[(\cos \theta_L + \cos \theta_L^*)(g_+ + g_-) + (\sin \theta_L + \sin \theta_L^*)(f_+ + f_-)]\}$$

$$+ 4T_n\text{Imag}(\cos \theta_L \sin \theta_L^*)\text{Imag}[(f_+ + f_-)(g_+^* + g_-^*)],$$

$g_{\pm} = \varepsilon/\sqrt{\varepsilon^2 - \Delta_{\pm}^2}$, $f_{\pm} = \Delta_{\pm}/\sqrt{\Delta_{\pm}^2 - \varepsilon^2}$, $\Delta_{\pm} = \Delta \cos 2(\phi \mp \alpha)$. ここで, α , $\theta_{im}(x)$, θ_L はそれぞれ, 接合界面の法線方向と d -波超伝導体の結晶軸のなす角度, $\theta(x)$ の虚部, $\theta(L_-)$ である. 接合系のコンダクタンス $\sigma_S(eV)$ は $\sigma_S(eV) = 1/R$ で与えられる. サークット理論によると今回の手法では R_d/R_b は T_m , つまり Z と独立に変えることができる. なぜなら S_c の大きさを独立に変えられるからである. 言い換えると, R_d/R_b はもはや $T_{av}(L/l)$ に比例していない. ここで T_{av} はバリアの平均透過率で, l は DN の平均自由行程である. この事実に基き, 本章では R_d/R_b と Z を独立なパラメータとして扱う.

以下では規格化したコンダクタンス $\sigma_T(eV) = \sigma_S(eV)/\sigma_N(eV)$ について議論する. $\sigma_N(eV)$ は正常状態でのコンダクタンスで $\sigma_N(eV) = \sigma_N = 1/(R_d + R_b)$ で与えられる.

7.3 計算結果

7.3.1 s -波接合に対するコンダクタンス

ここでは様々な場合における電圧に依存する規格化されたコンダクタンス $\sigma_T(eV)$ を調べる. まず, 様々な γ/Δ に対する比較的透過率の低い $Z = 3$ の場合の接合から見ることにする (図 7.1). $E_{Th}/\Delta = 1$, $R_d/R_b = 1$ のとき $\sigma_T(eV)$ の曲線は丸底で, 底の高さは γ/Δ の増加とともに減る. また, $eV = \pm\Delta$ のピークの高さは γ/Δ の増加とともに減る (図 7.1(a) 参照). $E_{Th}/\Delta = 1$, $R_d/R_b = 10$ に対しては $\sigma_T(eV)$ の曲線はやはり丸底で γ/Δ の増加とともに平たくなる. また, $eV = \pm\Delta$ のピークは γ/Δ の増加とともに抑制される (図 7.1(b)

参照). 小さい Thouless エネルギー $E_{Th}/\Delta = 0.01$ と $R_d/R_b = 1$ にたいしてコンダクタンスは E_{Th} で与えられる幅の ZBCP を示す. 図 7.1(c) に見られるように磁性不純物散乱はピークの高さを抑制する. 図 7.1(d) からわかるように抵抗比 R_d/R_b の増加とともに ZBCP は ZBCD へと変わっていく. ZBCD の大きさは γ/Δ の増加とともに減少し, $eV/\Delta \sim 0.04$ のピークもまた抑制される (図 7.1 (d)). これらの図からわかることは, $\sigma_T(eV)$ に影響を与える γ の特徴的なエネルギースケールは E_{Th} によって決まるということであり, KL 境界条件に基いたこれまでの仕事と一致する²⁷⁾.

中間のバリアの強さ $Z = 1$ (図 7.2) の場合, $\sigma_T(eV)$ の大きさは常に 1 より大きい. $E_{Th}/\Delta = 1$ のときの $\sigma_T(eV)$ の曲線は $Z = 3$ の時の対応するもの (図 7.2(a), 7.2(b)) とよく似ている. $E_{Th}/\Delta = 1$, $R_d/R_b = 1$ のとき $\sigma_T(0)$ は γ/Δ に依存しない (図 7.2(a)). これは対応する図 7.1(a) のときとは対照的である. もうひとつの Z が大きいときとの重要な違いは Thouless エネルギーが小さいときに ZBCP が現れないことである. $E_{Th}/\Delta = 0.01$ でかつ $R_d/R_b = 1$ または $R_d/R_b = 10$ の場合, とともに ZBCD が現れることがわかる. この有限エネルギーでのコンダクタンスディップは $R_d/R_b = 1$ に対して γ/Δ の増加とともに抑制される (図 7.2(c)). 一方, $R_d/R_b = 10$ に対しては $eV/\Delta \sim 0.04$ のピークだけが抑制され $Z = 3$ のときのように $\sigma(0)$ は γ に依存しない (図 7.2(d)). γ に関するスケールはやはり E_{Th} で与えられる.

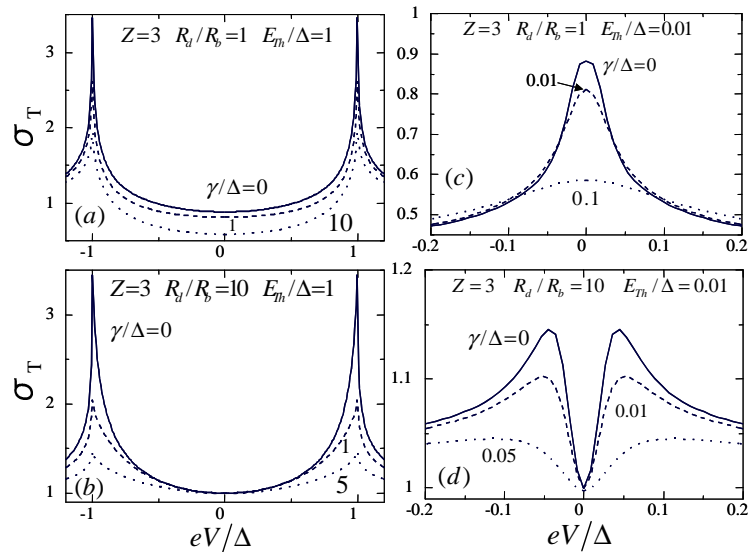


図 7.1 $Z = 3$ に対する規格化したコンダクタンス.

透過率の高い $Z = 0$ (図 7.3) のとき $\sigma_T(eV)$ はつねに 1 より大きい. $E_{Th}/\Delta = 1$ のとき $\sigma_T(eV)$ の曲線は $Z = 3$ と $Z = 1$ の場合のコンダクタンスの曲線と似ている (図 7.3(a), 7.3(b)). $E_{Th}/\Delta = 1$, $R_d/R_b = 1$ のときは図 7.1(a), 7.2(a) のときとは対称的に γ/Δ によって $\sigma_T(0)$ は増加する (図 7.3(a)). $E_{Th}/\Delta = 0.01$, $R_d/R_b = 1$ のとき $\sigma_T(eV)$ は ZBCD を持つ. $\sigma_T(0)$ の大きさは γ/Δ によって増加し, ZBCD の深さは γ/Δ の増加に従い減少する (図 7.3(c)). 一方, $E_{Th}/\Delta = 0.01$, $R_d/R_b = 10$ のとき $\sigma(0)$ の大きさは γ に依存せ

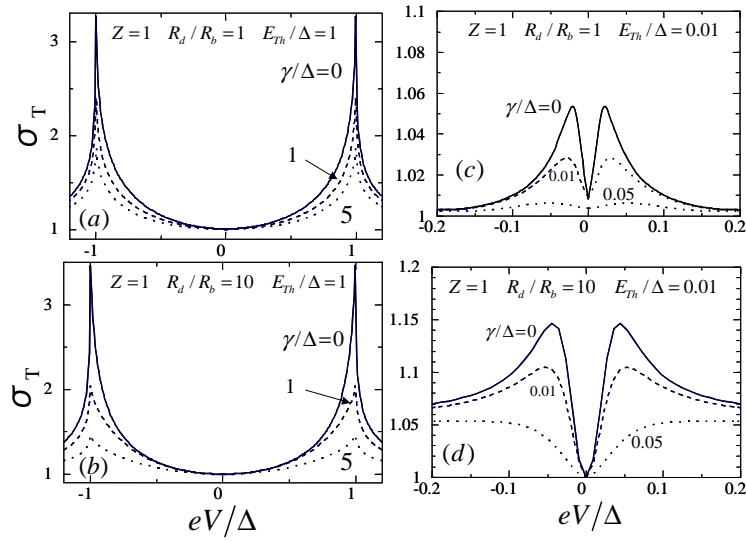


図 7.2 $Z = 1$ に対する規格化したコンダクタンス.

ず、有限エネルギーのピークが $Z = 3$ と $Z = 1$ の時と同様に抑制される (図 7.3(d)).

以上の多様な曲線とそれらの近接効果との関係を理解するため、DN/S 界面での近接効果の大きさを表し、規格化された局所状態密度を $Re \cos \theta(x)$ によって与える関数 θ_L について議論することにする. $\varepsilon = 0$ では任意の γ に対して θ_L は実数である. まず, $Z = 3$, $E_{Th}/\Delta = 1$ のときを調べる (図 7.4). γ/Δ , R_d/R_b は図 7.1 の時と同じものを選ぶ. θ_L の実部は階段関数のような構造を持ち $\varepsilon \leq \Delta$ では常に正である. θ_L の実部の絶対値は γ/Δ の増加とともに減少する. それと同時に θ_L の虚部はコヒーレントピークを持ち、その高さは γ/Δ の増加とともに減少する. $Z = 3$, $E_{Th}/\Delta = 0.01$ のときは θ_L の実部は E_{Th} で幅が与えられるゼロエネルギーピークをもつ (図 7.5). ここでも γ/Δ , R_d/R_b は図 7.1 の時と同じものを選ぶ. θ_L の虚部は $R_d/R_b = 1$ でゼロエネルギーディップを持ち、 θ_L の実部、虚部ともに $\varepsilon < E_{Th}$ が満たされる領域でのみ γ/Δ の増加とともに減少することがわかる.

次に $Z = 0$, $E_{Th}/\Delta = 1$ (図 7.6) または $E_{Th}/\Delta = 0.01$ (図 7.7) の場合を考える. γ/Δ , R_d/R_b は図 7.3 の時と同じものを選ぶ. $Re(\theta_L)$ と $Im(\theta_L)$ の曲線は図 7.4, 7.5 のものと似ている. $Z = 0$ と $Z = 3$ に対する $Real[Imag](\theta_L)$ のエネルギー依存性の間には定性的な違いはない. いずれの場合も θ_L は γ の増加によって減少し、 E_{Th} できまるエネルギースケールで磁性不純物散乱によって近接効果は抑制される. ほとんどの場合、 $\sigma_T(eV)$ は θ_L の減少とともに減っていく. 透過率が高く、大きくない R_d/R_b に対してのみ θ_L の減少、すなわち近接効果の減少が $\sigma_T(eV)$ を増幅する.

以下で $\sigma_T(eV)$ の多様な曲線を説明する. まず、 $Z = 0$, $E_{Th}/\Delta = 1$ の場合を考える. このとき θ_L はゼロエネルギー付近でエネルギー依存性は弱い. このとき $\sigma_T(0)$ は以下で与えられる.

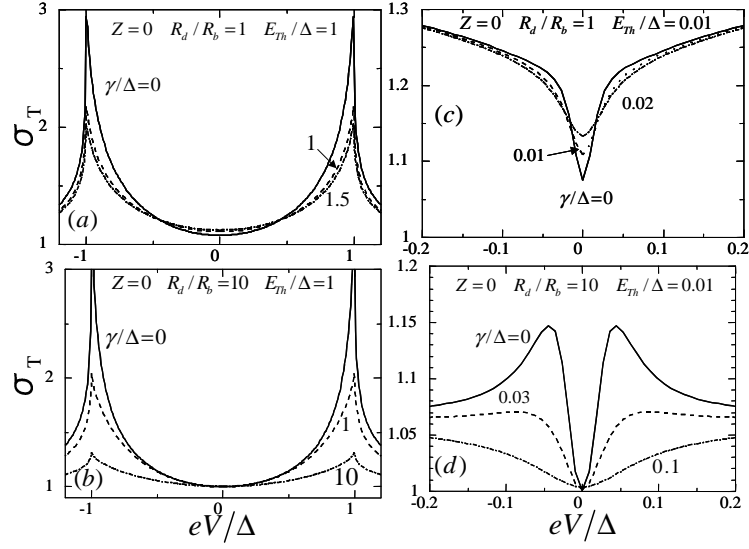


図 7.3 $Z=0$ に対する規格化したコンダクタンス.

$$\sigma_T(0) = \frac{1 + R_d/R_b}{1/\langle I_{b0} \rangle + R_d/R_b} \quad (7.8)$$

$$\langle I_{b0} \rangle = \frac{2}{1 + \sin \theta_L}. \quad (7.9)$$

この式から近接効果が強いとき、つまり R_d/R_b が大きいとき $\sigma_T(0)$ は 1 に近づくことがわかる。図 7.6(a), 7.6(b) からわかるように $\varepsilon = 0$ での θ_L の大きさは $R_d/R_b = 1$ のとき γ/Δ の増加とともに減少する。よって上の式より $\sigma_T(eV)$ は $eV \sim 0$ で増加することがわかる (図 7.3(a))。 $R_d/R_b = 10$ の時には R_d/R_b は $1/\langle I_{b0} \rangle$ よりも十分大きい。そのとき $\sigma_T(0)$ の γ 依存性は図 7.3(b) に示したように無視できる。次に $Z = 0$ で E_{Th}/Δ の値が小さい場合を理解するため文献³⁷⁾ に従い R を R_1 と R_2 に分解する。 R_1 と R_2 は以下で定義される。

$$R_1 = \frac{1}{L} \int_0^L \frac{dx}{\cosh^2 \theta_{im}(x)}$$

$$R_2 = \frac{R_b}{R_d \langle I_{b0} \rangle}.$$

図 7.8 は R_1 は ZBCD の原因となる有限電圧での極小をとり、 R_2 はゼロ電圧に最大値をとる、ということを示している。大きい R_d/R_b に対して R_1 の効果が支配的になり、規格化されたコンダクタンスは常に ZBCD を持つ (図 7.8(c), 7.8(d), 7.3(d))。 R_2 はゼロ電圧で最大値をとるので (図 7.8(b)), $\sigma_T(eV)$ は図 7.3(c) に示すように ZBCD を持つ。

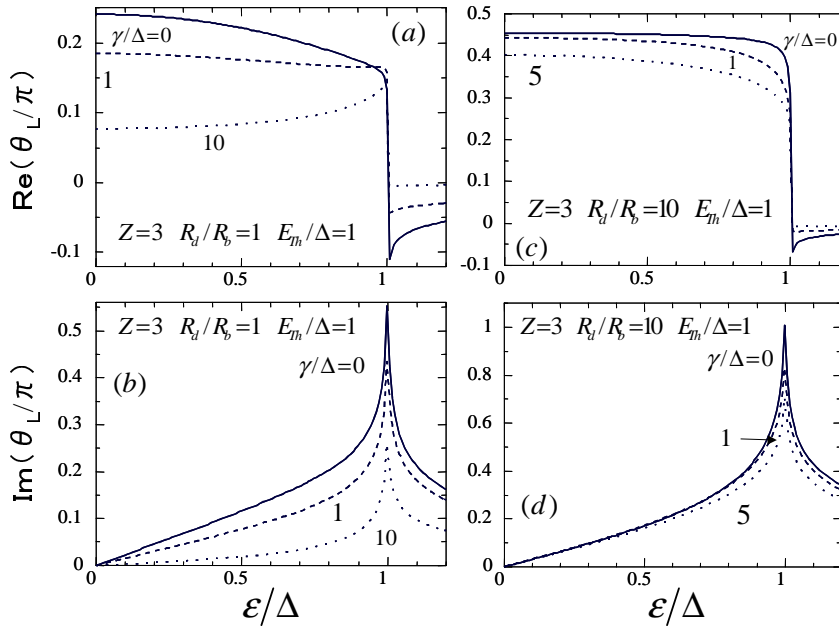


図 7.4 $Z = 3$, $E_{Th}/\Delta = 1$ に対する θ_L の実部と虚部.

次にゼロ電圧抵抗 R/R_b の R_d/R_b 依存性を見ることにする. $Z = 3$ のときはいわゆる無反射トンネル効果²⁰⁾によって R_d/R_b の関数として R/R_b はリエントラントな振る舞いをする (図 7.9(a)). γ の増加とともにこの効果は弱まる. なぜならこのとき θ_L の大きさは図 7.10 に示したように減少するからである. それとは対照的に $Z = 0$ の時, R/R_b は R_d/R_b の関数として単調に増加し, R/R_b の γ 依存性は大変弱い (図 7.9(b)).

7.3.2 d -波接合におけるコンダクタンス

以下では d -波接合に対するコンダクタンスの計算結果について議論する. 図 7.11 は $Z = 10$, $R_d/R_b = 1$, $E_{Th}/\Delta = 0.01$, $\alpha/\pi = 0$ に対する規格化されたコンダクタンスを示している. ここで α は接合界面の法線方向と d -波超伝導体の結晶軸のなす角度である. この場合 MARS は d -波超伝導体の界面で形成されない. ZBCP の起源は DN 領域への近接効果であり, s -波接合のときのように ZBCP の高さは γ の増加とともに抑制される.

α の大きさを増やすと MARS が界面に形成される. MARS は接合の電荷輸送に寄与し, ZBCP が形成される. 図 7.12 に見られるように, ZBCP は $Z = 10$, $R_d/R_b = 1$, $E_{Th}/\Delta = 0.01$, $\alpha/\pi = 0.125$ の時, γ に依存しない. 同様の結果が $\alpha/\pi = 0.25$ のときにも得られた. この理由は MARS が DN 中の近接効果を抑制するからである. それゆえ磁性不純物散乱の σ_T への効果はあまり重要にはならない. とくに $\alpha = 0.25\pi$ の時は近接効果はペアポテンシャルの対称性から完全に消失し, σ_T は完全に γ に依存しなくなる.

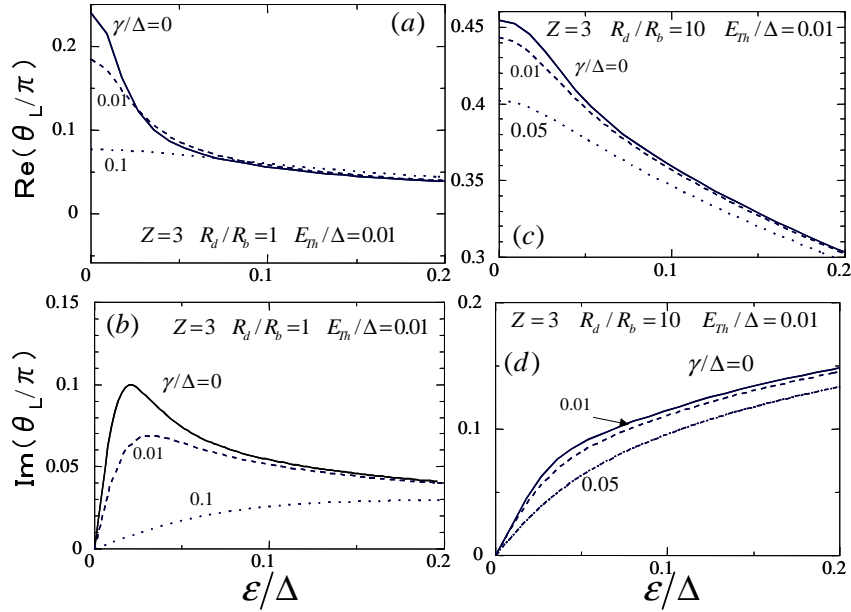


図 7.5 $Z = 3$, $E_{Th}/\Delta = 0.01$ に対する θ_L の実部と虚部.

7.4 結論

本章では磁性不純物を含む汚れた金属 / 超伝導体接合系におけるコンダクタンスを調べた. 超伝導体としては s -波超伝導体と d -波超伝導体をもちいた. 主な結論は以下のようにまとめられる.

1. s -波超伝導体接合に対しては、Thouless エネルギーできまるエネルギースケールで磁性不純物散乱によって近接効果は抑制される. この領域では近接効果のパラメータ θ_L の実部, 虚部は界面の透過率によらず γ の増加とともに減少する.
2. 界面の透過率の低い s -波超伝導体接合では規格化されたコンダクタンス $\sigma_T(eV)$ は磁性不純物散乱によって抑制される. 一方で界面の透過率の高い s -波超伝導体接合では $\sigma_T(eV)$ は磁性不純物散乱によって増加する.
3. d -波超伝導体接合では界面の透過率の低いときに現れる ZBCP は $\alpha \sim 0$ の時にのみ磁性不純物によって抑制される. ほかの角度に対しては, コンダクタンスは磁性不純物散乱に対してあまり依存しない.

本章では DN 中に磁性不純物がある場合を議論した. この結果は接合に弱い磁場 H がかけられている時にも利用できる. 磁場の方向が接合面に平行の場合, 磁場による Cooper 対の破壊率 γ は $e^2 w^2 D H^2 / 6$ で与えられる. w は DN の縦方向の長さである³⁵⁾. $w = 10^{-5} m$, $D = 10^{-2} m^2/s$, $\Delta = 10^{-3} eV$, $H = 10^{-4} \sim 10^{-2} T$ とすると $\gamma/\Delta = 10^{-3} \sim 10$ と見積もることができる. この γ の範囲は本章で扱ったパラメータの範囲に対応している. 磁場による ZBCP と ZBCD の抑制は実際いくつかの実験で観測されている^{5,7,11-13,15)}. 今回の結果は磁性不純物を含む接合や磁場のかけられた接合の電荷輸送を研究するときの指針となると思われる.

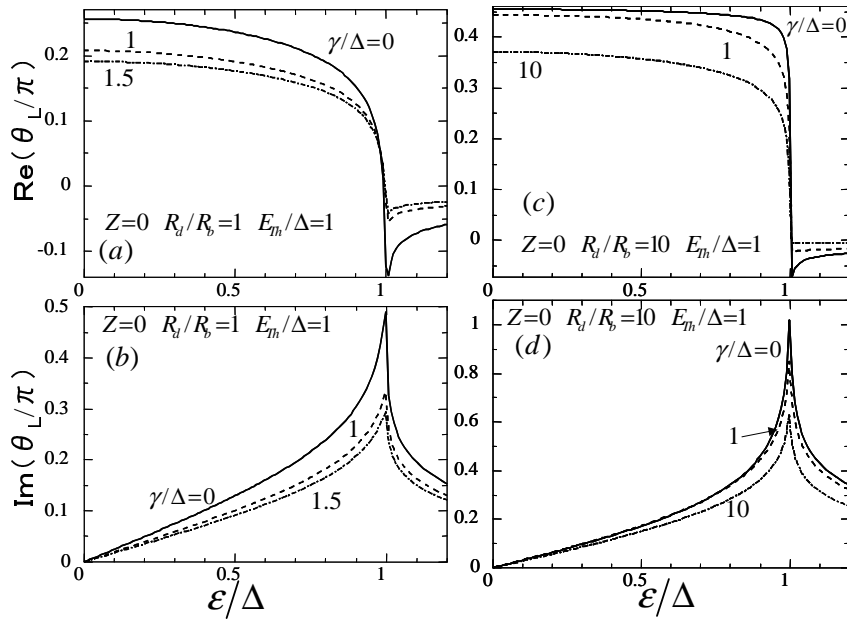


図 7.6 $Z = 0$, $E_{Tn}/\Delta = 1$ に対する θ_L の実部と虚部.

異常な近接効果の期待できる汚れた金属 / トリプレット超伝導体接合系⁴⁵⁾ への磁性不純物の効果を調べるのも興味深い問題である.

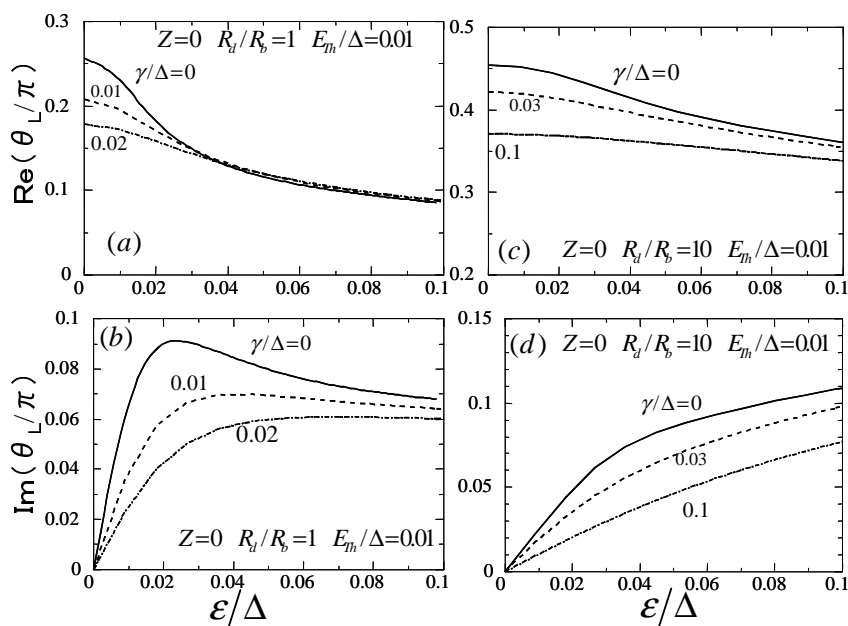


図 7.7 $Z = 0$ and $E_{Th}/\Delta = 0.01$ に対する θ_L の実部と虚部.

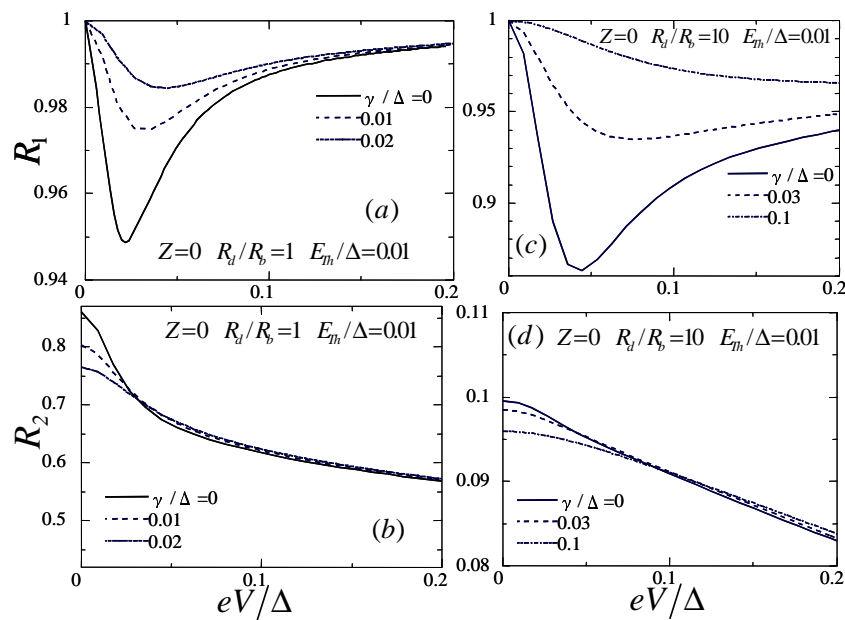


図 7.8 $Z = 0$, $E_{Th}/\Delta = 0.01$ に対する規格化した抵抗.

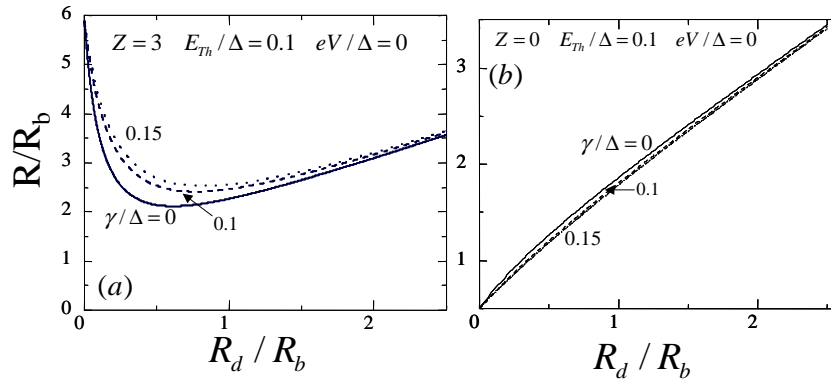


図 7.9 規格化したゼロ電圧抵抗の R_d/R_b 依存性.

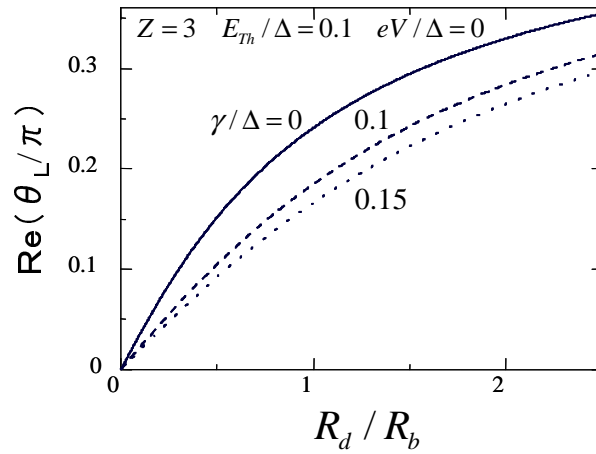


図 7.10 ゼロエネルギーでの θ_L の実部の R_d/R_b 依存性.

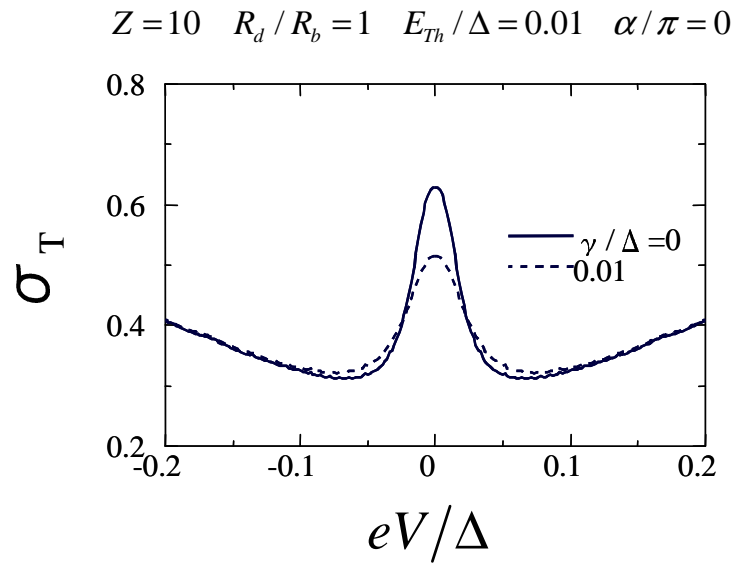


図 7.11 $Z = 10$, $R_d/R_b = 1$, $E_{Th}/\Delta = 0.01$, $\alpha/\pi = 0$ に対する d -波接合の規格化したコンダクタンス.

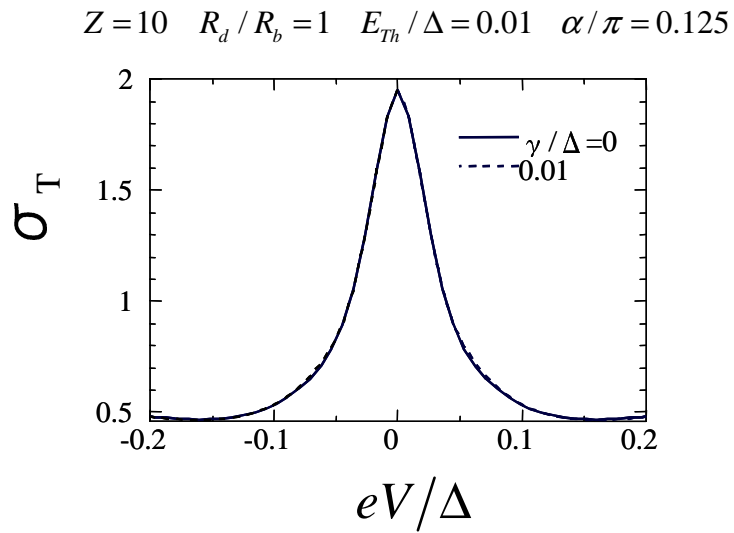


図 7.12 $Z = 10$, $R_d/R_b = 1$, $E_{Th}/\Delta = 0.01$, $\alpha/\pi = 0.125$ に対する d -波接合の規格化したコンダクタンス.

参考文献

- 1) A.F. Andreev, Sov. Phys. JETP **19**, 1228 (1964).
- 2) G.E. Blonder, M. Tinkham, and T.M. Klapwijk, Phys. Rev. B **25**, 4515 (1982).
- 3) A. V. Zaitsev, Sov. Phys. JETP **59**, 1163 (1984).
- 4) F. W. J. Hekking and Yu. V. Nazarov, Phys. Rev. Lett. **71**, 1625 (1993).
- 5) F. Giazotto, P. Pingue, F. Beltram, M. Lazzarino, D. Orani, S. Rubini, and A. Franciosi, Phys. Rev. Lett. **87**, 216808 (2001).
- 6) T.M. Klapwijk, Physica B **197**, 481 (1994).
- 7) A. Kastalsky, A.W. Kleinsasser, L.H. Greene, R. Bhat, F.P. Milliken, J.P. Harbison, Phys. Rev. Lett. **67**, 3026 (1991).
- 8) C. Nguyen, H. Kroemer and E.L. Hu, Phys. Rev. Lett. **69**, 2847 (1992).
- 9) B.J. van Wees, P. de Vries, P. Magnee, and T.M. Klapwijk, Phys. Rev. Lett. **69**, 510 (1992).
- 10) J. Nitta, T. Akazaki and H. Takayanagi, Phys. Rev. B **49** 3659 (1994).
- 11) S.J.M. Bakker, E. van der Drift, T.M. Klapwijk, H.M. Jaeger, and S. Radelaar, Phys. Rev. B **49**, 13275 (1994).
- 12) P. Xiong, G. Xiao and R.B. Laibowitz, Phys. Rev. Lett. **71**, 1907 (1993).
- 13) P.H.C. Magnee, N. van der Post, P.H.M. Kooistra, B.J. van Wees, and T.M. Klapwijk, Phys. Rev. B **50**, 4594 (1994).
- 14) J. Kutchinsky, R. Taboryski, T. Clausen, C. B. Sorensen, A. Kristensen, P. E. Lindelof, J. Bindslev Hansen, C. Schelde Jacobsen, and J. L. Skov, Phys.Rev. Lett. **78**, 931 (1997).
- 15) W. Poirier, D. Mailly, and M. Sanquer, Phys. Rev. Lett. **79**, 2105 (1997).
- 16) C.W.J. Beenakker, Rev. Mod. Phys. **69**, 731 (1997);
- 17) C.J. Lambert, J. Phys. Condens. Matter **3**, 6579 (1991);

- 18) Y. Takane and H. Ebisawa, J. Phys. Soc. Jpn. **61**, 2858 (1992).
- 19) C.W.J. Beenakker, Phys. Rev. B **46**, 12841 (1992).
- 20) C. W. J. Beenakker, B. Rejaei, and J. A. Melsen, Phys. Rev. Lett. **72**, 2470 (1994).
- 21) G.B. Lesovik, A.L. Fauchere, and G. Blatter, Phys. Rev. B **55**, 3146 (1997).
- 22) A.F. Volkov, A.V. Zaitsev and T.M. Klapwijk, Physica C **210**, 21 (1993).
- 23) K.D. Usadel Phys. Rev. Lett. **25**, 507 (1970).
- 24) M.Yu. Kupriyanov and V. F. Lukichev, Zh. Exp. Teor. Fiz. **94** (1988) 139 [Sov. Phys. JETP **67**, (1988) 1163].
- 25) Yu. V. Nazarov, Phys. Rev. Lett. **73**, 1420 (1994).
- 26) S. Yip, Phys. Rev. B **52**, 3087 (1995).
- 27) S. Yip, Phys. Rev. B **52**, 15504 (1995).
- 28) Yu. V. Nazarov and T. H. Stoof, Phys. Rev. Lett. **76**, 823 (1996); T. H. Stoof and Yu. V. Nazarov, Phys. Rev. B **53**, 14496 (1996).
- 29) A. F. Volkov, N. Allsopp, and C. J. Lambert, J. Phys. Cond. Mat. **8**, L45 (1996); A. F. Volkov and H. Takayanagi, Phys. Rev. B **56**, 11184 (1997).
- 30) A.A. Golubov, F.K. Wilhelm, and A.D. Zaikin, Phys. Rev. B **55**, 1123 (1997).
- 31) A.F. Volkov and H. Takayanagi, Phys. Rev. B **56**, 11184 (1997).
- 32) E. V. Bezuglyi, E. N. Bratus', V. S. Shumeiko, G. Wendin and H. Takayanagi, Phys. Rev. B **62**, 14439 (2000).
- 33) R. Seviour and A. F. Volkov, Phys. Rev. B **61**, R9273 (2000).
- 34) W. Belzig, F. K. Wilhelm, C. Bruder, *et al.*, Superlattices and Microstructures **25**, 1251 (1999).
- 35) W. Belzig, C. Bruder, and G. Schön, Phys. Rev. B **54** 9443 (1996).
- 36) Yu. V. Nazarov, Superlattices and Microstructures **25**, 1221 (1999), cond-mat/9811155.
- 37) Y. Tanaka, A. A. Golubov and S. Kashiwaya, Phys. Rev. B **68** 054513 (2003).
- 38) L.J. Buchholtz and G. Zwicknagl, Phys. Rev. B **23** 5788 (1981); C. Bruder, Phys. Rev. B **41**, 4017 (1990); C.R. Hu, Phys. Rev. Lett. **72**, 1526 (1994).

-
- 39) Y. Tanaka and S. Kashiwaya, Phys. Rev. Lett. **74**, 3451 (1995); S. Kashiwaya, Y. Tanaka, M. Koyanagi and K. Kajimura, Phys. Rev. B **53**, 2667 (1996); Y. Tanuma, Y. Tanaka, and S. Kashiwaya Phys. Rev. B **64**, 214519 (2001), Y. Asano , Y. Tanaka and S. Kashiwaya, Phys. Rev. B **69**, 134501 (2004).
 - 40) S. Kashiwaya and Y. Tanaka, Rep. Prog. Phys. **63**, 1641 (2000) and references therein.
 - 41) L. Alff, H. Takashima, S. Kashiwaya, N. Terada, H. Ihara, Y. Tanaka, M. Koyanagi, and K. Kajimura, Phys. Rev. B **55**, 14757 (1997); M. Covington, M. Aprili, E. Paraoanu, L.H. Greene, F. Xu, J. Zhu, and C.A. Mirkin, Phys. Rev. Lett. **79**, 277 (1997); J. Y. T. Wei, N.-C. Yeh, D. F. Garrigus and M. Strasik: Phys. Rev. Lett. **81**, (1998) 2542.
 - 42) H. Kashiwaya, I. Kurosawa, S. Kashiwaya, A. Sawa and Y. Tanaka, Phys. Rev. B **68** 054527 (2003); H. Kashiwaya, S. Kashiwaya, B. Prijamboedi, A. Sawa, I. Kurosawa, Y. Tanaka, and I. Iguchi, Phys. Rev. B **70**, 094501 (2004).
 - 43) Y. Tanaka, Y.V. Nazarov and S. Kashiwaya, Phys. Rev. Lett. **90** 167003 (2003).
 - 44) Y. Tanaka, Y. V.Nazarov , A.A. Golubov and S. Kashiwaya, Phys Rev. B **69** 144519 (2004).
 - 45) Y. Tanaka and S. Kashiwaya, Phys. Rev. B **69** 012507 (2004).

第8章 強磁性体/超伝導体接合系における共鳴近接効果

8.1 はじめに

近年、強磁性体/超伝導体 (F/S) 接合における電荷とスピンの輸送現象への興味は増加し続けている。F/S 接合のひとつの応用は F のスピン分極率の決定である。Andreev 反射¹⁾ を取り入れた修正された Blonder、Tinkham、Klapwijk (BTK)²⁾ の理論により微分コンダクタンスを解析することで F のスピン分極率が見積もることができる³⁻⁸⁾。この方法は強磁性体/異方的超伝導体接合系に対して拡張された⁹⁾。これらの仕事のほとんどがバリスティックな強磁性体を扱っている。しかし、汚れた強磁性体 (DF) と (s-波, 異方的) 超伝導体 (S) 接合の物理の理解はまだ完全ではない。DF/S 接合での近接効果を考慮に入れる必要がある。

DF/S 接合では S から DF にしみこんでいくペアが交換場のために有限の運動量を持つ¹⁰⁻¹⁵⁾。このことによってペア振幅が空間的に振動したり強磁性体中の秩序変数の実部の位相が π ずれたりする。F の厚さが F のコヒーレンス長よりも長いとき秩序変数の実部の符号が変わる。位相が π ずれることで SFS 接合系で π -接合が実現することが予言され、¹⁰⁾ このことは最近実験的に確認された¹⁶⁻²⁰⁾。ペア振幅の空間的な振動は DF/S 接合での T_c の F の厚さに対する非単調な依存性も引き起こす²¹⁻²⁵⁾。DF/S 接合での共鳴的な電気伝導も議論されている²⁶⁻²⁸⁾。

もうひとつのペア振幅の振動の面白い結果は強磁性体中の状態密度 (DOS) が空間的に振動しながら減衰することである³¹⁻³⁴⁾。クリーンリミット³²⁾ や汚れた極限³⁵⁾ で計算された DOS のエネルギー依存性は様々な構造を示す。実験的に F/S 接合で DOS が Kontos らによって観測された。彼らは位相が π ずれているときに DOS にゼロエネルギー付近で広いピークが現れることを見つけた³⁷⁾。DF/S 接合では DOS はゼロエネルギーに鋭いピークを持ちうる³⁵⁾。しかし、そのピークが現れる条件は体系的には調べられていない。本章ではまず、N/DF/S 接合での DOS を計算し DOS のゼロエネルギーピークが現れる条件を明らかにする。弱近接効果 (DF/S 界面の抵抗が大きい場合)、強近接効果 (DF/S 界面の抵抗が小さい場合) に対応する 2 つの条件を予言することになる。前者は文献³⁵⁾ で得られたものと一致し、後者は新しい条件である。状態密度は基本的な量なのでこの共鳴近接効果は様々な物理量に影響を及ぼしうる。そこで DOS のゼロエネルギーピークが現れる条件下でのコンダクタンスも調べることにする。

一方、異方的超伝導体接合系ではミッドギャップ Andreev 共鳴状態 (MARS) はゼロバイアスコンダクタンスピーク (ZBCP) を引き起こす³⁸⁻⁴¹⁾。DF/d-波超伝導体 (DF/D) 接合での共鳴近接効果と MARS の相互関係も理論的に調べるのに値する興味深い問題である。

本章では金属/DF/*s*-, *d*-波超伝導体 (N/I/DF/I/S) 接合での近接効果をしらべる理論的モデルを定式化し交換場によって DOS が高められる条件を明らかにした後, そのコンダクタンスへの影響も調べる. この接合には不純物散乱, ペア振幅の振動, コヒーレントな位相, MARS などの現象が存在している. 本章では Usadel 方程式⁴²⁾ を Kupriyanov-Lukichev の境界条件⁴³⁾ を拡張した Nazarov の境界条件⁴⁴⁾ を用いて解く. この一般的な境界条件は界面の透過率が必ずしも低くない実際の接合に有用である. これによって ZBCP からゼロバイアスコンダクタンスディップ (ZBCD) への移り変わりが発見された. この境界条件は最近汚れた金属 (DN) と *s*-波超伝導体⁴⁵⁾, あるいは異方的超伝導体⁴⁶⁻⁴⁸⁾ の接合に拡張された. 今回は超伝導ギャップと同じ位の大きさの交換場をもつ弱い強磁性体をもちいた N/I/DF/I/S 接合を考える. 弱い強磁性体を用いた F/S 接合は最近の実験でたとえば CuNi 合金¹⁶⁾ や Ni をドーブした Pd³⁷⁾, 磁性半導体などで実現されている. したがって本章の結果はこれらの材料に適用でき, 実験的に観測されるものと考えている.

8.2 モデルと計算方法

ここではモデルと計算方法を説明する. 金属と超伝導体の電極が, 長さ L の準一次元的な乱れた強磁性体 (DF) によってつながっているとす. L は平均自由行程よりも十分に大きいとする. $x = L$ にある DF/S の界面には R_b の抵抗があり, $x = 0$ にある DF/N 界面は抵抗 R'_b をもつとする. 界面におけるバリアはデルタ関数を用いて $U(x) = H\delta(x-L) + H'\delta(x)$ のようにあらわす. このとき対応する界面の透過率は $T_m = 4\cos^2\phi/(4\cos^2\phi + Z^2)$, $T'_m = 4\cos^2\phi/(4\cos^2\phi + Z'^2)$ のようになり, $Z = 2H/v_F$, $Z' = 2H'/v_F$ は無次元パラメータ, ϕ は接合系の法線方向から測った準粒子の入射角度である. また, v_F は Fermi 速度である. 図 8.1 にモデルの模式図を示した.

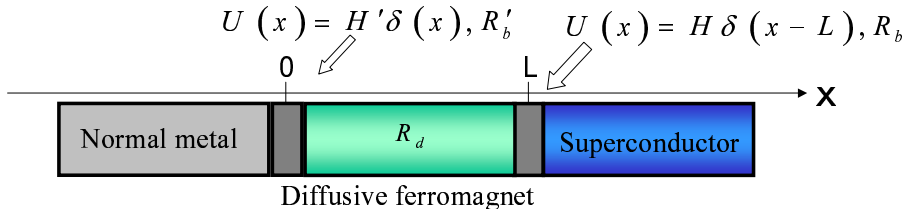


図 8.1 モデルの模式図.

以下の計算では準古典 Keldysh 形式の Green 関数を用いてコンダクタンスを計算する. 4×4 行列の Green 関数を N, DF, S でそれぞれ $\check{G}_0(x)$, $\check{G}_1(x)$, $\check{G}_2(x)$ とあらわすことにする. Keldysh 成分 $\hat{K}_{0,1,2}(x)\hat{K}_i(x) = \hat{R}_i(x)\hat{f}_i(x) - \hat{f}_i(x)\hat{A}_i(x)$ は遅延成分 $\hat{R}_i(x)$, 先進成分 $\hat{A}_i(x) = -\hat{R}_i^*(x)$ 分布関数 $\hat{f}_i(x)$ ($i = 0, 1, 2$) によってあらわされる. ここで $\hat{R}_0(x) = \hat{\tau}_3$, $\hat{f}_0(x) = f_{t0} + \hat{\tau}_3 f_{t0}$, $\hat{R}_2(x) = g\hat{\tau}_3 + f\hat{\tau}_2$, $g = \varepsilon/\sqrt{\varepsilon^2 - \Delta^2}$, $f = \Delta/\sqrt{\Delta^2 - \varepsilon^2}$ である. $\hat{\tau}_2$ と $\hat{\tau}_3$ は Pauli 行列で ε は Fermi エネルギーから測った準粒子のエネルギー, 温度 T における分布関数は $\hat{f}_2(x) = \tanh(\varepsilon/2T)$ である. S での化学ポテンシャルを 0 とおく. $\check{G}_1(x)$ の

DF 中での空間変化は以下の Usadel 方程式⁴²⁾に従う.

$$D \frac{\partial}{\partial x} [\check{G}_1(x) \frac{\partial \check{G}_1(x)}{\partial x}] + i[\check{H}, \check{G}_1(x)] = 0 \quad (8.1)$$

D は DF の拡散定数で, \check{H} は

$$\check{H} = \begin{pmatrix} \hat{H}_0 & 0 \\ 0 & \hat{H}_0 \end{pmatrix}, \quad (8.2)$$

で与えられ, majority(minority) スピンに対して $\hat{H}_0 = (\varepsilon - (+)h)\hat{\tau}_3$ である. ここで h は交換場をあらわす. 弱い強磁性体を仮定しているため majority スピンと minority スピンの間の Fermi 速度の差は無視する.

DF/S 界面での $\check{G}_1(x)$ に対する Nazarov の境界条件は文献^{45,47)}に与えられている. DF/N 界面での $\check{G}_1(x)$ に対する Nazarov の境界条件は

$$\frac{L}{R_d} (\check{G}_1 \frac{\partial \check{G}_1}{\partial x})|_{x=0_+} = -R'_b{}^{-1} < B >', \quad (8.3)$$

$$B = \frac{2T'_m[\check{G}_0(0_-), \check{G}_1(0_+)]}{4 + T'_m([\check{G}_0(0_-), \check{G}_1(0_+)]_+ - 2)}. \quad (8.4)$$

であたえられ, 界面での準粒子の入射方向の平均は以下のように定義される.

$$< B(\phi) >^{(l)} = \frac{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\phi \cos \phi B(\phi)}{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\phi T^{(l)}(\phi) \cos \phi} \quad (8.5)$$

ここで $B(\phi) = B$, $T^{(l)}(\phi) = T_m^{(l)}$ である. 界面での抵抗 R'_b は以下で与えられる.

$$R'_b{}^{(l)} = R_0^{(l)} \frac{2}{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\phi T^{(l)}(\phi) \cos \phi}. \quad (8.6)$$

ここで $R_0^{(l)}$ は Sharvin 抵抗で 3次元の場合 $R_0^{(l)-1} = e^2 k_F^2 S_c^{(l)} / (4\pi^2)$ で与えられる.

各スピンに対する電流は $\check{G}_1(x)$ を用いて

$$I_{el} = \frac{-L}{8eR_d} \int_0^\infty d\varepsilon \text{Tr}[\hat{\tau}_3 (\check{G}_1(x) \frac{\partial \check{G}_1(x)}{\partial x})^K], \quad (8.7)$$

とあらわされ, $(\check{G}_1(x) \frac{\partial \check{G}_1(x)}{\partial x})^K$ は $(\check{G}_1(x) \frac{\partial \check{G}_1(x)}{\partial x})$ の Keldysh 成分を示す. 実際の計算には標準的な θ -パラメータ化を用いると便利である. このとき $\hat{R}_1(x)$ は $\hat{R}_1(x) = \hat{\tau}_3 \cos \theta(x) + \hat{\tau}_2 \sin \theta(x)$ となり, $\theta(x)$ は DF の近接効果を測る量となる. 分布関数 $\hat{f}_1(x)$ は $\hat{f}_1(x) = f_l(x) + \hat{\tau}_3 f_t(x)$ であたえられ $f_t(x)$ は接合系のコンダクタンスを決める量となる. Usadel 方程式の先進成分あるいは遅延成分から majority(minority) スピンに対して $\theta(x)$ を決める以下の方程式が導かれる.

$$D \frac{\partial^2}{\partial x^2} \theta(x) + 2i(\varepsilon - (+)h) \sin[\theta(x)] = 0 \quad (8.8)$$

一方、Keldysh 成分からは以下の方程式を得る.

$$D \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial f_t(x)}{\partial x} \cosh^2 \theta_{im}(x) \right] = 0. \quad (8.9)$$

$x = 0$ では $f_{t0} \equiv f_t(0)$ は金属電極の分布関数であるから

$$f_{t0} = \frac{1}{2} \{ \tanh[(\varepsilon + eV)/(2T)] - \tanh[(\varepsilon - eV)/(2T)] \}.$$

が成り立つ. 次に DF/N 界面での境界条件を考える. 式 (8.3) の遅延成分から

$$\frac{L}{R_d} \frac{\partial \theta(x)}{\partial x} \Big|_{x=0_+} = \frac{\langle F \rangle'}{R'_b}$$

$$F = \frac{2T'_m \sin \theta_0}{(2 - T'_m) + T'_m \cos \theta_0}, \quad (8.10)$$

をえる. ここで $\theta_0 = \theta(0_+)$ とおいた.

一方, 式 (8.3) の Keldysh 成分から

$$\frac{L}{R_d} \left(\frac{\partial f_t}{\partial x} \right) \cosh^2 \theta_{im}(x) \Big|_{x=0_+} = - \frac{\langle I_{b1} \rangle' (f_{t0} - f_t(0_+))}{R'_b}, \quad (8.11)$$

$$I_{b1} = \frac{T_m'^2 \Lambda'_1 + 2T'_m (2 - T'_m) \text{Real}\{\cos \theta_0\}}{|(2 - T'_m) + T'_m \cos \theta_0|^2}$$

$$\Lambda'_1 = (1 + |\cos \theta_0|^2 + |\sin \theta_0|^2). \quad (8.12)$$

をえる. 最終的に, 以下の電流の式を得る:

$$I_{el} = \frac{1}{2e} \int_0^\infty d\varepsilon \frac{f_{t0}}{\frac{R_b}{\langle I_{b0} \rangle} + \frac{R_d}{L} \int_0^L \frac{dx}{\cosh^2 \theta_{im}(x)} + \frac{R'_b}{\langle I_{b1} \rangle'}}. \quad (8.13)$$

このとき絶対零度での各スピンに対する微分抵抗は以下のようにもとまる.

$$R = \frac{2R_b}{\langle I_{b0} \rangle} + \frac{2R_d}{L} \int_0^L \frac{dx}{\cosh^2 \theta_{im}(x)} + \frac{2R'_b}{\langle I_{b1} \rangle'} \quad (8.14)$$

$$I_{b0} = \frac{T_m^2 \Lambda_1 + 2T_m (2 - T_m) \Lambda_2}{2 | (2 - T_m) + T_m [g \cos \theta_L + f \sin \theta_L] |^2},$$

$$\Lambda_1 = (1 + |\cos \theta_L|^2 + |\sin \theta_L|^2) (|g|^2 + |f|^2 + 1)$$

$$+4\text{Imag}[fg^*]\text{Imag}[\cos\theta_L \sin\theta_L^*], \quad (8.15)$$

$$\Lambda_2 = \text{Real}\{g(\cos\theta_L + \cos\theta_L^*) + f(\sin\theta_L + \sin\theta_L^*)\}. \quad (8.16)$$

この式は Volkov-Zaitsev-Klapwijk の公式⁴⁹⁾ の拡張になっている. d -波接合に対しては関数 I_{b0} は以下の式で与えられる⁴⁷⁾.

$$I_{b0} = \frac{T_m}{2} \frac{C_0}{|(2 - T_m)(1 + g_+g_- + f_+f_-) + T_m[\cos\theta_L(g_+ + g_-) + \sin\theta_L(f_+ + f_-)]|^2}$$

$$C_0 = T_m(1 + |\cos\theta_L|^2 + |\sin\theta_L|^2)[|g_+ + g_-|^2 + |f_+ + f_-|^2$$

$$+ |1 + f_+f_- + g_+g_-|^2 + |f_+g_- - g_+f_-|^2]$$

$$+ 2(2 - T_m)\text{Real}\{(1 + g_+^*g_-^* + f_+^*f_-^*)[(\cos\theta_L + \cos\theta_L^*)(g_+ + g_-) + (\sin\theta_L + \sin\theta_L^*)(f_+ + f_-)]\}$$

$$+ 4T_m\text{Imag}(\cos\theta_L \sin\theta_L^*)\text{Imag}[(f_+ + f_-)(g_+^* + g_-^*)], \quad (8.17)$$

$g_{\pm} = \varepsilon/\sqrt{\varepsilon^2 - \Delta_{\pm}^2}$, $f_{\pm} = \Delta_{\pm}/\sqrt{\Delta_{\pm}^2 - \varepsilon^2}$, $\Delta_{\pm} = \Delta \cos 2(\phi \mp \alpha)$. ここで α , $\theta_{im}(x)$, θ_L はそれぞれ, 接合界面の法線方向と d -波超伝導体の結晶軸のなす角度, $\theta(x)$ の虚部, $\theta(L_-)$ である. このとき超伝導接合系の全コンダクタンス $\sigma_S(eV)$ は $\sigma_S(eV) = \sum_{\uparrow, \downarrow} 1/R$ で与えられる. DF の局所的な規格化された DOS, $N(\varepsilon, x)$, は以下で与えられる.

$$N(\varepsilon, x) = \frac{1}{2} \sum_{\uparrow, \downarrow} \text{Re} \cos \theta(x). \quad (8.18)$$

以下では規格化された DOS と規格化されたコンダクタンス $\sigma_T(eV) = \sigma_S(eV)/\sigma_N(eV)$ について議論する. ここで $\sigma_N(eV)$ はノーマル状態におけるコンダクタンスで $\sigma_N(eV) = \sigma_N = 1/(R_d + R_b + R'_b)$. によって与えられる.

8.3 計算結果

8.3.1 DOS の共鳴条件

ここでは N/DF 界面の抵抗が大きい ($R_d/R'_b \ll 1$) ときの $x = 0$ (N/DF 界面) での DOS に注目する. パラメータは $Z = 3$ と $Z' = 3$ のように固定する.

DOS のゼロエネルギーピークの現れる条件を明らかにするため $x = 0$ での DOS を $E_{Th} = D/L^2$ の関数をして図示する. 図 8.2 は $R_d/R'_b = 0.1$ での様々な h/Δ に対する DOS

を示している. 図 8.2 (a) ではゼロエネルギーピークが $E_{Th} \sim 2hR_b/R_d$ に現れている. 一方, 図 8.2 (b), (c) ではピークが $E_{Th} \sim h$ に現れている. したがって大きい R_d/R_b に対する DOS ピークの条件は小さい R_d/R_b に対するものと本質的に異なっていることがいえる.

図 8.3 は様々な h/Δ について図 8.2 でのピークに対応するパラメータでの ε の関数の DOS を示している. すべての場合で DOS ピークがゼロエネルギーの周りに現れている. 小さい h/Δ に対しては DOS ピークは狭く h/Δ の増加とともに広くなる. このピークはペア振幅の符号の変化を必ずしも必要としない. このことは大きな Thouless エネルギー (短い DF) に対してピークが現れていることから明らかである. ほかのパラメータに対しては $E_{Th} \sim 2hR_b/R_d$ または $E_{Th} \sim h$ の条件からはなれるに従い DOS ピークは消えていく.

まず, 近接効果が強い場合から議論する. 図 8.4 に $x = 0$ でのゼロエネルギーでの DOS を E_{Th} の関数として図示した. ここで様々な R_d/R'_b と $h/\Delta = 1$ さらに (a) $R_d/R_b = 5$, (b) $R_d/R_b = 10$ のときを考える. この場合 $E_{Th} \sim h$ のピークは R_d/R'_b の増加とともに抑制された. したがってこの条件は小さい R_d/R'_b にたいして有効である.

この $x = 0$ での DOS のゼロエネルギーピークは $E_{Th} = h$ の条件が満たされる限り E_{Th} に依存しない. それを説明するため $\varepsilon = 0$ での式 (8.8), (8.10) を書くと以下ようになる.

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} \theta(y) - (+)2i \sin[\theta(y)] = 0 \quad (8.19)$$

$$\frac{1}{R_d} \frac{\partial \theta(y)}{\partial y} \Big|_{y=0+} = \frac{\langle F \rangle'}{R'_b} \quad (8.20)$$

ここで $y \equiv x/\sqrt{D/h}$ とおいた. $E_{Th} = h$ であるから $D/h \equiv E_{Th}L^2/h = L^2$ を得る. この式は E_{Th} をパラメータをして含んでいない. 同様の議論が DF/S 界面での境界条件に適用できる. よって $x = 0$ での DOS のゼロエネルギーピークが E_{Th} に依存しないことが証明できた.

ここで近接効果の弱いときを考え, 文献³⁵⁾に従い条件 $R_d/R_b \sim 2h/E_{Th}$ を導くことにする. θ の空間変化が小さいとき, つまり $L \ll \sqrt{D/|\varepsilon \mp h|}$ かつ R_d/R_b と R_d/R'_b が小さい (近接効果が弱い) とき θ は $\theta = \theta_0 + \theta_1 x + \theta_2 x^2$, $\theta_1, \theta_2 \ll \theta_0$ と展開できる. θ の微分は界面での R_d/R_b または R_d/R'_b に比例していることに注意がいる (式 (8.10) と文献⁴⁵⁾ 参照).

この場合 Usadel 方程式のアップスピンに対する解は以下の形になる:

$$\cos \theta_{0\uparrow} = \frac{\frac{R_d}{R'_b} + \frac{R_d}{R_b} g - \frac{2i(\varepsilon-h)}{E_{Th}}}{\sqrt{\left(\frac{R_d}{R_b} f\right)^2 + \left(\frac{R_d}{R'_b} + \frac{R_d}{R_b} g - \frac{2i(\varepsilon-h)}{E_{Th}}\right)^2}}. \quad (8.21)$$

$R_d/R'_b = 0$, $\varepsilon = 0$ に対して DOS は

$$\cos \theta_{0\uparrow} = \frac{\frac{2ih}{E_{Th}}}{\sqrt{\left(\frac{R_d}{R_b}\right)^2 - \left(\frac{2h}{E_{Th}}\right)^2}}, \quad (8.22)$$

となり共鳴条件 $R_d/R_b \sim 2h/E_{Th}$ を与える. 同様の結果がダウンスピンに対して h を $-h$ で置き換えることで得られる. 一方, 近接効果が強い領域に対する共鳴条件 $E_{Th} \sim h$ は $L \sim \sqrt{D/h}$ と等価である. したがって, 近接効果が強く強磁性体の長さが強磁性体のコヒーレンス長 $\xi_F = \sqrt{D/h}$ のオーダーであるときにゼロエネルギー DOS ピークが現れるといえる.

ここで2つの条件の物理的な意味を議論する. DN/S 接合ではミニギャップ E_g が現れ, 弱近接効果に対して $E_g \sim E_{Th}R_d/R_b$, 強近接効果に対して $E_g \sim E_{Th}$ で与えられる⁴⁷⁾. DF/S 接合ではこのミニギャップは h だけシフトし, 従って $h \sim E_g$ のときゼロエネルギーに DOS ピークが現れる. また, 今回の計算では $Z = Z' = 3$ に固定したがこのパラメータは結果を定性的には変えない.

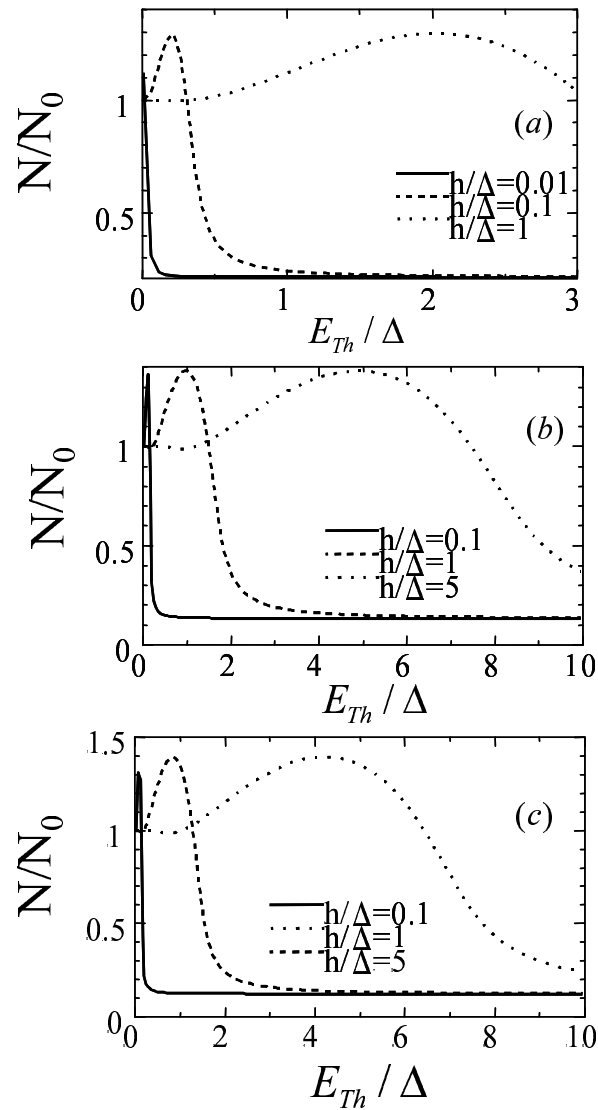


図 8.2 E_{Th} の関数としてのゼロエネルギーでの規格化した DOS。 $R_d/R'_b = 0.1$ かつ
 (a) $R_d/R_b = 1$, (b) $R_d/R_b = 5$, (c) $R_d/R_b = 10$.

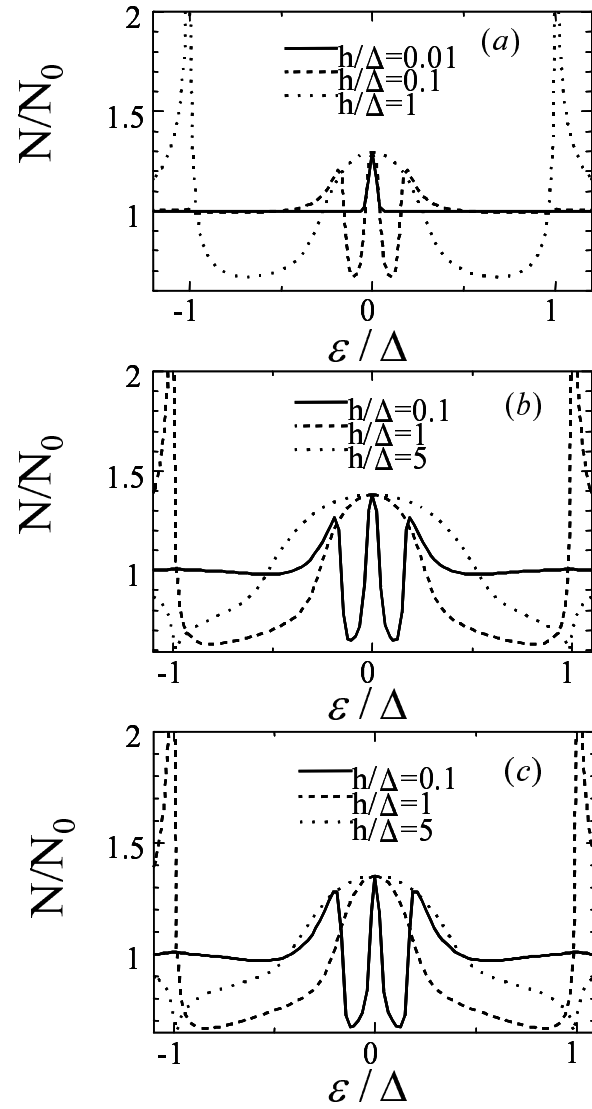


図 8.3 ε の関数としてのゼロエネルギーでの規格化した DOS。 $R_d/R_b' = 0.1$ かつ (a) $R_d/R_b = 1$, $E_{Th} = 2hR_b/R_d = 2h$, (b) $R_d/R_b = 5$, $E_{Th} = h$, (c) $R_d/R_b = 10$, $E_{Th} = h$.

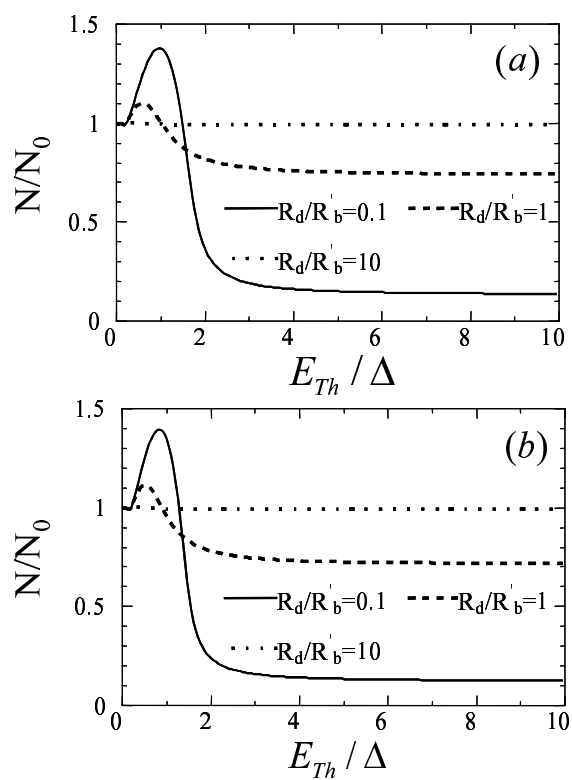


図 8.4 E_{Th} の関数としてのゼロエネルギーでの規格化した DOS。 $h/\Delta = 1$ かつ (a) $R_d/R_b = 5$, (b) $R_d/R_b = 10$.

以下ではこの2つの条件下でDOSとコンダクタンスがどのような振る舞いをするか詳しく見ることにする。 $R_d/R_b = 1$ と $R_d/R_b = 5$ をそれぞれ近接効果が弱い領域、近接効果が強い領域に対する典型的な値として選ぶ。また結果を定性的に変えないので $Z' = 3$ と固定し、近接効果が強くなる N/DF 界面のバリアが高い $R_d/R_b' = 0.1$ の場合を考える。

8.3.2 s-波超伝導接合

まず、近接効果が弱く Thouless エネルギーが小さい $E_{Th}/\Delta = 0.01$ の時を考える。このとき共鳴条件は $h/E_{Th} = 0.5$ で与えられる。図 8.5 は $R_d/R_b = 1$, $E_{Th}/\Delta = 0.01$, (a) $Z = 3$, (b) $Z = 0$ での様々な h/E_{Th} に対するコンダクタンスを示している。 $h = 0$ のとき近接効果のために ZBCD があらわれる。一方、 $h/E_{Th} = 0.5$ のとき共鳴 ZBCP が現れ h/E_{Th} の増加とともに $eV \sim \pm h$ での2つのディップに分裂していく。共鳴 ZBCP の大きさは1を超えている。DN/S 接合での従来の近接効果による ZBCP は常に1より小さい^{45,49,50}。したがって、これは DF/S 接合での共鳴 ZBCP とは本質的に異なっている。

DF の対応する規格化された DOS を図 8.6 に示した。DN/S 接合では近接効果はほとんど Z に依存しない⁴⁵。我々は数値的にこのことが DF/S 接合での近接効果にも当てはまることを確かめた。図 8.6 は $Z = 3$, $R_d/R_b = 1$, $E_{Th}/\Delta = 0.01$, (a) $h/E_{Th} = 0$, (b) $h/E_{Th} = 0.5$ に対する DOS を示している。 $h = 0$ のときは DF 領域全体でゼロエネルギーに鋭いディップが現れる。有限エネルギーに対しては DOS はほとんど1で空間的に変化しない。一方 $h/E_{Th} = 0.5$ のときは DF/N 界面の近くの DF 領域でゼロエネルギーピークが現れる。このピークが図 8.5 の大きな ZBCP の原因である。したがって DF/S 接合の ZBCP は DN/S 接合のものとは異なる物理的起源を持っている。

次に近接効果が強い領域で Thouless エネルギーが小さい $E_{Th}/\Delta = 0.01$ の場合を考える。このとき共鳴 ZBCP は $h/E_{Th} = 1$ のときに期待できる。図 8.7 は $R_d/R_b = 5$, $E_{Th}/\Delta = 0.01$, (a) $Z = 3$, (b) $Z = 0$ での様々な h/E_{Th} に対するコンダクタンスを示している。このとき図 8.5 のように共鳴 ZBCP とピークの分裂が現れることがわかる。図 8.7(a) に対応する DOS は図 8.8 に示してあり、(a) $h/E_{Th} = 0$, (b) $h/E_{Th} = 1$ である。 $h = 0$ のときゼロエネルギーに鋭いディップが現れる。有限エネルギーに対しては DOS はほとんど1で空間変化しない。 $h/E_{Th} = 1$ のとき DF/N 界面の近くの x の領域でゼロエネルギーにピークが現れる。図 8.7 に見えるように同様のコンダクタンスの構造があることがわかる。ゼロエネルギー付近の DOS は DF/S 界面 ($x = L$) で図 8.6 のものに比べて強く抑制されている。

次に Thouless エネルギーの大きな場合を考える。このときコンダクタンスは Z にほとんど依存しない。図 8.9 に $Z = 3$, $R_d/R_b = 1$, $E_{Th}/\Delta = 10$ での様々な h/Δ に対するコンダクタンスと対応する DOS を示した。図 8.9 (a) に示したように $h/\Delta = 5$ にたいして共鳴近接効果による広いピークが現れることがわかった。 $h/\Delta = 0$ に対しては、DOS は図 8.9 (b) に示したようにギャップ的な構造をもつ。一方で、 $h/\Delta = 5$ のときは図 8.9 (c) のようにゼロエネルギーピークを持つことがわかった。 $Z = 3$, $R_d/R_b = 5$, $E_{Th}/\Delta = 10$ で様々な h/Δ に対して同様の計算結果が図 8.10 に示してある。図 8.10 (a) に示したように $h/\Delta = 10$ のとき、共鳴近接効果による広い ZBCP が現れることがわかる。 $h/\Delta = 0$ 対

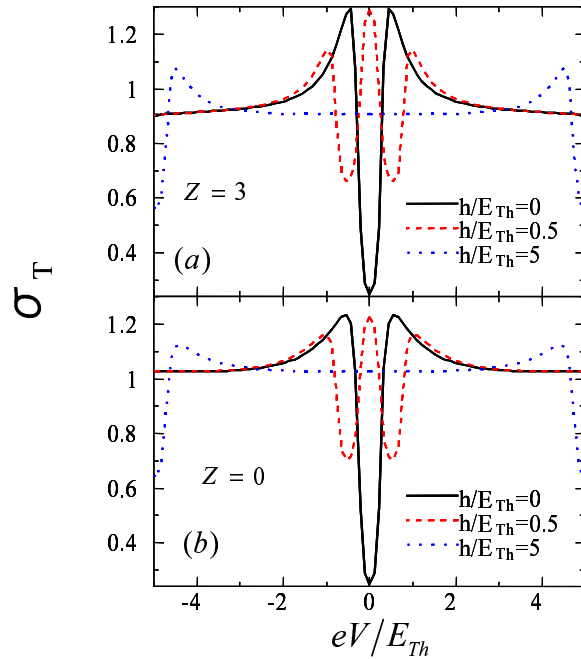


図 8.5 s -波超伝導体に対する規格化したコンダクタンス. $R_d/R_b = 1$, $E_{Th}/\Delta = 0.01$.

しての DOS は図 8.10 (b) に示したようにギャップ的な構造をもち, $h/\Delta = 10$ のときは図 8.10 (c) のようにゼロエネルギーピークが現れることがわかった.

この節を終える前に, 近接効果のパラメータ θ の空間変化を見ることにする. 図 8.11 は majority スピンの $\text{Re}\theta$ と $\text{Im}\theta$ のゼロエネルギーでの空間変化を表している. 図 8.11(a), (b) と (c), (d) ではそれぞれ図 8.5 (a), 図 8.7(a) と同じパラメータを選んだ. DOS のピークが現れるためには $\text{Im}\theta$ が大きな値をとることが必要である. なぜなら規格化した DOS が $\text{Re}\cos(\theta) = \cos(\text{Re}(\theta)) \cosh(\text{Im}(\theta))$ で与えられるからである. 図 8.11 (b), (d) に示すように共鳴条件が満たされるとき $\text{Im}\theta$ は実際大きな値を取っており, その他の場合は振動しながら減衰していく. $\text{Im}\theta$ とは対照的に $\text{Re}\theta$ は共鳴近接効果とは独立に h/Δ の増加とともに抑制されている (図 8.11(a), (c)).

8.3.3 d -波超伝導体接合

この節では弱近接効果と強近接効果に対する d -波超伝導体接合を考える. このとき角度 α に依存して近接効果は劇的に変わる: α が増加するにつれて近接効果は抑制される^{46,47}. $\alpha = 0$ のとき近接効果があり MARS は存在しないので s -波接合と同様の結果が期待できる. 一方で大きな α に対してはコンダクタンスは h/Δ にほとんど依存しない. とくに $\alpha/\pi = 0.25$ のときは近接効果が消失するのでコンダクタンスは h に依存しない. DF/D 接合では ZBCP 形成の異なる 2 つのメカニズムがある: 強磁性体接合に特有の共鳴近接効果による ZBCP と DF/D 界面に存在する MARS に起因する ZBCP である. α が増えるに従

い MARS が形成されると同時に近接効果が弱められる。したがって以下に述べるように共鳴近接効果に比べて MARS が ZBCP に重要な寄与をする。

まず共鳴条件が $h/E_{Th} = 0.5$ で与えられる弱近接効果の場合を考える。図 8.12 は $Z = 3$, $R_d/R_b = 1$ での様々な α における, (a) $E_{Th}/\Delta = 0.01$, $h/E_{Th} = 0$, (b) $E_{Th}/\Delta = 0.01$, $h/E_{Th} = 0.5$, (c) $E_{Th}/\Delta = 10$, $h/\Delta = 0$, (d) $E_{Th}/\Delta = 10$, $h/\Delta = 5$ に対するコンダクタンスを示している。 $E_{Th}/\Delta = 0.01$, $h = 0$ に対して $\alpha/\pi = 0$ のときは s -波接合の時と同様に近接効果による ZBCD が現れる。一方で $\alpha/\pi = 0.25$ のとき MARS の形成による ZBCP が現れる (図 8.12 (a))。 $E_{Th}/\Delta = 0.01$, $h/E_{Th} = 0.5$ に対しては共鳴近接効果による ZBCP は $\alpha/\pi = 0.25$ のときの MARS によるものの大きさを超えている (図 8.12 (b))。パリスティックな接合では $\alpha/\pi = 0.25$ のときの ZBCP が最も大きな値を持つ³⁹⁻⁴¹ のので, この共鳴近接効果による ZBCP は DF/S 接合の重要な特徴である。この特徴は大きな E_{Th} に対しても期待できる。 $E_{Th}/\Delta = 10$, $h = 0$ に対して $\alpha/\pi = 0$ のとき V 字型のコンダクタンスの構造が現れる。一方で $\alpha/\pi = 0.25$ のときは ZBCP が現れる (図 8.12(c))。このとき $h/\Delta = 5$ と選ぶことで $\alpha/\pi = 0$ のとき共鳴近接効果により, 広いピークが現れその高さは $\alpha/\pi = 0.25$ に対するものを超える (図 8.12 (d))。

図 8.12 (d) と同じパラメータで図 8.13 に (a) $\alpha/\pi = 0$ と (b) $\alpha/\pi = 0.125$ のときの DF の DOS を示した。 $\alpha/\pi = 0$ のときは s -波接合の時のようにゼロエネルギーピークが現れた。 α の増加とともに近接効果の減少によってゼロエネルギー付近での DOS は抑制される。極端な場合は $\alpha/\pi = 0.25$ のときでは近接効果がなくなるため DOS は常に 1 である。

次に近接効果の強い領域を考える。図 8.14 には $Z = 3$, $R_d/R_b = 5$, 様々な α でかつ, (a) $E_{Th}/\Delta = 0.01$, $h/E_{Th} = 0$, (b) $E_{Th}/\Delta = 0.01$, $h/E_{Th} = 1$, (c) $E_{Th}/\Delta = 10$, $h/\Delta = 0$, (d) $E_{Th}/\Delta = 10$, $h/\Delta = 10$ に対するコンダクタンスが示してある。この場合も, $\alpha = 0$ に対して共鳴近接効果による ZBCP が現れることがわかる。図 8.14(b), (d) に示したようにこの ZBCP は α の増加とともに抑制されることがわかる。

図 8.14(d) に対応する DF の DOS を図 8.15 に示した。 $x = 0$ での DOS の形はコンダクタンスに定性的に似ている。DF/S 界面 ($x = L$) での DOS は図 8.13 のもの比べると強く抑制されている。

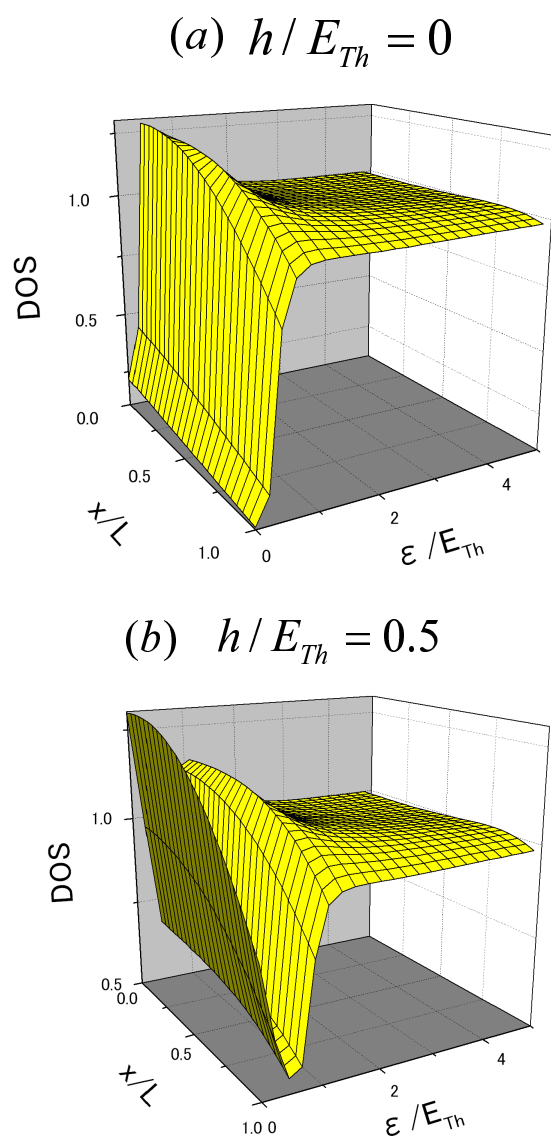


図 8.6 s -波超伝導体に対する規格化したDOS. $Z = 3$, $R_d/R_b = 1$, $E_{Th}/\Delta = 0.01$.

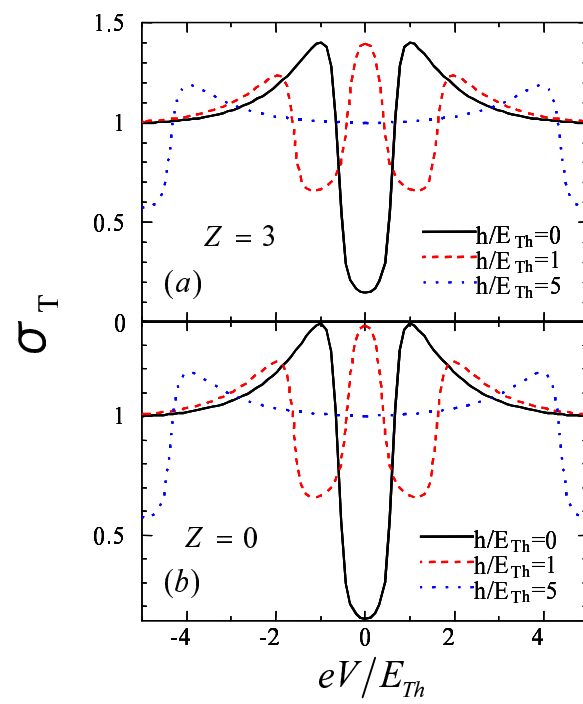


図 8.7 s -波超伝導体に対する規格化したコンダクタンス. $R_d/R_b = 5$, $E_{Th}/\Delta = 0.01$.

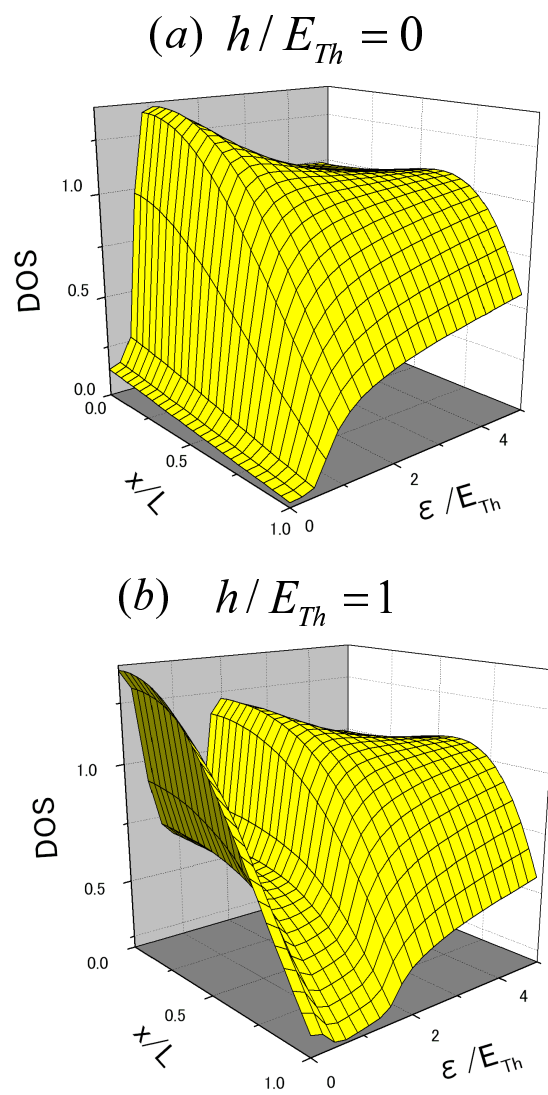


図 8.8 s -波超伝導体に対する規格化したDOS. $Z = 3$, $R_d/R_b = 5$, $E_{Th}/\Delta = 0.01$.

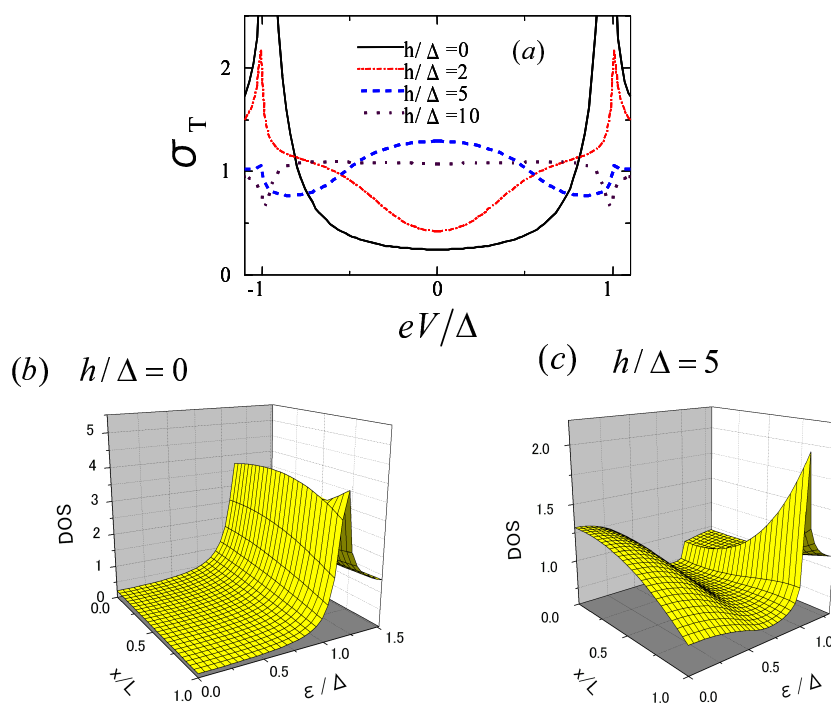


図 8.9 s -波超伝導体に対する規格化したコンダクタンスと対応するDOS. $Z = 3$, $R_d/R_b = 1$, $E_{Th}/\Delta = 10$.

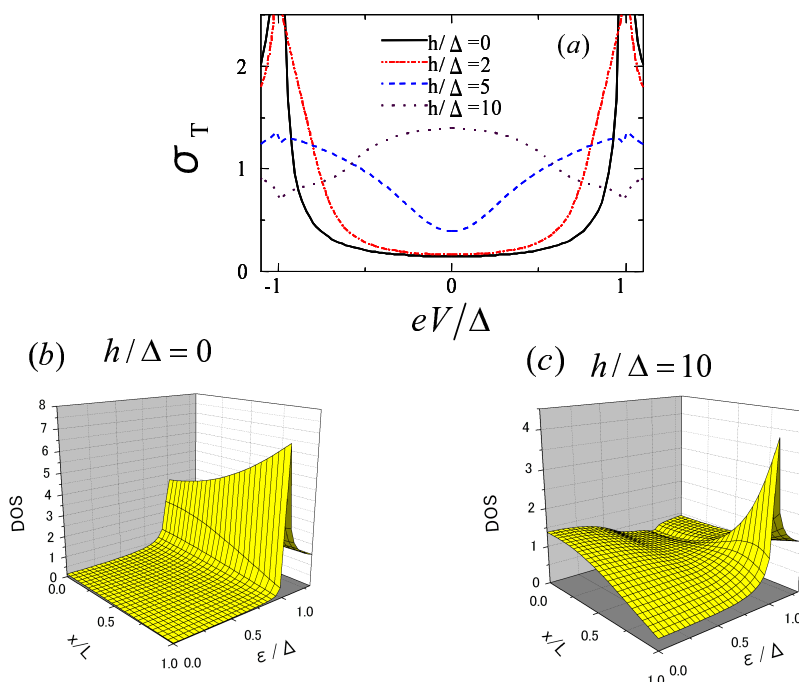


図 8.10 s -波超伝導体に対する規格化したコンダクタンスと対応するDOS. $Z = 3$, $R_d/R_b = 5$, $E_{Th}/\Delta = 10$.

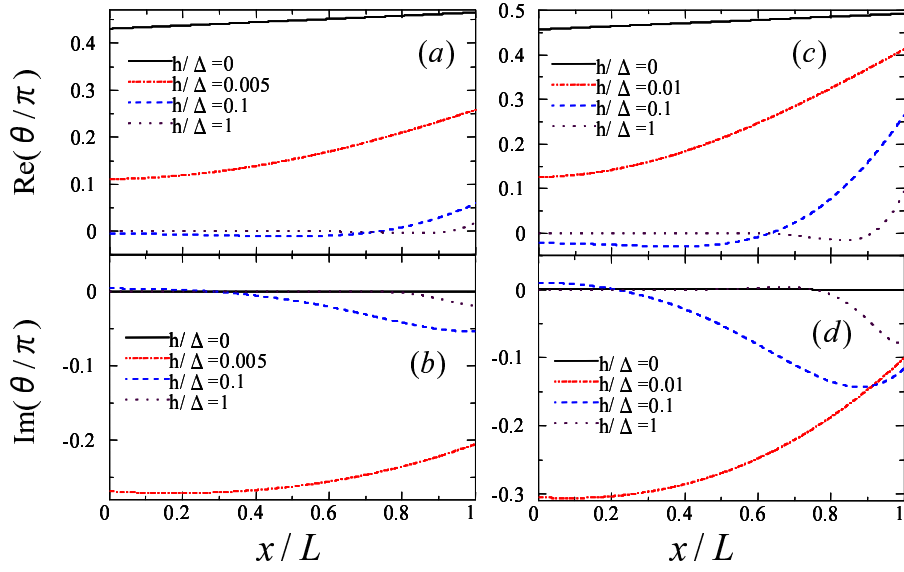


図 8.11 s -波超伝導体に対する $\text{Re}\theta$ と $\text{Im}\theta$ の空間変化. $Z = 3$, $E_{Th}/\Delta = 0.01$, $R_d/R_b = 1$ (左図), $R_d/R_b = 5$ (右図).

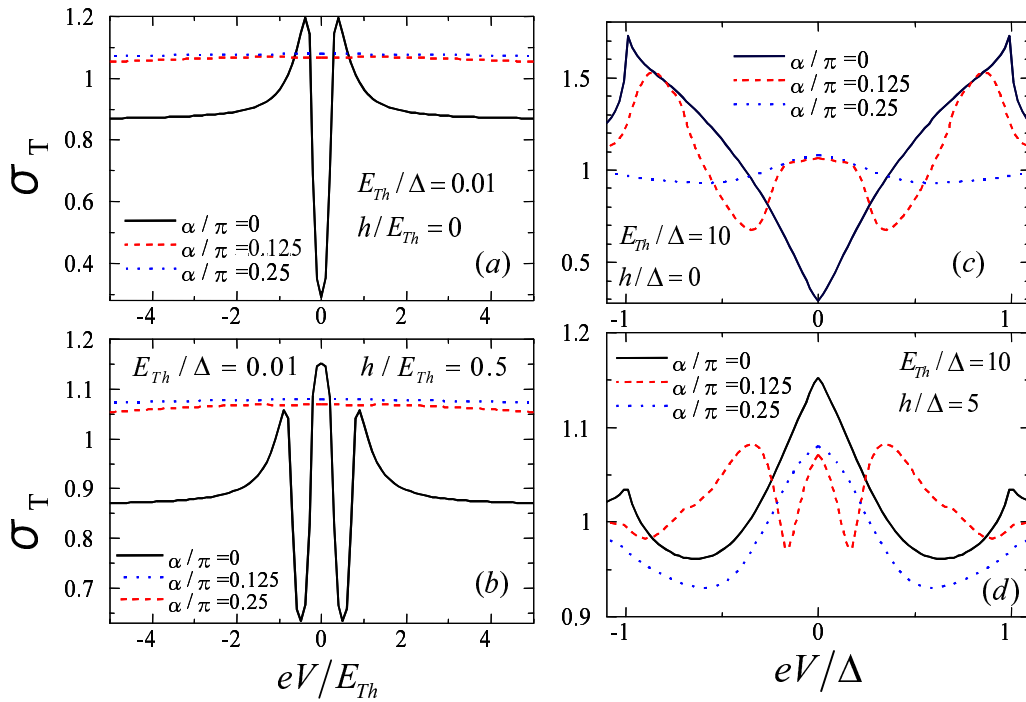


図 8.12 d -波超伝導体に対する規格化したコンダクタンス. $Z = 3$, $R_d/R_b = 1$.

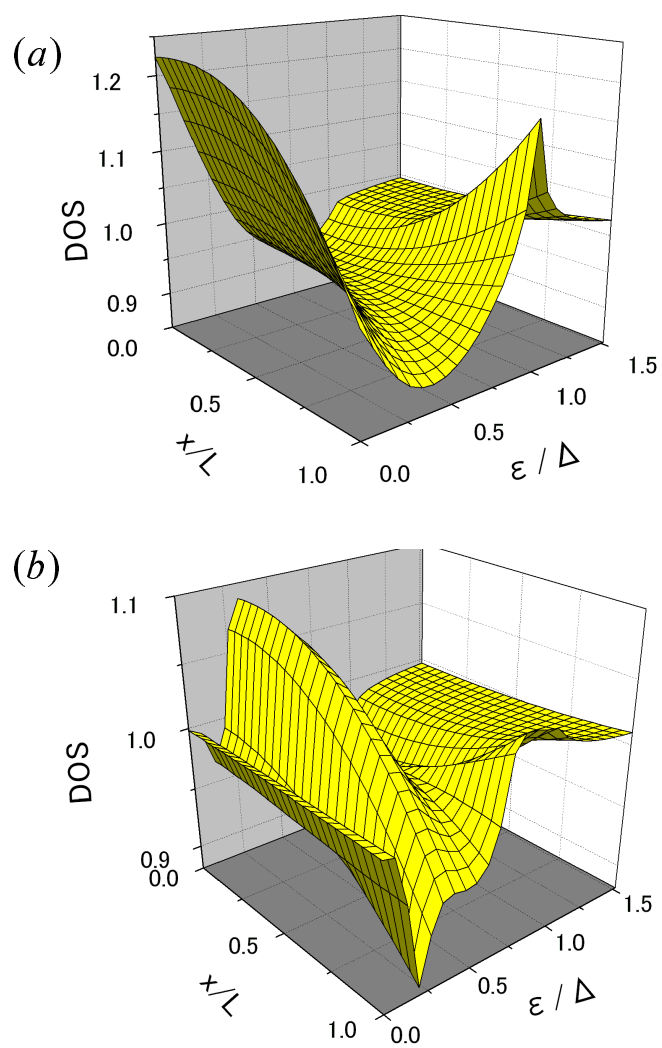


図 8.13 d -波超伝導体に対する規格化した DOS。 $Z = 3$, $R_d/R_b = 1$, $E_{Th}/\Delta = 10$, $h/\Delta = 5$, (a) $\alpha/\pi = 0$, (b) $\alpha/\pi = 0.125$.

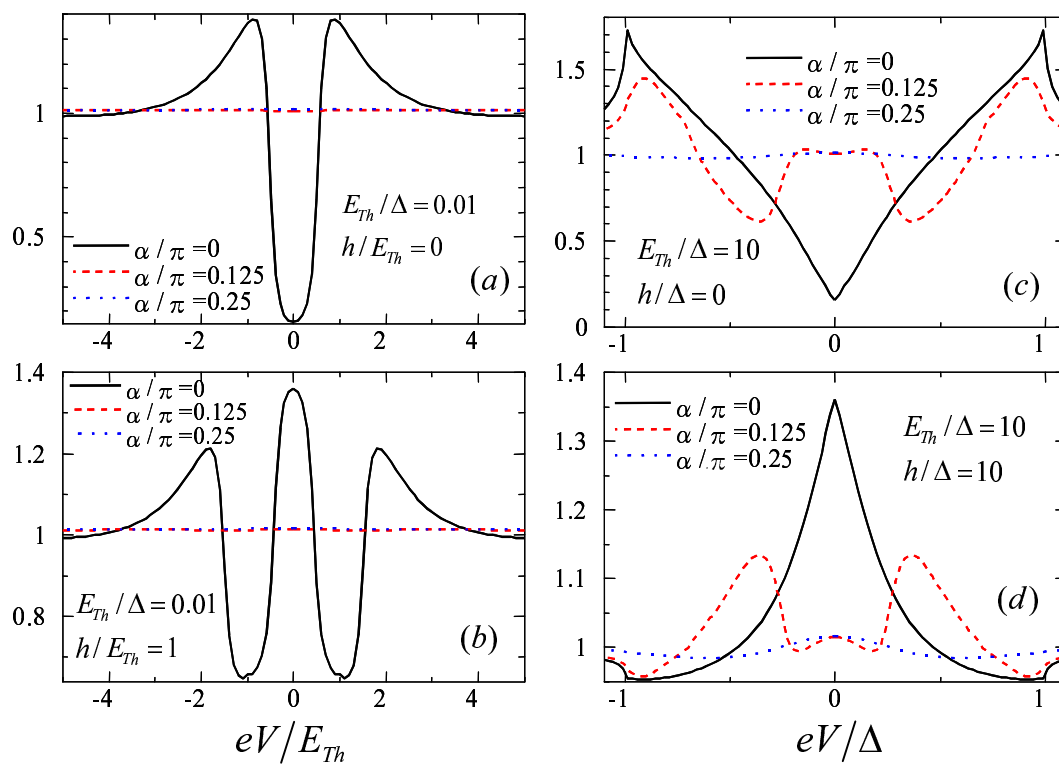


図 8.14 d -波超伝導体に対する規格化したコンダクタンス. $Z = 3$, $R_d/R_b = 5$.

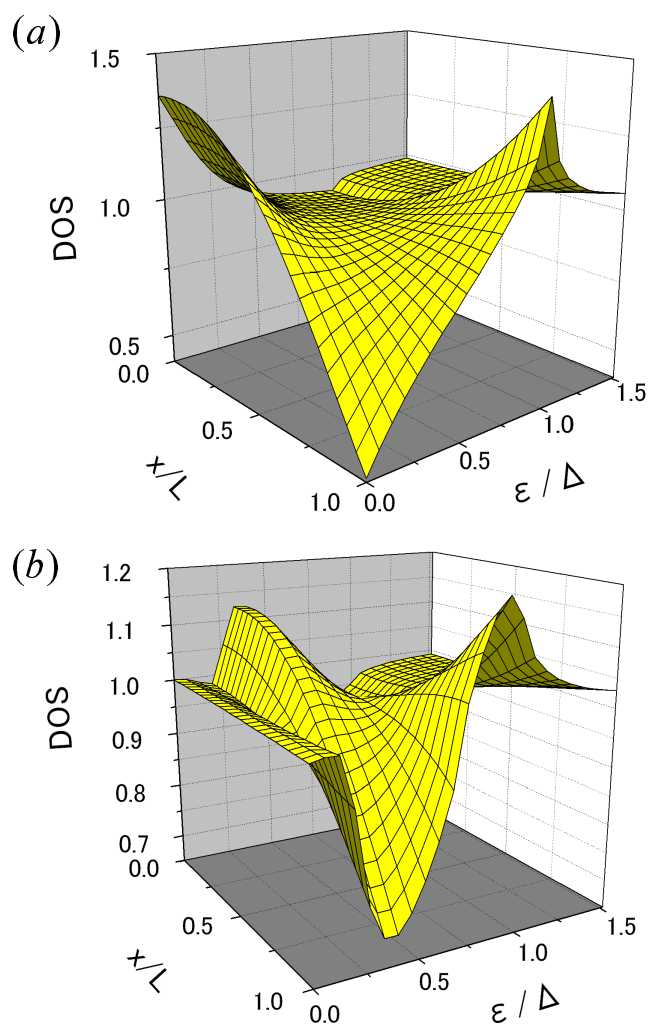


図 8.15 d -波超伝導体に対する規格化した DOS。 $Z = 3$, $R_d/R_b = 5$, $E_{Th}/\Delta = 10$, $h/\Delta = 10$, (a) $\alpha/\pi = 0$, (b) $\alpha/\pi = 0.125$.

8.4 結論

本章ではまず、金属/汚れた強磁性体/ s -波超伝導体接合における汚れた強磁性体中の状態密度にピークが出る条件を明らかにした。 R_d/R_b の値によって分類される弱近接効果と強近接効果の 2 つの領域について調べた。弱近接効果の領域での結果は文献³⁵⁾ で得られたものと本質的に同じである。しかし強近接効果の領域での結果は定性的に異なっている。2 つの条件は次のようにまとめられる。

1. 近接効果が弱いとき ($R_d/R_b \ll 1$)、DOS ピークが現れる条件は $R_d/R_b \sim 2h/E_{Th}$ で与えられる。

2. 近接効果が強いとき ($R_d/R_b \gg 1$)、DOS ピークが現れる条件は $E_{Th} \sim h$ で与えられる。この条件は強磁性体の長さがそのコヒーレンス長 $\sqrt{D/\hbar}$ と同じオーダーであることと等価である。これらの条件は $R_d/R_b \sim 2$ のときにクロスオーバーする。

また、この共鳴近接効果がコンダクタンスと状態密度に大きな影響を与えることを示した。その結果は次のようにまとめられる。

3. s -波接合では共鳴近接効果のために小さい E_{Th} に対して鋭い ZBCP があらわれ、大きい E_{Th} に対して広い ZBCP が現れる。DF/S 接合での ZBCP のメカニズムは DN/S 接合でのものとは本質的に異なり、ある交換場の値での DOS が大きく増加することによっている。その結果、DN/S 接合での ZBCP とは対照的に DF/S 接合での ZBCP はノーマル状態での値を超え得る。

4. d -波接合で $\alpha = 0$ のときは s -波接合のときと同様に共鳴条件が満たされるとき鋭い ZBCP が形成される。有限の角度 α に対しては、 $R_d/R_b \ll 1$ かつ $Z \gg 1$ のとき MARS がコンダクタンスに寄与する。 α の増加とともに共鳴近接効果の寄与は小さくなり、MARS がコンダクタンスに大きく寄与する。その結果、十分大きい α に対して ZBCP は共鳴条件が成り立っているかどうかということとは独立に存在する。逆の場合 ($R_d/R_b \gg 1$) MARS の寄与はほとんど無視でき、ZBCP は共鳴条件が満たされている時のみ現れる。

今後の面白い問題は金属/汚れた強磁性体/ p -波超伝導体接合におけるコンダクタンスの計算である。なぜなら汚れた金属/ p -波超伝導体接合では異常な現象が予言されているからである⁴⁸⁾。

参考文献

- 1) A.F. Andreev, Sov. Phys. JETP **19**, 1228 (1964).
- 2) G.E. Blonder, M. Tinkham, and T.M. Klapwijk, Phys. Rev. B **25**, 4515 (1982).
- 3) P. M. Tedrow and R. Meservey, Phys. Rev. Lett. **26**, 192 (1971); Phys. Rev. B **7**, 318 (1973); R. Meservey and P. M. Tedrow, Phys. Rep. **238**, 173 (1994).
- 4) S. K. Upadhyay, A. Palanisami, R. N. Louie, and R. A. Buhrman Phys. Rev. Lett. **81**, 3247 (1998).
- 5) R. J. Soulen Jr., J. M. Byers, M. S. Osofsky, B. Nadgorny, T. Ambrose, S. F. Cheng, P. R. Broussard, C. T. Tanaka, J. Nowak, J. S. Moodera, A. Barry, J. M. D. Coey Science **282**, 85 (1998)
- 6) I.I.Mazin, A.A.Golubov, and B.Nadgorny J.Appl.Phys. **89**, 7576 (2001).
- 7) G.T. Woods, R. J. Soulen, I. I. Mazin, B. Nadgorny, M. S. Osofsky, J. Sanders, H. Srikanth, W. F. Egelhoff, and R. Datla, Phys. Rev. B **70**, 054416 (2004).
- 8) W. Belzig, A. Brataas, Yu. V. Nazarov, G. E. W. Bauer, Phys. Rev. B **62**, 9726 (2000).
- 9) T. Hirai, Y. Tanaka, N. Yoshida, Y. Asano, J. Inoue, and S. Kashiwaya Phys. Rev. B **67**, 174501 (2003); N. Yoshida, Y. Tanaka, J. Inoue, and S. Kashiwaya, J. Phys. Soc. Jpn. **68**, 1071 (1999); S. Kashiwaya, Y. Tanaka, N. Yoshida, and M.R. Beasley, Phys. Rev. B **60**, 3572 (1999); I. Zutic and O.T. Valls, Phys. Rev. B **60**, 6320 (1999); **61**, 1555 (2000); N. Stefanakis, Phys. Rev. B **64**, 224502 (2001); J. Phys. Condens. Matter **13**, 3643 (2001).
- 10) A.I. Buzdin, L.N. Bulaevskii, and S.V. Panyukov, Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Phys. **35**, 147, (1982) [JETP Lett. **35**, 178 (1982)].
- 11) A.I. Buzdin and M.Yu. Kupriyanov, Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Phys. **53**, 308 (1991) [JETP Lett. **53**, 321 (1991)].
- 12) E. A. Demler, G. B. Arnold, and M. R. Beasley, Phys. Rev. B **55**, 15 174 (1997).
- 13) A. I. Buzdin, Rev. Mod. Phys. **77**, 935 (2005).

- 14) A. A. Golubov, M. Yu. Kupriyanov, and E. Il'ichev, *Rev. Mod. Phys.* **76**, 411 (2004).
- 15) F. S. Bergeret, A. F. Volkov, and K. B. Efetov, cond-mat/0506047, *Rev. Mod. Phys.* **77**, xxx (2005).
- 16) V. V. Ryazanov, V. A. Oboznov, A. Yu. Rusanov, A. V. Veretennikov, A. A. Golubov, and J. Aarts, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 2427 (2001); V. V. Ryazanov, V. A. Oboznov, A. V. Veretennikov, and A. Yu. Rusanov, *Phys. Rev. B* **65**, 020501(R) (2001); S. M. Frolov, D. J. Van Harlingen, V. A. Oboznov, V. V. Bolginov, and V. V. Ryazanov, *Phys. Rev. B* **70**, 144505.
- 17) T. Kontos, M. Aprili, J. Lesueur, F. Genet, B. Stephanidis, and R. Boursier, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 137007 (2002).
- 18) Y. Blum, A. Tsukernik, M. Karpovskii, and A. Palevski, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 187004 (2002).
- 19) H. Sellier, C. Baraduc, F. Lefloch, and R. Calemczuk, *Phys. Rev. B* **68**, 054531 (2003).
- 20) A. Bauer, J. Bentner, M. Aprili, M. L. Della-Rocca, M. Reinwald, W. Wegscheider, and C. Strunk, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 217001 (2004).
- 21) Z. Radovic, M. Ledvij, Lj. Dobrosavljevic-Grujic, A. I. Buzdin, and J. R. Clem, *Phys. Rev. B* **44**, 759 (1991).
- 22) L. R. Tagirov, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 2058 (1999).
- 23) Ya. V. Fominov, N. M. Chtchelkatchev, and A. A. Golubov, *Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **74**, 101 (2001) [*JETP Lett.* **74**, 96 (2001)]; Ya. V. Fominov, N. M. Chtchelkatchev, and A. A. Golubov, *Phys. Rev. B* **66**, 014507 (2002).
- 24) A. Rusanov, R. Boogaard, M. Hesselberth, H. Sellier, and J. Aarts, *Physica C* **369**, 300 (2002).
- 25) V.V.Ryazanov, V.A.Oboznov, A.S.Prokofiev, S.V.Dubonos, *JETP Lett.* **77**, 39 (2003).
- 26) A. Kadigrobov, R. I. Shekhter, M. Jonson and Z. G. Ivanov, *Phys. Rev. B* **60**, 14593 (1999).
- 27) R. Seviour, C. J. Lambert, and A. F. Volkov, *Phys. Rev. B* **59**, 6031 (1999).
- 28) M. Leadbeater, C. J. Lambert, K. E. Nagaev, R. Raimondi and A. F. Volkov, *Phys. Rev. B* **59**, 12264 (1999).

-
- 29) F. S. Bergeret, K. B. Efetov, and A. I. Larkin, *Phys. Rev. B* **62**, 11872 (2000); F. S. Bergeret, A. F. Volkov, and K. B. Efetov, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 4096 (2001).
 - 30) A. Kadigrobov, R. I. Shekhter, and M. Jonson, *Europhys. Lett.* **54**, 394 (2001).
 - 31) A. Buzdin, *Phys. Rev. B* **62**, 11 377 (2000).
 - 32) M. Zareyan, W. Belzig, and Yu. V. Nazarov, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 308 (2001); *Phys. Rev. B* **65**, 184505 (2002).
 - 33) I. Baladie and A. Buzdin, *Phys. Rev. B* **64**, 224514 (2001).
 - 34) F. S. Bergeret, A. F. Volkov, and K. B. Efetov, *Phys. Rev. B* **65**, 134505 (2002).
 - 35) A. A. Golubov, M. Yu. Kupriyanov, and Ya. V. Fominov, *JETP Lett.* **75**, 223 (2002).
 - 36) V. N. Krivoruchko and E. A. Koshina, *Phys. Rev. B* **66**, 014521 (2002).
 - 37) T. Kontos, M. Aprili, J. Lesueur, and X. Grison, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 304 (2001); T. Kontos, M. Aprili, J. Lesueur, X. Grison, and L. Dumoulin, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 137001 (2004).
 - 38) L.J. Buchholtz and G. Zwicknagl, *Phys. Rev. B* **23** 5788 (1981); C. Bruder, *Phys. Rev. B* **41**, 4017 (1990); C.R. Hu, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 1526 (1994).
 - 39) Y. Tanaka and S. Kashiwaya, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 3451 (1995); S. Kashiwaya, Y. Tanaka, M. Koyanagi and K. Kajimura, *Phys. Rev. B* **53**, 2667 (1996); Y. Tanuma, Y. Tanaka, and S. Kashiwaya *Phys. Rev. B* **64**, 214519 (2001).
 - 40) S. Kashiwaya and Y. Tanaka, *Rep. Prog. Phys.* **63**, 1641 (2000) and references therein.
 - 41) J. Geerk, X.X. Xi, and G. Linker: *Z. Phys. B.* **73**,(1988) 329; S. Kashiwaya, Y. Tanaka, M. Koyanagi, H. Takashima, and K. Kajimura, *Phys. Rev. B* **51** 1350 (1995); L. Alff, H. Takashima, S. Kashiwaya, N. Terada, H. Ihara, Y. Tanaka, M. Koyanagi, and K. Kajimura, *Phys. Rev. B* **55**, 14757 (1997); M. Covington, M. Aprili, E. Paraoanu, L.H. Greene, F. Xu, J. Zhu, and C.A. Mirkin, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 277 (1997); J. Y. T. Wei, N.-C. Yeh, D. F. Garrigus and M. Strasik: *Phys. Rev. Lett.* **81**, (1998) 2542; I. Iguchi, W. Wang, M. Yamazaki, Y. Tanaka, and S. Kashiwaya: *Phys. Rev. B* **62**, (2000) R6131; F. Laube, G. Goll, H.v. Löhneysen, M. Fogelström, and F. Lichtenberg, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 1595 (2000); Z.Q. Mao, K.D. Nelson, R. Jin, Y. Liu, and Y. Maeno, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 037003 (2001); Ch. Wälti, H.R. Ott, Z. Fisk, and J.L. Smith, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 5616 (2000); H. Aubin, L. H. Greene, Sha Jian and D. G. Hinks, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 177001 (2002); Z. Q. Mao, M. M. Rosario, K. D. Nelson, K. Wu, I. G. Deac, P. Schiffer, Y. Liu, T. He, K. A. Regan,

- and R. J. Cava Phys. Rev. B **67**, 094502 (2003); A. Sharoni, O. Millo, A. Kohen, Y. Dagan, R. Beck, G. Deutscher, and G. Koren Phys. Rev. B **65**, 134526 (2002); A. Kohen, G. Leibovitch, and G. Deutscher Phys. Rev. Lett. **90**, 207005 (2003).
- 42) K.D. Usadel Phys. Rev. Lett. **25**, 507 (1970).
- 43) M.Yu. Kupriyanov and V. F. Lukichev, Zh. Exp. Teor. Fiz. **94** (1988) 139 [Sov. Phys. JETP **67**, (1988) 1163].
- 44) Yu. V. Nazarov, Superlattices and Microstructures **25**, 1221 (1999), cond-mat/9811155.
- 45) Y. Tanaka, A. A. Golubov and S. Kashiwaya, Phys. Rev. B **68** 054513 (2003).
- 46) Y. Tanaka, Y.V. Nazarov and S. Kashiwaya, Phys. Rev. Lett. **90** 167003 (2003).
- 47) Y. Tanaka, Y. V. Nazarov, A. A. Golubov and S. Kashiwaya, Phys. Rev. B **69** 144519 (2004).
- 48) Y. Tanaka and S. Kashiwaya, Phys. Rev. B **70** 012507 (2004); Y. Tanaka, S. Kashiwaya, and T. Yokoyama, Phys. Rev. B **71**, 094513 (2005); Y. Tanaka, Y. Asano, A. A. Golubov, and S. Kashiwaya, Phys. Rev. B, in press (2005).
- 49) A.F. Volkov, A.V. Zaitsev and T.M. Klapwijk, Physica C 210, **21** (1993).
- 50) A. Kastalsky, A.W. Kleinsasser, L.H. Greene, R. Bhat, F.P. Milliken, J.P. Harbison, Phys. Rev. Lett. **67**, 3026 (1991).

第9章 d -波超伝導体/強磁性体/ d -波超伝導体 接合系における Josephson 電流の異常な温度 依存性

9.1 はじめに

2つの超伝導体の間に薄い絶縁体をはさむと散逸を伴わない超伝導電流が流れる。この超伝導電流の量子的な性質から超伝導体間に位相差が現れる。トンネル接合では超伝導電流は位相差の正弦関数となる。¹⁾ 一方でいくつかの状況下でこの電流の符号が変わることが明らかになっている。これは超伝導体間の位相差を π ずらしたことに対応するので π 接合と呼ばれる。この π 接合ははじめに Kulik によって予言された²⁾。これは Cooper 対を形成する電子が磁性不純物を含む絶縁体を透過するときスピン反転することによっている。このプロセスは臨界電流を抑制する。この効果がスピン反転しない Cooper 対の透過による電流に打ち勝てば、 π 接合が現れるというものであるが、これが実際に起こりうるかどうかははっきりしない。

その後、超伝導体/強磁性体/超伝導体接合で π 接合が起こりうることが予言された³⁻⁵⁾。この実験的な検証は技術的な困難から長い年月を要し、最近になってようやくこの理論が実験的に確かめられた^{6,7)}。磁性と超伝導は相性が悪く、バルクの材料でこれらの共存を観測するのは困難である。一方、強磁性体/超伝導体接合では強磁性体中に Cooper 対がしみこむことが可能であり、これによって磁性と超伝導の共存した状態を調べることが可能となる。強磁性体中にしみこんだ Cooper 対は Fulde-Ferrel⁸⁾ と Larkin-Ovchinnikov⁹⁾ によって予言された磁性を持つ超伝導体中に形成される状態に類似のもので、ペア振幅は空間的に非一様で位相が π ずれるノードをもつ。また、 π 接合は超伝導体を用いたデバイス、たとえば量子コンピュータなどに役に立つ可能性がある。実際に超伝導ネットワークで位相が π ずれることを利用した量子ビットが提案されている^{10,11)}。以上の理論と実験は転移温度の低い s -波超伝導体を念頭においている。応用上、転移温度の高い d -波超伝導体を用いた強磁性 Josephson 接合が望まれる。しかし、 d -波超伝導体/強磁性体/ d -波超伝導体接合での従来の理論はバリスティックな場合にしか定式化されていない¹⁴⁾。汚れた極限での理論が必要となる。

汚れた強磁性体/ d -波超伝導体接合系では汚れた常伝導体/ d -波超伝導体接合系のときと同様にミッドギャップ Andreev 共鳴状態 (MARS) と近接効果の強い競合が期待される。^{12,13)} よってこの系では MARS、近接効果、空間的に非一様なペア振幅を含んでおりそれぞれが重要な働きをする。

本章では d -波超伝導体/汚れた強磁性体/ d -波超伝導体接合系における Josephson 電流を

準古典 Green 関数法をもちいて調べる. 多くの強磁性体が汚れた極限の領域にあるのでこの定式化は重要である. また応用上も重要な π 接合がでるかどうかを調べ, MARS がそれによどのような影響を与えるかを見ることにする.

9.2 モデルと計算方法

計算方法は第 3 章と同様であり, 同じ記号を用いる. 以下, 変更する点だけ述べる. 汚れた常伝導体を汚れた強磁性体と入れ替えたため, Usadel 方程式が修正を受ける: 強磁性体中での majority (minority) スピンに対する Usadel 方程式は

$$\xi^2 \frac{\pi T_C}{G_\omega} \frac{\partial}{\partial x} \left(G_\omega^2 \frac{\partial}{\partial x} \Phi_\omega \right) - (\omega - (+)ih) \Phi_\omega = 0, \quad \xi = \sqrt{D/2\pi T_C} \quad (9.1)$$

で与えられる. ここでは h は交換場である. この方程式を第 3 章でもとめた境界条件のもとで解く.

Josephson 電流は

$$\frac{eIR}{\pi T_C} = i \frac{RTL}{4R_d T_C} \sum_{\uparrow, \downarrow, \omega} \frac{G_\omega^2}{\omega^2} \left(\Phi_\omega \frac{\partial}{\partial x} \Phi_{-\omega}^* - \Phi_{-\omega}^* \frac{\partial}{\partial x} \Phi_\omega \right) \quad (9.2)$$

によって求められる. ここで温度 T , $R \equiv R_d + R_b + R'_b$ である. 以下では $I_C R$ の値に注目する. I_C は最大 Josephson 電流の大きさである.

9.3 計算結果

図 9.1 (a) は様々な $h/\Delta(0)$ に対する $Z = Z' = 10$, $R_d/R_b = R_d/R'_b = 1$, $E_{Th}/\Delta(0) = 1$, $(\alpha, \beta) = (0, 0)$ のときの $I_C R$ 値の温度依存性を示している. 交換場のあるときは s -波超伝導体接合と同様に π 接合が現れることがわかる. (b) では $E_{Th}/\Delta(0) = 0.1$ に対して同様のプロットをした. このときも π 接合が現れることがわかる. また π 接合が現れるために必要な h は (a) に比べて 1 桁ほど小さくなっており, s -波超伝導体接合のとき⁷⁾と同様に $E_{Th} \sim h$ のときに π 接合が現れることを示唆している.

次に結晶軸の向きを変えたときを調べることにする. 様々な $h/\Delta(0)$ に対する $Z = Z' = 10$, $R_d/R_b = R_d/R'_b = 1$, $E_{Th}/\Delta(0) = 1$, $(\alpha, \beta) = (\pi/8, 0)$ のときの $I_C R$ 値の温度依存性を図 9.2 (a) に示した. この場合ペアポテンシャルの異方性により界面に MARS が形成される. 図 9.2 (a) よりこのときも同様に交換場のあるときは π 接合が現れることがわかる. また第 3 章で示したような低温側でのピークがあらわれることもわかる. (b) では $E_{Th}/\Delta(0) = 0.1$ に対して同様のプロットをした. このときも π 接合と低温側のピークが現れることがわかる. また π 接合が現れるために必要な h は (a) に比べて 1 桁ほど小さくなっている.

図 9.2 に現れた低温側のピークは何に起因しているのだろうか? これは結晶軸の角度 $((\alpha, \beta) = (\pi/8, 0))$ から第 3 章で示したように近接効果と MARS の競合によるのではないかと思われる. MARS の形成のためには界面に絶縁体バリアが必要である. よってバリア

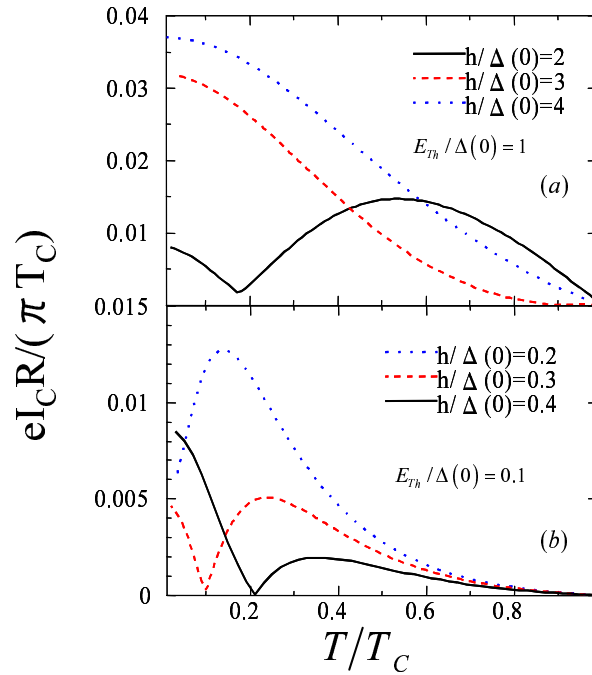


図 9.1 $Z = Z' = 10$, $R_d/R_b = R_d/R'_b = 1$, $(\alpha, \beta) = (0, 0)$ に対する $I_C R$ 値の温度依存性. (a) $E_{Th}/\Delta(0) = 1$. (b) $E_{Th}/\Delta(0) = 0.1$.

の高さ Z, Z' を変えることで MARS の形成の影響を調べることができる. Z, Z' を変えた結果を図 9.3 に示した. まず比較のために (a) に $R_d/R_b = R_d/R'_b = 1$, $E_{Th}/\Delta(0) = 0.1$, $h/\Delta(0) = 0.4$, $(\alpha, \beta) = (0, 0)$ に対する $I_C R$ 値の温度依存性を示した. このときはすべての温度領域で $I_C R$ 値は Z, Z' の増加とともに単調に増加しており, これは Z, Z' の増加により近接効果が高められたことを意味する. 一方, (b) には同様のパラメータで $(\alpha, \beta) = (\pi/8, 0)$ のときの結果を示した. このときは (a) とは対照的に, 高温領域での $I_C R$ 値は Z, Z' とともに増加するが低温領域では逆に Z, Z' の値を境に減少に転じることがわかる. つまり MARS の形成により近接効果が低温で強く抑制されるため, このような低温でのピーク構造が現れるのである.

今回, 図 9.2 には 2 つのピークが現れた. 高温側のピークは π 接合に起因するピークで, π 接合では $0-\pi$ 転移の起こる温度で電流が 0 になるため必然的にそれより高温側にピークが現れる. 一方, 低温側でのピークは近接効果と MARS の競合によるものであった. s -波超伝導体まで含めて Josephson 効果の研究でこのように臨界電流の温度依存性に 2 つのピークが現れることは過去に報告された例はなく, 今回が初めての予言になる.

9.4 結論

本章では d -波超伝導体/汚れた強磁性体/ d -波超伝導体接合における Josephson 効果を準古典 Green 関数法をもちいて調べた. 様々なパラメータで臨界電流の温度依存性を計算す

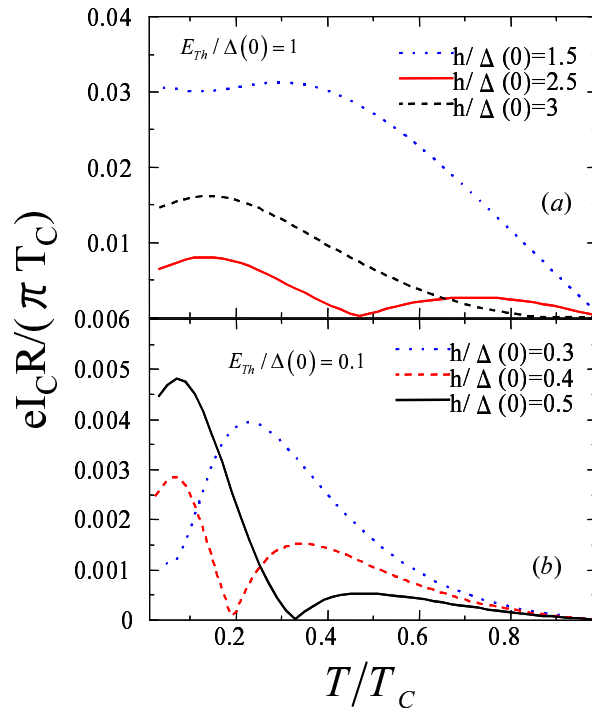


図 9.2 $Z = Z' = 10$, $R_d/R_b = R_d/R'_b = 1$, $(\alpha, \beta) = (\pi/8, 0)$ に対する $I_C R$ 値の温度依存性. (a) $E_{Th}/\Delta(0) = 1$. (b) $E_{Th}/\Delta(0) = 0.1$.

ることで以下の点を明らかにした.

1. $(\alpha, \beta) = (0, 0)$ のとき s -波超伝導体接合と同様に π 接合が現れることがわかる. また, π 接合が現れるために必要な交換場 h は E_{Th} の減少とともに減少する.

2. 結晶軸の向きをかえて、MARS の形成の効果を取り入れたとき $((\alpha, \beta) = (\pi/8, 0))$ π 接合と同時に低温側にピークが現れた. このときも π 接合が現れるために必要な交換場 h は E_{Th} の減少とともに減少する. 低温側のピークは近接効果と MARS の競合によるものである. その結果, 臨界電流の温度依存性に 2 つのピークが現れた. s -波超伝導体まで含めて Josephson 効果の研究でこのように臨界電流の温度依存性に 2 つのピークが現れることは過去に報告された例はなく, 今回が初めての予言になる.

本章では, 汚れた極限での d -波超伝導体/強磁性体/ d -波超伝導体接合で π 接合が現れることを示した. この結果が実験的に検証されれば今後の超伝導体デバイスの発展に重要な寄与をしてくれる.

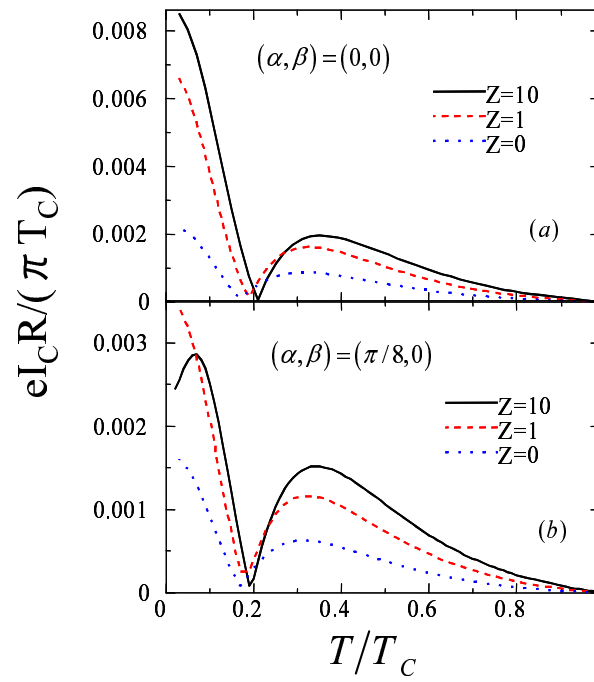


図 9.3 $R_d/R_b = R_d/R'_b = 1$, $E_{Th}/\Delta(0) = 0.1$, $h/\Delta(0) = 0.4$ に対する $I_C R$ 値の温度依存性. (a) $(\alpha, \beta) = (0, 0)$. (b) $(\alpha, \beta) = (\pi/8, 0)$.

参考文献

- 1) B. D. Josephson, Phys. Lett. **1**, 251 (1962).
- 2) I. O. Kulik, Sov. Phys. JETP **22**, 841 (1966).
- 3) L. N. Bulaevskii, V. V. Kuzii, and A. A. Sobyenin, JETP Lett. **25**, 290 (1977)
- 4) A. I. Buzdin, L. N. Bulaevskii, and S. V. Panjukov, JETP Lett. **35**, 178 (1982)
- 5) A. I. Buzdin, B. Bujicic, and B. M. Yu. Kupriyanov, Sov. Phys. JETP **74**, 124 (1992)
- 6) V. V. Ryazanov, V. A. Oboznov, A. Yu. Rusanov, A. V. Veretennikov, A. A. Golubov, and J. Aarts, Phys. Rev. Lett. **86**, 2427 (2001).
- 7) T. Kontos, M. Aprili, J. Lesueur, F. Genet, B. Stephanidis, and R. Boursier Phys. Rev. Lett. **89**, 137007 (2002)
- 8) P. Fulde and R. A. Ferrel, Phys. Rev. **135**, A550 (1964).
- 9) A. I. Larkin and Yu. N. Ovchinnikov, Sov. Phys. JETP. **20**, 762 (1965); [Zh. Eksp. Teor. Fiz. **47**, 1136 (1964)]
- 10) L. B. Ioffe, V. B. Geshkenbein, M. V. Feigel'man, A. L. Fauchere, and G. Blatter, Nature (London) **398**, 679 (1999)
- 11) J. E. Mooij, T. P. Orlando, L. Levitov, L. Tian, C. H. van der Wal, and S. Lloyd, Science **285**, 1036 (1999)
- 12) Y. Tanaka, Y.V. Nazarov and S. Kashiwaya, Phys. Rev. Lett. **90**, 167003 (2003).
- 13) Y. Tanaka, Yu. V. Nazarov, A. A. Golubov, and S. Kashiwaya, Phys. Rev. B **69**, 144519 (2004).
- 14) Y. Tanaka and S. Kashiwaya, J. Phys. Soc. Jpn. **68**, 3485 (1999)

第10章 まとめと今後の展望

超伝導接合系では Andreev 反射と近接効果によって多彩な現象が引き起こされる。さらに異方的超伝導接合系では接合界面に形成されるミッドギャップ Andreev 共鳴状態 (MARS) も物理現象に大きな影響を与える。これらの効果が生み出す現象は決して自明ではない。また、実験的に超伝導接合系を作成することが可能になり、Josephson 接合は量子コンピュータなどのデバイスに応用されようとしている。強磁性体と超伝導体からなる接合系はスピントロニクス発展にも寄与するものと思われる。本論文では第I部 (第2章-第4章) ではスピンに依存しない近接効果を調べた。各章の結論は以下のようにまとめられる。

第2章では汚れた金属 (DN) / d -波超伝導体接合系で接合界面のバリアの高さと d -波超伝導体の結晶軸の向きなどを変えながら DN の部分に誘起された反磁性帯磁率を計算した。MARS の形成の効果を取り入れた一般化された境界条件を用い Usadel 方程式を解き以下の点を明らかにした。

1. 帯磁率 χ の大きさは接合界面の法線方向と d -波超伝導体の結晶軸のなす角度 α が 0 から 0.25π まで増加するにつれ単調に減少する。

2. 特に $\alpha = 0.25\pi$ の場合はすべての準粒子が MARS の影響を受けるため χ は 0 になる。

このように DN 中に見える異常な近接効果が実験的に観測されれば大変興味深いことである。

第3章では d -波超伝導体/汚れた金属/ d -波超伝導体 (D/DN/D) 接合における Josephson 効果を調べた。Josephson 電流の計算を可能にする Green 関数に対する境界条件を導いた。様々なパラメータでの電流を計算することで以下の点を明らかにした。

1. s -波接合の場合とは対照的に界面の絶縁体バリアの増加に従い $I_C R$ の値は大きくなる。

2. $I_C R$ 積は近接効果と MARS の競合のために非単調な温度依存性をしめす。この非単調な振る舞いの起源は、MARS のために $0-\pi$ 転移が起こる DID 接合の場合のものとは本質的に異なる。D/DN/D 接合でのこの I_C の非単調な温度依存性を観測するためには透過率の低い界面、短く大きな抵抗をもつ金属が必要である。

ここで用いた手法を応用すれば s -波超伝導体/汚れた金属/ d -波超伝導体接合においても同様の非単調な温度依存性があることを示せる。YBaCuO/Pb 接合で I_C の非単調な温度依存性が観測されたという報告がある。この実験が今回の結果と関係がある可能性はあるが、このことが正しいか調べるためにはより詳細な議論が必要である。

第4章では汚れた金属 / 超伝導体接合系におけるサーマルコンダクタンスの表式を一般的な境界条件のもとでの Usadel 方程式に基き導いた。 s -、 d -、 p -波超伝導体をもちいた接合系の電荷と熱の輸送現象を金属に磁性不純物がある場合を含めて調べた。主な結論は以下のようにまとめられる。

1. 近接効果はサーマルコンダクタンスにほとんど影響を与えない。このことは近接効果は低エネルギー領域で顕著だが、そのとき準粒子は熱を運べないことに起因している。

2. d -, p -波超伝導体接合における MARS の形成はサーマルコンダクタンスを抑制する。これは次のように説明できる。MARS の形成は DN/S 界面付近において Fermi エネルギーにおける状態密度を劇的に増やす。しかし、そのような状態をとる準粒子は励起エネルギーがほとんど 0 のため熱を運べない。

3. 接合系の規格化されたサーマルコンダクタンスはペアポテンシャルのラインノードを反映し、低温で温度に対して線形になる。ただし、例外はラインノードの方向が熱流の方向と垂直になっているときである。

コンダクタンスとサーマルコンダクタンスは温度の関数として超伝導体のペア対称性に強く依存している。このことは今回の計算結果と実験データを注意深く比べれば、超伝導体のペア対称性が判別できる可能性を示唆している。

以上が第 I 部のまとめである。第 II 部（第 5 章-第 9 章）ではスピンの依存する近接効果を調べた。各章の結論は以下のようにまとめられる。

第 5 章では Rashba スピン軌道相互作用 (RSOC) を持つ 2 次元電子ガス/絶縁体/超伝導体接合におけるコンダクタンスを調べた。BTK 公式を拡張しコンダクタンスを計算した。Andreev 反射とノーマル反射が RSOC によってどのような影響を受けるかを調べ、以下の点を明らかにした。

1. 界面のバリアが低いときコンダクタンスは RSOC によって抑制され、界面のバリアが高いときコンダクタンスは RSOC にほとんど依存しない。

2. 界面のバリアの高さが中間のときゼロ電圧でのコンダクタンスは RSOC の関数としてリエントラントな振る舞いをする。

これらの現象は F/S 接合で発見されていたものとは本質的に異なる。F/S 接合ではコンダクタンスは界面のバリアの高さによらず交換場によって常に抑制される。また今回のコンダクタンスの導出は非対角成分を持つ任意の速度演算子に利用できるものであり、他のタイプのスピン軌道相互作用をもつ超伝導接合系など様々な応用が期待される。

第 6 章ではスピン軌道相互作用 (SOC) をもつ異方的超伝導体 (US) に対する BdG 方程式を解き、その性質を調べた。主な結論は以下のようにまとめられる。

1. 以下の条件下でトリプレットペアに対する 2 つの固有関数はシングレットペアに対するものと同じ形になる：(i) $\mathbf{d}(\mathbf{k})$ と $\mathbf{V}(\mathbf{k})$ は実数の成分のみを持つ。(ii) $\mathbf{d}(\mathbf{k}) \parallel \mathbf{V}(\mathbf{k})$ 。(iii) $\mathbf{V}(-\mathbf{k}) = -\mathbf{V}(\mathbf{k})$ 。さらに (iv) ギャップの大きさ $|\Delta|$ が \mathbf{k} に依存しないときはトリプレットペアに対する 2 つの固有関数は s -波超伝導体に対するものと一致する。このことが SOC をもつトリプレット超伝導体の s -波的性質をあたえる。

ここで得られた結果はシングレットペアとトリプレットペアの混合が議論されている最近の仕事⁵⁾とは本質的に異なる。本章ではトリプレット超伝導体自体がシングレット的な性質を持つことを予言したのである。そのことを示す例として RSOC をもつ N/US 接合のトンネルコンダクタンスを調べた。その結果、以下のことが明らかになった。

2. RSOC はコンダクタンスのギャップエネルギーに s -波接合に見られるようなピークを引き起こす。よってコンダクタンスには s -波と p -波の性質が現れる。このことは空間反転対称性の破れた US のペア対称性を決める 1 つの手段になると思われる。

第7章では磁性不純物を含む汚れた金属 / 超伝導体接合系におけるコンダクタンスを調べた。超伝導体としては s -波超伝導体と d -波超伝導体を持ちいた。主な結論は以下のよう
にまとめられる。

1. s -波超伝導体接合に対しては、Thouless エネルギーで定まるエネルギースケールで磁性不純物散乱によって近接効果は抑制される。この領域では近接効果のパラメーター θ_L の実部、虚部は界面の透過率によらず磁性不純物による散乱率 γ の増加とともに減少する。

2. 界面の透過率の低い s -波超伝導体接合では規格化されたコンダクタンス $\sigma_T(eV)$ は磁性不純物散乱によって抑制される。一方で界面の透過率の高い s -波超伝導体接合では $\sigma_T(eV)$ は磁性不純物散乱によって増加する。

3. d -波超伝導体接合では界面の透過率の低いときに現れる ZBCP は $\alpha \sim 0$ の時のみ磁性不純物によって抑制される。ほかの角度に対しては、コンダクタンスは磁性不純物散乱に対してあまり依存しない。

ここでは汚れた金属中に磁性不純物がある場合を議論した。この結果は接合に弱い磁場がかけられている時にも利用できる。磁場による ZBCP と ZBCD の抑制は実際いくつかの実験で観測されており、今回の結果は磁性不純物を含む接合や磁場のかけられた接合の電荷輸送を研究するときの指針となると思われる。

第8章ではまず、金属/汚れた強磁性体/ s -波超伝導体 (N/DF/S) 接合における汚れた強磁性体中の状態密度にピークが出る条件を明らかにした。DF の抵抗と DF/S 界面の抵抗の比 R_d/R_b の値によって弱近接効果と強近接効果の2つの異なる領域があることがわかった。弱近接効果の領域での結果は以前に得られたものと本質的に同じである。しかし強近接効果の領域での結果は定性的に異なっている。2つの条件は次のようにまとめられる。

1. 近接効果が弱いとき ($R_d/R_b \ll 1$)、状態密度 (DOS) にゼロエネルギーピークが現れる条件は $R_d/R_b \sim 2h/E_{Th}$ で与えられる。

2. 近接効果が強いとき ($R_d/R_b \gg 1$)、DOS にゼロエネルギーピークが現れる条件は $E_{Th} \sim h$ で与えられる。この条件は強磁性体の長さがそのコヒーレンス長 $\sqrt{D/h}$ と同じオーダーであることと等価である。これらの条件は $R_d/R_b \sim 2$ のときにクロスオーバーする。

また、この共鳴近接効果がコンダクタンスと状態密度に大きな影響を与えることを示した。その結果は次のようにまとめられる。

3. s -波接合では共鳴近接効果のために小さい E_{Th} に対して鋭い ZBCP があらわれ、大きい E_{Th} に対して広い ZBCP が現れる。DF/S 接合での ZBCP のメカニズムは DN/S 接合でのものとは本質的に異なり、ある交換場の値での DOS が大きく増加することによっている。その結果、DN/S 接合での ZBCP とは対照的に DF/S 接合での ZBCP はノーマル状態での値を超え得る。

4. d -波接合で $\alpha = 0$ のときは s -波接合のときと同様に共鳴条件が満たされるとき鋭い ZBCP が形成される。有限の角度 α に対しては、 $R_d/R_b \ll 1$ かつ $Z \gg 1$ のとき MARS がコンダクタンスに寄与する。 α の増加とともに共鳴近接効果の寄与は小さくなり、MARS がコンダクタンスを支配する。その結果、十分大きい α に対して ZBCP は共鳴条件が成り立っているかどうかということとは独立に存在する。逆の場合 ($R_d/R_b \gg 1$) MARS の寄与はほとんど無視でき、ZBCP は共鳴条件が満たされている時のみ現れる。

第9章では d -波超伝導体/汚れた強磁性体/ d -波超伝導体接合における Josephson 効果を準古典 Green 関数法をもちいて調べた。接合界面の法線方向と d -波超伝導体の結晶軸のなす角度 α, β などを変えて臨界電流の温度依存性を計算することで以下の点を明らかにした。

1. $(\alpha, \beta) = (0, 0)$ のとき s -波超伝導体接合と同様に π 接合が現れることがわかる。また、 π 接合が現れるために必要な交換場 h は E_{Th} の減少とともに減少する。

2. 結晶軸の向きをかえて、MARS の形成の効果を取り入れたとき $((\alpha, \beta) = (\pi/8, 0))$ π 接合と同時に低温側にピークが現れた。このときも π 接合が現れるために必要な交換場 h は E_{Th} の減少とともに減少する。低温側のピークは近接効果と MARS の競合によるものである。その結果、臨界電流の温度依存性に2つのピークが現れた。 s -波超伝導体まで含めて Josephson 効果の研究でこのように臨界電流の温度依存性に2つのピークが現れることは過去に報告された例はなく、今回が初めての予言になる。

また、汚れた極限での d -波超伝導体/強磁性体/ d -波超伝導体接合で π 接合が現れることを示したが、この結果が実験的に検証されれば今後の超伝導体デバイスの発展に重要な寄与をしてくれる。

以上が第II部のまとめである。(異方的)超伝導接合系での Andreev 反射と近接効果という一見単純そうに見える現象が実に多様な量子効果を生むことを感じ取っていただければ幸いである。

最後に今後の展望について述べる。近年高温超伝導体を用いた Josephson 接合をデバイスに応用しようという試みがなされている。 $I_C R$ 積が大きいほどデバイスは高性能になる。最近 d 波超伝導体/擬ギャップ領域/ d 波超伝導体接合での Josephson 電流の実験で d 波超伝導体/金属/ d 波超伝導体接合で期待される値より大きな電流値が測定された。これは擬ギャップ領域で近接効果が強められていることを示唆している。スピン揺らぎや超伝導揺らぎを従来の理論に取り入れ、擬ギャップ領域での近接効果を調べることは興味深い問題である。これが解明されれば従来より $I_C R$ 積の大きい Josephson 接合を作成することが可能になるかもしれない。

スピンに依存する近接効果に関しては、第1章で述べたように非一様な磁化をもつ強磁性体/超伝導体接合では強磁性体側に松原振動数の関数として奇関数になるトリプレット Cooper 対が誘起されるという予言がある。しかし、このトリプレット Cooper 対の解析は限られた場合にしかされておらず一般的な条件下での解析が望まれる。また、非一様な磁化をもつ強磁性体/異方的超伝導体接合系における近接効果も強磁性体中に特殊な Cooper 対を誘起する可能性があり、興味深い系である。

また最近、磁性半導体と超伝導体を用いた接合系での実験も行われており、ゲート電圧による特性制御や電流注入による非平衡効果などが興味深い結果を引き起こしているようである。磁性半導体と超伝導体を用いた接合系はまだ研究が始まったばかりであり、これからの発展が期待される。また Andreev 反射における量子もつれや Josephson 接合を用いた巨視的量子トンネル効果も今後が楽しみな研究分野である。

Appendix

A DC Josephson 電流公式

A.1 Bogoliubov 変換と準粒子の保存則

大正準集合を用いて記述される BCS Hamiltonian は,

$$\begin{aligned}
 H_{BCS} &= H_{MF} - \mu N \\
 &= \int d\mathbf{r} \int d\mathbf{r}' \begin{bmatrix} \Psi_{\uparrow}^{\dagger}(\mathbf{r}) & \Psi_{\downarrow}(\mathbf{r}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta(\mathbf{r}, \mathbf{r}') h_0(\mathbf{r}') & \Delta(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \\ \Delta^*(\mathbf{r}, \mathbf{r}') & -\delta(\mathbf{r}, \mathbf{r}') h_0(\mathbf{r}') \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_{\uparrow}(\mathbf{r}') \\ \Psi_{\downarrow}^{\dagger}(\mathbf{r}') \end{bmatrix} \\
 &\quad + \int d\mathbf{r} \int d\mathbf{r}' \frac{|\Delta(\mathbf{r}, \mathbf{r}')|^2}{g(\mathbf{r}, \mathbf{r}')} \quad (1)
 \end{aligned}$$

と書かれる. この行列表示を見て理解できる通り, 電子, ホールはこの Hamiltonian の下では基本粒子ではない. そこで行列を対角化して, 自由粒子と扱える基本粒子 (準粒子) を見つける. ここで,

$$\int d\mathbf{r}' \begin{bmatrix} \delta(\mathbf{r}, \mathbf{r}') h_0(\mathbf{r}') & \Delta(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \\ \Delta^*(\mathbf{r}, \mathbf{r}') & -\delta(\mathbf{r}, \mathbf{r}') h_0(\mathbf{r}') \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{\lambda}(\mathbf{r}') \\ v_{\lambda}(\mathbf{r}') \end{bmatrix} = E_{\lambda} \begin{bmatrix} u_{\lambda}(\mathbf{r}) \\ v_{\lambda}(\mathbf{r}) \end{bmatrix} \quad (2)$$

という方程式の固有値 E_{λ} と波動関数 $(u_{\lambda}, v_{\lambda})^T$ が解ったとする. 式 (2) の両辺の複素共役をとり, 式の上下を入れ替えると,

$$\int d\mathbf{r}' \begin{bmatrix} \delta(\mathbf{r}, \mathbf{r}') h_0(\mathbf{r}') & \Delta(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \\ \Delta^*(\mathbf{r}, \mathbf{r}') & -\delta(\mathbf{r}, \mathbf{r}') h_0(\mathbf{r}') \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -v_{\lambda}^*(\mathbf{r}') \\ u_{\lambda}^*(\mathbf{r}') \end{bmatrix} = -E_{\lambda} \begin{bmatrix} -v_{\lambda}^*(\mathbf{r}) \\ u_{\lambda}^*(\mathbf{r}) \end{bmatrix} \quad (3)$$

となることから, $(-v_{\lambda}^*, u_{\lambda}^*)^T$ は固有値 $-E_{\lambda}$ に属する波動関数であることがわかる. 式 (1) を対角化する変換は,

$$\begin{pmatrix} \Psi_{\uparrow}(\mathbf{r}) \\ \Psi_{\downarrow}^{\dagger}(\mathbf{r}) \end{pmatrix} = \sum_{\lambda} \left[\begin{pmatrix} u_{\lambda}(\mathbf{r}) \\ v_{\lambda}(\mathbf{r}) \end{pmatrix} \alpha_{\lambda, \uparrow} + \begin{pmatrix} v_{\lambda}(\mathbf{r}) \\ u_{\lambda}(\mathbf{r}) \end{pmatrix} \alpha_{\lambda, \downarrow}^{\dagger} \right] \quad (4)$$

という行列形式で書かれ, Bogoliubov 変換という. ここで $\alpha_{\lambda, \sigma}$ は Bogoliubov 準粒子と呼ばれ, 超伝導の基底状態である Cooper 対の凝縮状態からの素励起を記述している. 式 (4) を用いることで式 (1) を対角化することができる. ここで, $\alpha_{\lambda, \uparrow} \rightarrow \alpha_{\lambda, \uparrow}(t) = \alpha_{\lambda, \uparrow} e^{-iE_{\lambda}t/\hbar}$, $\alpha_{\lambda, \downarrow}^{\dagger} \rightarrow \alpha_{\lambda, \downarrow}^{\dagger}(t) = \alpha_{\lambda, \downarrow}^{\dagger} e^{iE_{\lambda}t/\hbar}$ と時間に依存する表示に置き換えると, 式 (4) は次のように書き換えられる.

$$\begin{pmatrix} \Psi_{\uparrow}(\mathbf{r}, t) \\ \Psi_{\downarrow}^{\dagger}(\mathbf{r}, t) \end{pmatrix} = \sum_{\lambda} \left[\begin{pmatrix} u_{\lambda}(\mathbf{r}) \\ v_{\lambda}(\mathbf{r}) \end{pmatrix} \alpha_{\lambda, \uparrow} e^{-iE_{\lambda}t/\hbar} + \begin{pmatrix} v_{\lambda}(\mathbf{r}) \\ u_{\lambda}(\mathbf{r}) \end{pmatrix} \alpha_{\lambda, \downarrow}^{\dagger} e^{iE_{\lambda}t/\hbar} \right] \quad (5)$$

準粒子密度 P_q と準粒子電流 I_q は、式 (5) を用いて、

$$P_q = \Psi_{\uparrow}^{\dagger}(\mathbf{r}, t)\Psi_{\uparrow}(\mathbf{r}, t) - \Psi_{\downarrow}^{\dagger}(\mathbf{r}, t)\Psi_{\downarrow}(\mathbf{r}, t) \quad (6)$$

$$I_q = \frac{\hbar}{m} \text{Im} \left[\Psi_{\uparrow}^{\dagger}(\mathbf{r}, t) \frac{\partial}{\partial x} \Psi_{\uparrow}(\mathbf{r}, t) - \Psi_{\downarrow}^{\dagger}(\mathbf{r}, t) \frac{\partial}{\partial x} \Psi_{\downarrow}(\mathbf{r}, t) \right] \quad (7)$$

と定義される。その準粒子についての保存則は次の式で記述される。

$$\frac{\partial}{\partial t} P_q + \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} I_q = 0 \quad (8)$$

ここで、準粒子に電荷 $q_{\lambda} = |u_{\lambda}|^2 \cdot (-e) + |v_{\lambda}|^2 \cdot e$ を持たせ、準粒子電荷密度と準粒子電流の式を書き直すと、

$$P_e = -e \left\{ \Psi_{\uparrow}^{\dagger}(\mathbf{r}, t)\Psi_{\uparrow}(\mathbf{r}, t) + \Psi_{\downarrow}^{\dagger}(\mathbf{r}, t)\Psi_{\downarrow}(\mathbf{r}, t) \right\} \quad (9)$$

$$I_e = -\frac{e\hbar}{m} \text{Im} \left[\Psi_{\uparrow}^{\dagger}(\mathbf{r}, t) \frac{\partial}{\partial x} \Psi_{\uparrow}(\mathbf{r}, t) + \Psi_{\downarrow}^{\dagger}(\mathbf{r}, t) \frac{\partial}{\partial x} \Psi_{\downarrow}(\mathbf{r}, t) \right] \quad (10)$$

となる。ここで、保存則も書き直すと、

$$\frac{\partial}{\partial t} P_e + \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} I_e + S = 0 \quad (11)$$

となり、これまで考えてきた保存則に S という余分な項が付加する。この S は Source Term と呼ばれ、Cooper 対によって運ばれる電流を表し、次の式で記述することができる。

$$S = \frac{4e}{\hbar} \text{Im} \left[\Delta(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \Psi_{\uparrow}^{\dagger}(\mathbf{r}, t) \Psi_{\downarrow}^{\dagger}(\mathbf{r}', t) \right] \quad (12)$$

A.2 Furusaki-Tsukada の公式

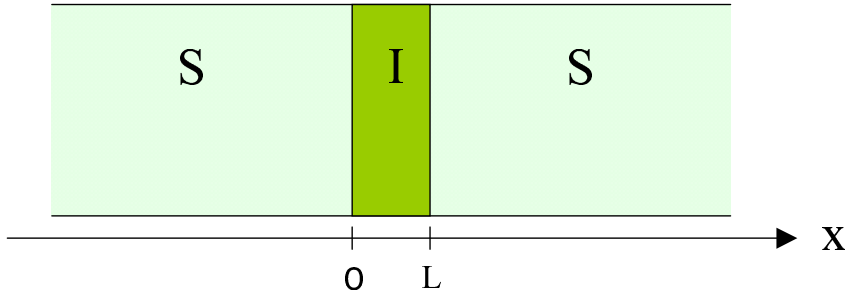


図 1 一次元 SIS 接合。

図 1 に示すように、2つの s 波超伝導体の間に絶縁体を挟んだ一次元の系を考える。この系の Hamiltonian は、

$$H = \begin{pmatrix} -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + U(x) - \mu & \Delta(x) \\ \Delta^*(x) & -\left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + U(x) - \mu \right) \end{pmatrix} \quad (13)$$

と書ける。ここで,

$$U(x) = \begin{cases} U_L & x \leq 0 \\ \text{arbitrary} & 0 \leq x \leq L \\ U_R & x \geq L \end{cases} \quad (14)$$

$$\Delta(x) = \begin{cases} \Delta_L \exp(i\phi_L) & x \leq 0 \\ 0 & 0 \leq x \leq L \\ \Delta_R \exp(i\phi_R) & x \geq L \end{cases} \quad (15)$$

である。電子のエネルギー E が Δ_L, Δ_R より大きい場合の4つの独立した固有関数を以下に示す。

- ψ_1 : 左側の超伝導体から電子的準粒子を入射した場合の波動関数
- ψ_2 : 左側の超伝導体からホールの準粒子を入射した場合の波動関数
- ψ_3 : 右側の超伝導体から電子的準粒子を入射した場合の波動関数
- ψ_4 : 右側の超伝導体からホールの準粒子を入射した場合の波動関数

それぞれ,

$$\psi_1(x) = \begin{cases} e^{ik_L^+ x} \begin{pmatrix} u_L e^{i\phi_L/2} \\ v_L e^{-i\phi_L/2} \end{pmatrix} + a_1 e^{ik_L^- x} \begin{pmatrix} v_L e^{i\phi_L/2} \\ u_L e^{-i\phi_L/2} \end{pmatrix} + b_1 e^{-ik_L^+ x} \begin{pmatrix} u_L e^{i\phi_L/2} \\ v_L e^{-i\phi_L/2} \end{pmatrix} & x < 0 \\ c_1 e^{ik_R^+ x} \begin{pmatrix} u_R e^{i\phi_R/2} \\ v_R e^{-i\phi_R/2} \end{pmatrix} + d_1 e^{-ik_R^- x} \begin{pmatrix} v_R e^{i\phi_R/2} \\ u_R e^{-i\phi_R/2} \end{pmatrix} & x > L \end{cases} \quad (16)$$

$$\psi_2(x) = \begin{cases} e^{-ik_L^- x} \begin{pmatrix} v_L e^{i\phi_L/2} \\ u_L e^{-i\phi_L/2} \end{pmatrix} + a_2 e^{-ik_L^+ x} \begin{pmatrix} u_L e^{i\phi_L/2} \\ v_L e^{-i\phi_L/2} \end{pmatrix} + b_2 e^{ik_L^- x} \begin{pmatrix} v_L e^{i\phi_L/2} \\ u_L e^{-i\phi_L/2} \end{pmatrix} & x < 0 \\ c_2 e^{-ik_R^- x} \begin{pmatrix} v_R e^{i\phi_R/2} \\ u_R e^{-i\phi_R/2} \end{pmatrix} + d_2 e^{ik_R^+ x} \begin{pmatrix} u_R e^{i\phi_R/2} \\ v_R e^{-i\phi_R/2} \end{pmatrix} & x > L \end{cases} \quad (17)$$

$$\psi_3(x) = \begin{cases} c_3 e^{-ik_L^+ x} \begin{pmatrix} u_L e^{i\phi_L/2} \\ v_L e^{-i\phi_L/2} \end{pmatrix} + d_3 e^{ik_L^- x} \begin{pmatrix} v_L e^{i\phi_L/2} \\ u_L e^{-i\phi_L/2} \end{pmatrix} & x < 0 \\ e^{-ik_R^+ x} \begin{pmatrix} u_R e^{i\phi_R/2} \\ v_R e^{-i\phi_R/2} \end{pmatrix} + a_3 e^{-ik_R^- x} \begin{pmatrix} v_R e^{i\phi_R/2} \\ u_R e^{-i\phi_R/2} \end{pmatrix} + b_3 e^{ik_R^+ x} \begin{pmatrix} u_R e^{i\phi_R/2} \\ v_R e^{-i\phi_R/2} \end{pmatrix} & x > L \end{cases} \quad (18)$$

$$\psi_4(x) = \begin{cases} c_4 e^{ik_L^- x} \begin{pmatrix} v_L e^{i\phi_L/2} \\ u_L e^{-i\phi_L/2} \end{pmatrix} + d_4 e^{-ik_L^+ x} \begin{pmatrix} u_L e^{i\phi_L/2} \\ v_L e^{-i\phi_L/2} \end{pmatrix} & x < 0 \\ e^{ik_R^- x} \begin{pmatrix} v_R e^{i\phi_R/2} \\ u_R e^{-i\phi_R/2} \end{pmatrix} + a_4 e^{ik_R^+ x} \begin{pmatrix} u_R e^{i\phi_R/2} \\ v_R e^{-i\phi_R/2} \end{pmatrix} + b_4 e^{-ik_R^- x} \begin{pmatrix} v_R e^{i\phi_R/2} \\ u_R e^{-i\phi_R/2} \end{pmatrix} & x > L \end{cases} \quad (19)$$

$$k_{R(L)}^{\pm} = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (\mu - U_{R(L)} \pm \Omega_{R(L)})} \quad (20)$$

$$u_{R(L)} = \sqrt{\frac{1}{2} \left(1 + \frac{\Omega_{R(L)}}{E} \right)} \quad (21)$$

$$v_{R(L)} = \sqrt{\frac{1}{2} \left(1 - \frac{\Omega_{R(L)}}{E} \right)} \quad (22)$$

$$\Omega_{R(L)} = \sqrt{E^2 - \Delta_{R(L)}^2} \quad (23)$$

と書くことができる. ここで, a_i, b_i, c_i, d_i はそれぞれ反射係数, 透過係数であり, これらは電子のエネルギー E と両端の超伝導体の位相差 $\varphi = \phi_R - \phi_L$ に依存する.

ここで, 式 (13) に似た Hamiltonian を導入する.

$$\tilde{H} = \begin{pmatrix} -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + U(x) - \mu & \Delta^*(x) \\ \Delta(x) & -\left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + U(x) - \mu\right) \end{pmatrix} \quad (24)$$

この $\tilde{H}(x)$ に対応する固有関数を $\tilde{\psi}_1, \tilde{\psi}_2, \tilde{\psi}_3, \tilde{\psi}_4$ とする. これは式 (16), (17), (18), (19) の $\phi_{L,R}$ を $-\phi_{L,R}$ と置き換えたものである. したがって, 反射係数, 透過係数において次の関係がある.

$$\begin{aligned} \tilde{a}_i(\varphi, E) &= a_i(-\varphi, E) \\ \tilde{b}_i(\varphi, E) &= b_i(-\varphi, E) \\ \tilde{c}_i(\varphi, E) &= c_i(-\varphi, E) \\ \tilde{d}_i(\varphi, E) &= d_i(-\varphi, E) \end{aligned} \quad (25)$$

また, ここで $W(\psi_i(x), \tilde{\psi}_j(x))$ という関数を導入する.

$$W(\psi_i(x), \tilde{\psi}_j(x)) = u_i(x) \frac{d}{dx} \tilde{u}_j(x) - \tilde{u}_j(x) \frac{d}{dx} u_i(x) - v_i(x) \frac{d}{dx} \tilde{v}_j(x) + \tilde{v}_j(x) \frac{d}{dx} v_i(x) \quad (26)$$

この $W(x)$ は x の微分をとるとゼロになる関数であり, Bogoliubov-de Gennes 方程式の解をもちいる限り定数である. ここで

$$W(\psi_i(x), \tilde{\psi}_j(x)) \Big|_{x<0} = W(\psi_i(x), \tilde{\psi}_j(x)) \Big|_{x>L} \quad (27)$$

という等式より, それぞれの反射係数や透過係数間の関係式を得ることができる.

$$\begin{aligned} k_L^- a_1(\varphi, E) &= k_L^+ \tilde{a}_2(\varphi, E) & k_R^- a_3(\varphi, E) &= k_R^+ \tilde{a}_4(\varphi, E) \\ b_1(\varphi, E) &= \tilde{b}_1(\varphi, E) & b_2(\varphi, E) &= \tilde{b}_2(\varphi, E) \\ b_3(\varphi, E) &= \tilde{b}_3(\varphi, E) & b_4(\varphi, E) &= \tilde{b}_4(\varphi, E) \\ k_R^+ \Omega_R c_1(\varphi, E) &= k_L^+ \Omega_L \tilde{c}_3(\varphi, E) & k_R^- \Omega_R c_1(\varphi, E) &= k_L^- \Omega_L \tilde{c}_3(\varphi, E) \\ k_R^+ \Omega_R d_1(\varphi, E) &= k_L^- \Omega_L \tilde{d}_4(\varphi, E) & k_R^+ \Omega_R d_2(\varphi, E) &= k_L^- \Omega_L \tilde{d}_3(\varphi, E) \end{aligned} \quad (28)$$

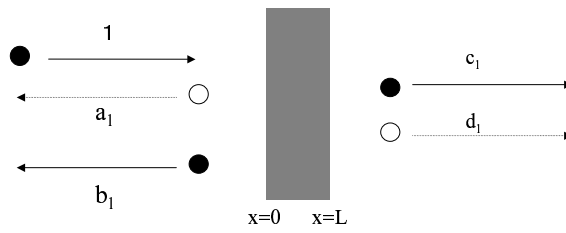


図 2 左側の超伝導体から電子的準粒子を入射した場合の散乱過程.

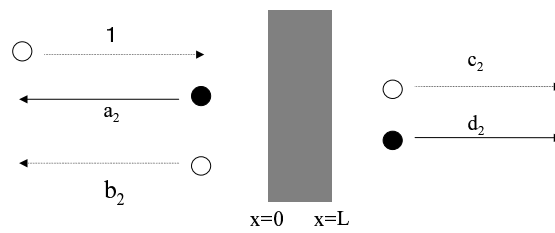


図 3 左側の超伝導体からホールの準粒子を入射した場合の散乱過程.

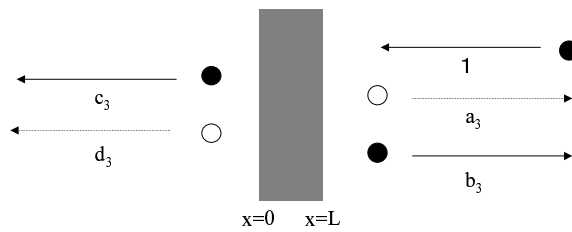


図 4 右側の超伝導体から電子的準粒子を入射した場合の散乱過程.

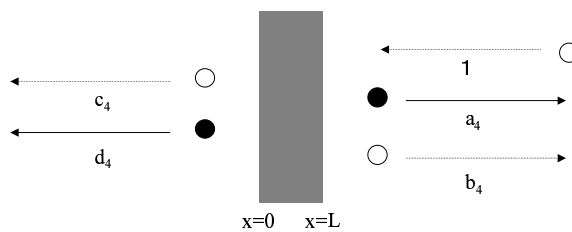


図 5 右側の超伝導体からホールの準粒子を入射した場合の散乱過程.

準粒子による電流は，上に示したように場の演算子 $\Psi_\sigma(x)$ で記述することができ，

$$I_e = -\frac{e\hbar}{m} \left\langle \text{Im} \left\{ \Psi_\uparrow^\dagger(x, \tau) \frac{\partial}{\partial x} \Psi_\uparrow(x, \tau) + \Psi_\downarrow^\dagger(x, \tau) \frac{\partial}{\partial x} \Psi_\downarrow(x, \tau) \right\} \right\rangle \quad (29)$$

$$= \frac{e\hbar}{2im} \lim_{x' \rightarrow x} \left(\frac{\partial}{\partial x'} - \frac{\partial}{\partial x} \right) \left\langle \Psi_\uparrow^\dagger(x, \tau) \Psi_\uparrow(x', \tau) + \Psi_\downarrow^\dagger(x, \tau) \Psi_\downarrow(x', \tau) \right\rangle \quad (30)$$

$$= \frac{e\hbar}{2im} \lim_{x' \rightarrow x} \left(\frac{\partial}{\partial x'} - \frac{\partial}{\partial x} \right) \frac{1}{\beta} \sum_{\omega_n} \text{Tr} \{ G_{\omega_n}(x, x') \} \quad (31)$$

となり，温度 Green 関数を用いて記述することができる．ここで $\omega_n = \pi k_B T(2n+1)$ ， τ はそれぞれ，松原周波数と虚時間である． $G_{\omega_n}(x, x')$ は南部 Green 関数で

$$G_{\omega_n}(x, x') = \int_0^\beta d(\tau - \tau') G(x, \tau; x', \tau') e^{i\omega_n(\tau - \tau')} \quad (32)$$

$$G(x, \tau; x', \tau') = - \left(\begin{array}{cc} \left\langle T_\tau \left\{ \Psi_\uparrow(x, \tau) \Psi_\uparrow^\dagger(x', \tau') \right\} \right\rangle & \left\langle T_\tau \left\{ \Psi_\uparrow(x, \tau) \Psi_\downarrow(x', \tau') \right\} \right\rangle \\ \left\langle T_\tau \left\{ \Psi_\downarrow(x, \tau) \Psi_\uparrow^\dagger(x', \tau') \right\} \right\rangle & \left\langle T_\tau \left\{ \Psi_\downarrow(x, \tau) \Psi_\downarrow(x', \tau') \right\} \right\rangle \end{array} \right) \quad (33)$$

である．南部 Green 関数は，

$$G^r(x, x'; E) = \begin{cases} \alpha_1 \psi_3(x) \tilde{\psi}_1^t(x') + \alpha_2 \psi_3(x) \tilde{\psi}_2^t(x') + \alpha_3 \psi_4(x) \tilde{\psi}_1^t(x') + \alpha_4 \psi_4(x) \tilde{\psi}_2^t(x') & x \leq x' \\ \beta_1 \psi_1(x) \tilde{\psi}_3^t(x') + \beta_2 \psi_2(x) \tilde{\psi}_3^t(x') + \beta_3 \psi_1(x) \tilde{\psi}_4^t(x') + \beta_4 \psi_2(x) \tilde{\psi}_4^t(x') & x \geq x' \end{cases} \quad (34)$$

と書くことができ，次の方程式を満たす．

$$\{E - H(x)\} G^r(x, x'; E) = G^r(x, x'; E) \{E - H(x')\} = \delta(x - x') \quad (35)$$

式 (34) について，次の接続条件

$$\frac{\partial}{\partial x} G^r(x, x'; E) \Big|_{x=x'+0} - \frac{\partial}{\partial x} G^r(x, x'; E) \Big|_{x=x'-0} = \frac{2m}{\hbar^2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (36)$$

$$G^r(x+0, x; E) = G^r(x-0, x; E) \quad (37)$$

を用いることにより，係数を次のように決定することができる．

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= -\frac{imE}{\hbar^2 k_R^+ \Omega_R} \frac{\tilde{c}_2}{\tilde{c}_1 \tilde{c}_2 - d_1 d_2} & \beta_1 &= -\frac{imE}{\hbar^2 k_R^+ \Omega_R} \frac{c_2}{c_1 c_2 - d_1 d_2} \\ \alpha_2 &= +\frac{imE}{\hbar^2 k_R^+ \Omega_R} \frac{\tilde{d}_1}{\tilde{c}_1 \tilde{c}_2 - d_1 d_2} & \beta_2 &= +\frac{imE}{\hbar^2 k_R^+ \Omega_R} \frac{d_2}{c_1 c_2 - d_1 d_2} \\ \alpha_3 &= +\frac{imE}{\hbar^2 k_R^- \Omega_R} \frac{\tilde{d}_2}{\tilde{c}_1 \tilde{c}_2 - d_1 d_2} & \beta_3 &= +\frac{imE}{\hbar^2 k_R^- \Omega_R} \frac{d_2}{c_1 c_2 - d_1 d_2} \\ \alpha_4 &= -\frac{imE}{\hbar^2 k_R^- \Omega_R} \frac{\tilde{c}_1}{\tilde{c}_1 \tilde{c}_2 - d_1 d_2} & \beta_4 &= -\frac{imE}{\hbar^2 k_R^- \Omega_R} \frac{c_1}{c_1 c_2 - d_1 d_2} \end{aligned} \quad (38)$$

さらに, ψ_1 から ψ_4 を用いて計算を進めると, $x, x' < 0$ の場合の Green 関数は

$$\begin{aligned}
G^r(x, x'; E) = & -\frac{imE}{\hbar^2 k_L^+ \Omega_L} \left[\left\{ e^{ik_L^+ |x-x'|} + b_1 e^{-ik_L^+(x+x')} \right\} \begin{pmatrix} u_L^2 & u_L v_L e^{i\varphi_L} \\ u_L v_L e^{-i\varphi_L} & v_L^2 \end{pmatrix} \right. \\
& + a_1 e^{i(k_L^- x - k_L^+ x')} \begin{pmatrix} u_L v_L & v_L^2 e^{i\varphi_L} \\ u_L^2 e^{-i\varphi_L} & u_L v_L \end{pmatrix} \left. \right] \\
& -\frac{imE}{\hbar^2 k_L^- \Omega_L} \left[\left\{ e^{-ik_L^- |x-x'|} + b_2 e^{ik_L^-(x+x')} \right\} \begin{pmatrix} v_L^2 & u_L v_L e^{i\varphi_L} \\ u_L v_L e^{-i\varphi_L} & u_L^2 \end{pmatrix} \right. \\
& + a_2 e^{i(k_L^- x - k_L^+ x')} \begin{pmatrix} u_L v_L & u_L^2 e^{i\varphi_L} \\ v_L^2 e^{-i\varphi_L} & u_L v_L \end{pmatrix} \left. \right] \quad (39)
\end{aligned}$$

となり, この式は準粒子電流の式 (31) の $G_{\omega_n}(x, x')$ に相当するものである. さらに式 (28) の関係を使うと, 準粒子電流は次のように記述することができる.

$$I_e = \frac{e\Delta_L}{2\hbar} \frac{1}{\beta} \sum_{\omega_n} \frac{1}{\Omega_{nL}} (k_{nL}^+ + k_{nL}^-) \left(\frac{a_1(\varphi, i\omega_n)}{k_{nL}^+} - \frac{a_1(-\varphi, i\omega_n)}{k_{nL}^-} \right) e^{-i(k_{nL}^+ - k_{nL}^-)x} \quad (40)$$

同様に Cooper 対による電流については

$$\begin{aligned}
I_S = & -\frac{4e}{\hbar} \int_0^x dx \langle S \rangle \quad (41) \\
= & \frac{e\Delta_L}{2\hbar} \frac{1}{\beta} \sum_{\omega_n} \frac{1}{\Omega_{nL}} (k_{nL}^+ + k_{nL}^-) \left(\frac{a_1(\varphi, i\omega_n)}{k_{nL}^+} - \frac{a_1(-\varphi, i\omega_n)}{k_{nL}^-} \right) \left\{ 1 - e^{-i(k_{nL}^+ - k_{nL}^-)x} \right\} \quad (42)
\end{aligned}$$

求める Josephson 電流は, 準粒子電流 I_e と, Cooper 対による電流 I_S を足し合わせたものであり, 最終的に次のような形になる.

$$I = I_e + I_S \quad (43)$$

$$= \frac{e\Delta_L}{2\hbar} \frac{1}{\beta} \sum_{\omega_n} \frac{1}{\Omega_{nL}} (k_{nL}^+ + k_{nL}^-) \left(\frac{a_1(\varphi, i\omega_n)}{k_{nL}^+} - \frac{a_1(-\varphi, i\omega_n)}{k_{nL}^-} \right) \quad (44)$$

これが Furusaki-Tsukada の DC Josephson 電流公式である. この式の特徴は, Andreev 反射係数 a_1 を知ることができれば Josephson 電流を計算することができる所にある.

A.3 S-I-S System

ここで, s 波超伝導体の間にデルタ関数型のバリアポテンシャル $H\delta(x)$ を導入した接合のモデルを考える. ここで H はバリアの高さを表す. この系の Hamiltonian は,

$$H = \begin{pmatrix} -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + V\delta(x) - \mu & \Delta \{ e^{i\varphi_R \theta}(x) + e^{i\varphi_L \theta}(-x) \} \\ \Delta \{ e^{-i\varphi_R \theta}(x) + e^{-i\varphi_L \theta}(-x) \} & -\left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + V\delta(x) - \mu \right) \end{pmatrix} \quad (45)$$

である. この Hamiltonian の固有関数の一つ, $\psi_1(x)$ を書くと,

$$\psi_1(x) = \begin{cases} e^{ik_L^+ x} \begin{pmatrix} u_L e^{i\varphi_L/2} \\ v_L e^{-i\varphi_L/2} \end{pmatrix} + a_1 e^{ik_L^- x} \begin{pmatrix} v_L e^{i\varphi_L/2} \\ u_L e^{-i\varphi_L/2} \end{pmatrix} + b_1 e^{-ik_L^+ x} \begin{pmatrix} u_L e^{i\varphi_L/2} \\ v_L e^{-i\varphi_L/2} \end{pmatrix} & x < 0 \\ c_1 e^{ik_R^+ x} \begin{pmatrix} u_R e^{i\varphi_R/2} \\ v_R e^{-i\varphi_R/2} \end{pmatrix} + d_1 e^{-ik_R^- x} \begin{pmatrix} v_R e^{i\varphi_R/2} \\ u_R e^{-i\varphi_R/2} \end{pmatrix} & x > 0 \end{cases} \quad (46)$$

となる. ここで, 接続条件

$$\psi_1(x)|_{x=0_+} = \psi_1(x)|_{x=0_-} \quad (47)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \psi_1(x) \Big|_{x=0_+} - \frac{\partial}{\partial x} \psi_1(x) \Big|_{x=0_-} = \frac{2mV}{\hbar^2} \psi_1(x)|_{x=0_-} \quad (48)$$

を用いて, 反射係数, 透過係数を求めると次のような表式が得られる.

$$a_1(\varphi, i\omega_n) = \frac{-\Delta (i\omega_n \sin^2 \frac{\varphi}{2} - \Omega_n \sin \frac{\varphi}{2} \cos \frac{\varphi}{2})}{\omega_n^2 (1 + Z^2) + \Delta^2 (\cos^2 \frac{\varphi}{2} + Z^2)} \quad (49)$$

$$b_1(\varphi, i\omega_n) = \frac{-iZ (1 - iZ) (\omega_n^2 + \Delta^2)}{\omega_n^2 (1 + Z^2) + \Delta^2 (\cos^2 \frac{\varphi}{2} + Z^2)} \quad (50)$$

$$c_1(\varphi, i\omega_n) = \frac{\Omega_n (1 - iZ) (\Omega_n \cos \frac{\varphi}{2} - i\omega_n \sin \frac{\varphi}{2})}{\omega_n^2 (1 + Z^2) + \Delta^2 (\cos^2 \frac{\varphi}{2} + Z^2)} \quad (51)$$

$$d_1(\varphi, i\omega_n) = \frac{-iZ \Delta \Omega_n \sin \frac{\varphi}{2}}{\omega_n^2 (1 + Z^2) + \Delta^2 (\cos^2 \frac{\varphi}{2} + Z^2)} \quad (52)$$

$$\Omega_n = \text{sgn}(\omega_n) \sqrt{\omega_n^2 + \Delta^2} \quad (53)$$

ここで,

$$Z = \frac{mV}{\hbar^2 k_F} \quad (54)$$

はバリアの高さを表すパラメータである.

結局, Josephson 電流は,

$$I = -\frac{e\Delta^2}{\hbar} \frac{1}{\beta} \sum_{\omega_n} \frac{\sin \varphi}{\omega_n^2 (1 + Z^2) + \Delta^2 (\cos^2 \frac{\varphi}{2} + Z^2)} \quad (55)$$

と書くことができ, 常伝導体の抵抗を R_N とすると, Landauer の公式より

$$R_N^{-1} = \frac{e^2}{\pi \hbar} \frac{1}{1 + Z^2} \quad (56)$$

となり，これを用いて規格化を行なうと，最終的に Josephson 電流は

$$R_N I = -\frac{\pi\Delta}{2e} \sin\varphi \sqrt{\frac{1+Z^2}{\cos^2\frac{\varphi}{2}+Z^2}} \tanh\left\{\frac{\beta\Delta}{2} \sqrt{\frac{\cos^2\frac{\varphi}{2}+Z^2}{1+Z^2}}\right\} \quad (57)$$

と記述することができる．

この式 (57) において， $Z \rightarrow \infty$ とすると

$$R_N I(\varphi) \rightarrow \frac{\pi\Delta}{2e} \sin\varphi \tanh\left[\frac{\Delta}{2k_B T}\right] \quad (58)$$

となる．これは Ambegaokar-Baratoff の結果である．一方， $Z \rightarrow 0$ とすると，

$$R_N I(\varphi) \rightarrow \frac{\pi\Delta}{e} \sin\frac{\varphi}{2} \tanh\left[\frac{\Delta \cos(\varphi/2)}{2k_B T}\right] \quad (59)$$

となり，Kulik-Omel'yanchuk の結果を表す．さらに SNS 接合の Ishii の結果も再現することが可能である．つまり，Furusaki-Tsukada の DC Josephson 電流公式は以前の独立した理論を統合する役割を果たしたことになる．

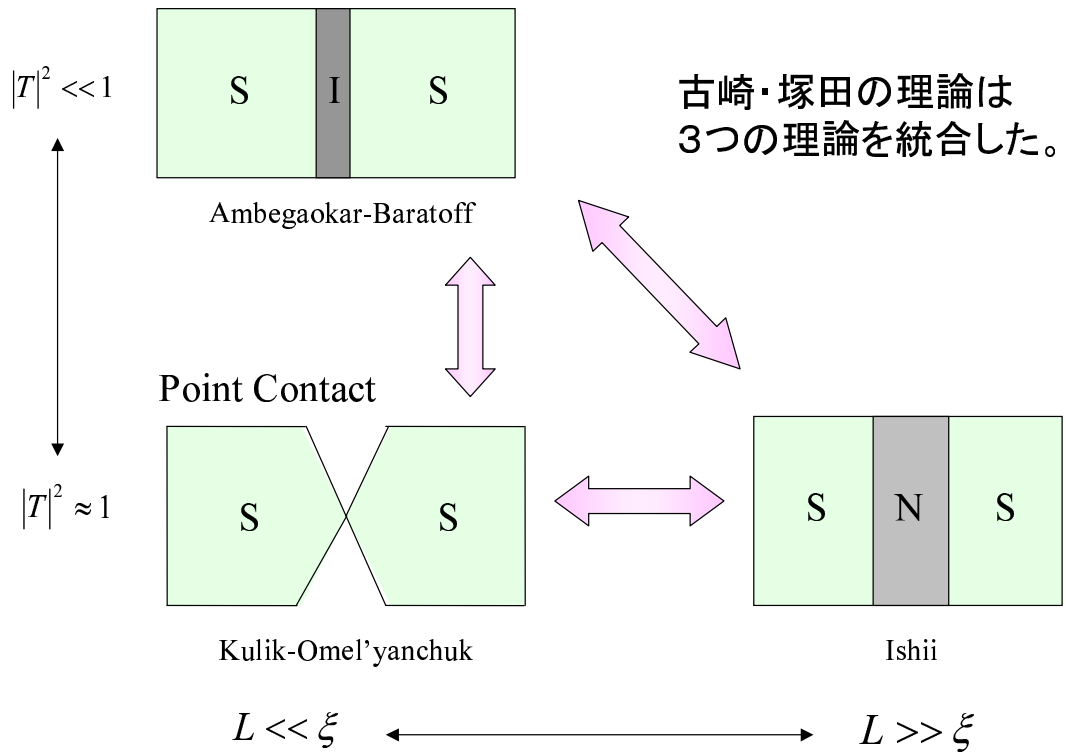


図 6 Furusaki-Tsukada の仕事．

B スピン軌道相互作用の起源

光速に近いような高速度で動く電子に対しては、単なる1つの粒子を記述するシュレディンガー方程式は適用することはできない。相対論の要求を満たす波動方程式が必要になってくる。ここでは、相対論的な要請を満たすDirac方程式を導き、Dirac方程式から相対論的な効果としてスピン軌道相互作用が導かれることを示す。

B.1 Dirac 方程式

相対論的に、エネルギー ε と運動量 \mathbf{p} の間には、

$$\varepsilon^2 = c^2 p^2 + m^2 c^4, \quad (60)$$

の関係がある。ただし、 m は電子の質量、 c は光速、 $\mathbf{p} = (p_1, p_2, p_3)$ である。(60) 式をエネルギーについて一次の式にすると、

$$\varepsilon = c \sqrt{p_1^2 + p_2^2 + p_3^2 + m^2 c^2}, \quad (61)$$

となる。(61) 式を c で割り、右辺を p_1, p_2, p_3, mc の一次式に等しいとおくと、

$$\frac{\varepsilon}{c} = \sqrt{p_1^2 + p_2^2 + p_3^2 + m^2 c^2} = \alpha_1 p_1 + \alpha_2 p_2 + \alpha_3 p_3 + \beta mc, \quad (62)$$

となる。 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta$ がただの数では(62)式を満たすことはできない。では、これらがどのような形であれば(62)式を満足することができるのか導こう。(62)式の両辺を二乗する。すると、

$$\begin{aligned} p_1^2 + p_2^2 + p_3^2 + m^2 c^2 &= \alpha_1^2 p_1^2 + \alpha_2^2 p_2^2 + \alpha_3^2 p_3^2 + \beta^2 m^2 c^2 \\ &+ (\alpha_1 \alpha_2 + \alpha_2 \alpha_1) p_1 p_2 + (\alpha_2 \alpha_3 + \alpha_3 \alpha_2) p_2 p_3 + (\alpha_3 \alpha_1 + \alpha_1 \alpha_3) p_3 p_1 \\ &+ (\alpha_1 \beta + \beta \alpha_1) p_1 mc + (\alpha_2 \beta + \beta \alpha_2) p_2 mc + (\alpha_3 \beta + \beta \alpha_3) p_3 mc, \end{aligned} \quad (63)$$

が得られる。したがって $\alpha_i (i = 1, 2, 3)$, β は以下の代数関係を満たさなければならない:

$$\begin{aligned} \alpha_1^2 &= \alpha_2^2 = \alpha_3^2 = \beta^2 = 1 \\ \alpha_i \alpha_k + \alpha_k \alpha_i &= 0, \quad i, k = 1, 2, 3 \quad i \neq k \\ \alpha_i \beta + \beta \alpha_i &= 0, \quad i = 1, 2, 3. \end{aligned} \quad (64)$$

これらの関係式を満たす $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta$ は、少なくとも4行4列の行列でなくてはならない。これら4行4列の行列は無数にあり、その具体的な形の1つは以下のようになる:

$$\alpha_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \alpha_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & -i & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\alpha_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \beta = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}. \quad (65)$$

これらを (62) 式に代入し, 両辺を c 倍し $p_j \rightarrow -i\hbar\partial/\partial x_j$, $\varepsilon \rightarrow i\hbar\partial/\partial t$ と量子化の手続きを行えば,

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t} = -ich \left(\alpha_1 \frac{\partial}{\partial x_1} + \alpha_2 \frac{\partial}{\partial x_2} + \alpha_3 \frac{\partial}{\partial x_3} \right) + \beta mc^2, \quad (66)$$

を得る. これを一電子の波動関数 $\psi(\mathbf{r}, t)$ に作用させた式,

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi = \left(-ich \sum_{j=1}^3 \alpha_j \frac{\partial}{\partial x_j} + \beta mc^2 \right) \psi, \quad (67)$$

を Dirac 方程式とよぶ. (67) 式の右辺括弧内を H とおけば, $H\psi = i\hbar\partial\psi/\partial t$ となり, 時間を含むシュレディンガー方程式と似た形になるが, ハミルトニアン H が,

$$H = -ich \sum_{j=1}^3 \alpha_j \frac{\partial}{\partial x_j} + \beta mc^2, \quad (68)$$

となっている点が異なっている.

B.2 スピン軌道相互作用

ある電場 \mathbf{E} が印加された系における Dirac 電子を考える. 電場 \mathbf{E} をあらわすのに, スカラーポテンシャル Φ を,

$$\mathbf{E} = -\text{grad}\Phi, \quad (69)$$

と定義する. $H \rightarrow H - e\Phi$ という置き換えをすると, 電場が印加されているときの Dirac 方程式は,

$$\left(i\hbar\frac{\partial}{\partial t} + e\Phi\right)\psi = \left\{c\alpha_1\left(-i\hbar\frac{\partial}{\partial x}\right) + c\alpha_2\left(-i\hbar\frac{\partial}{\partial y}\right) + c\alpha_3\left(-i\hbar\frac{\partial}{\partial z}\right) + \beta mc^2\right\}\psi, \quad (70)$$

となる．あるいはこれを,

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi = H\psi, \quad (71)$$

$$H = c\alpha_1\left(-i\hbar\frac{\partial}{\partial x}\right) + c\alpha_2\left(-i\hbar\frac{\partial}{\partial y}\right) + c\alpha_3\left(-i\hbar\frac{\partial}{\partial z}\right) + \beta mc^2 - e\Phi, \quad (72)$$

と書き改め, H を電場内電子の相対論的ハミルトニアンと考えてもよい．さて, (70) 式を,

$$\left\{\left(i\hbar\frac{\partial}{\partial t} + e\Phi\right) - c\sum_{j=1}^3\alpha_j\left(-i\hbar\frac{\partial}{\partial x_j}\right) - \beta mc^2\right\}\psi = 0, \quad (73)$$

と書き直し, 左から演算子,

$$\left\{\left(i\hbar\frac{\partial}{\partial t} + e\Phi\right) + c\sum_{j=1}^3\alpha_j\left(-i\hbar\frac{\partial}{\partial x_j}\right) + \beta mc^2\right\}, \quad (74)$$

を作用させる．

- $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta$ とその他の演算子とは交換すること
- $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta$ は (64) 式を満たすこと
- \mathbf{E} と Φ の間に $\mathbf{E} = -\text{grad}\Phi$ の関係があること

を考慮すれば,

$$\left\{\left(i\hbar\frac{\partial}{\partial t} + e\Phi\right)^2 - c^2p^2 - m^2c^4 + ic\hbar e\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{E}\right\}\psi = 0, \quad (75)$$

が得られる．ただし $\boldsymbol{\alpha} \equiv (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ とした．非相対論的な場合と同様に, (75) 式の定常解は,

$$\psi(\mathbf{r}, t) = e^{-i\varepsilon t/\hbar}\phi(\mathbf{r}), \quad (76)$$

という形を持つ．ただし, $\varepsilon = \hbar\omega$ である． $\phi(\mathbf{r})$ は (76) 式を (75) 式に代入して得られる方程式,

$$\{(\varepsilon + e\Phi)^2 - c^2 p^2 - m^2 c^4 + ic\hbar e\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{E}\} \phi(\mathbf{r}) = 0, \quad (77)$$

の解である。ただし、この $\phi(\mathbf{r})$ は、

$$\phi(\mathbf{r}) = \begin{bmatrix} \phi_1(\mathbf{r}) \\ \phi_2(\mathbf{r}) \\ \phi_3(\mathbf{r}) \\ \phi_4(\mathbf{r}) \end{bmatrix}, \quad (78)$$

という形をもつ4成分の関数である。
つぎに、(70)式、

$$\left(i\hbar \frac{\partial}{\partial t} + e\Phi\right) \psi = \{c\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{p} + \beta mc^2\} \psi, \quad (79)$$

に(76)式を代入すると、

$$(\varepsilon + e\Phi - \beta mc^2) \phi(\mathbf{r}) = c\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{p} \phi(\mathbf{r}), \quad (80)$$

が得られる。(65)式より、4行4列の行列 $\boldsymbol{\alpha} = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ の非対角項にあたる2行2列の部分行列は、各々Pauli行列 $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ になっている。したがって、 $\boldsymbol{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ とおくと(80)式は、

$$(\varepsilon + e\Phi - mc^2) \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix} = c\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} \begin{bmatrix} \phi_3 \\ \phi_4 \end{bmatrix}, \quad (81)$$

$$(\varepsilon + e\Phi + mc^2) \begin{bmatrix} \phi_3 \\ \phi_4 \end{bmatrix} = c\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix}, \quad (82)$$

のように二つの式に分けて書くことができる。
また、

$$\varepsilon = mc^2 + \varepsilon', \quad (83)$$

とおけば、 ε' は電子のエネルギーから静止エネルギー mc^2 を引いた残りである。正のエネルギーを持ち、非相対論的に扱ってもよい程度にゆっくり運動している場合には、

$$|\varepsilon'| \cong |\varepsilon' + e\Phi| \cong mv^2 \ll mc^2, \quad (84)$$

が成立する。また、 $\varepsilon + e\Phi + mc^2 \cong 2mc^2$ と近似できる。したがって、(82) 式より近似式、

$$\begin{bmatrix} \phi_3 \\ \phi_4 \end{bmatrix} = \frac{1}{2mc}(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}) \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix}, \quad (85)$$

が得られる。つぎに非相対論的エネルギーの場合を考え、

$$\begin{aligned} (\varepsilon + e\Phi)^2 - m^2c^4 &= (\varepsilon' + e\Phi + mc^2)^2 - m^2c^4 \\ &= 2mc^2(\varepsilon' + e\Phi) + (\varepsilon' + e\Phi)^2, \end{aligned} \quad (86)$$

として、最後の項を省略し Pauli 行列を用いると、(77) 式も同様にして、

$$\{2mc^2(\varepsilon' + e\Phi) - c^2p^2\} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix} + i\hbar e\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{E} \begin{bmatrix} \phi_3 \\ \phi_4 \end{bmatrix} = 0, \quad (87)$$

$$\{2mc^2(\varepsilon' + e\Phi) - c^2p^2\} \begin{bmatrix} \phi_3 \\ \phi_4 \end{bmatrix} + i\hbar e\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{E} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix} = 0, \quad (88)$$

と二つの式に分けて書くことができる。(85) 式を (87) 式の第二項目に代入すると、

$$\left\{ \frac{p^2}{2m} - e\Phi - \frac{i\hbar e}{4m^2c^2}(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{E})(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}) \right\} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix} = \varepsilon' \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix}, \quad (89)$$

が得られる。ここで、ベクトル解析の公式 $(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{C})(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{D}) = (\mathbf{C} \cdot \mathbf{D}) + i(\boldsymbol{\sigma} \cdot [\mathbf{C} \times \mathbf{D}])$ を用いると (89) 式は、

$$\left\{ \frac{p^2}{2m} - e\Phi - \frac{ie\hbar}{4m^2c^2}(\mathbf{E} \cdot \mathbf{p}) + \frac{e\hbar}{4m^2c^2}(\boldsymbol{\sigma} \cdot [\mathbf{E} \times \mathbf{p}]) \right\} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix} = \varepsilon' \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix}, \quad (90)$$

となる。左辺括弧内の第四項目の補正項がスピン軌道相互作用をあたえる。中心力場では、

$$\mathbf{E} = -\text{grad}\Phi(r) = -\mathbf{r} \left(\frac{1}{r} \frac{d\Phi}{dr} \right), \quad (91)$$

であるからスピン軌道相互作用 H_{SO} は、

$$H_{SO} = \frac{e\hbar}{4m^2c^2}(\boldsymbol{\sigma} \cdot [\mathbf{E} \times \mathbf{p}]) = -\frac{e\hbar}{4m^2c^2} \left(\frac{1}{r} \frac{d\Phi}{dr} \right) (\boldsymbol{\sigma} \cdot [\mathbf{r} \times \mathbf{p}]), \quad (92)$$

となる． $\mathbf{s} = \hbar\boldsymbol{\sigma}/2$, $[\mathbf{r} \times \mathbf{p}] = \mathbf{l}$ であるから,

$$H_{SO} = -\frac{e}{2m^2c^2} \left(\frac{1}{r} \frac{d\Phi}{dr} \right) (\mathbf{s} \cdot \mathbf{l}), \quad (93)$$

が得られる．これが相対論的な効果から生じるスピン軌道相互作用である．また，別の表現として (92) 式において $\mathbf{p} \rightarrow -i\hbar\nabla$ と置き換えれば,

$$H_{SO} = \mu_B \boldsymbol{\sigma} \cdot \left(\frac{-i\hbar \mathbf{E} \times \nabla}{2mc^2} \right), \quad (94)$$

が得られる．ただし， $\mu_B = e\hbar/2m$ はボーア磁子である．

C 有効磁場

スピン軌道相互作用によって生じる有効磁場の性質について述べる。
 相対論的量子力学から導かれるスピン軌道相互作用は、

$$H_{SO} = \mu_B \boldsymbol{\sigma} \cdot \left(\frac{-i\hbar \mathbf{E} \times \nabla}{2mc^2} \right), \quad (95)$$

であたえられる。有効磁場に相当する括弧部分を \mathbf{B}_{eff} とおく。ここで、 z 軸を二次元電子ガス平面に対して垂直方向とし、電子は xy 平面を運動するように定義する。界面にかかる電場を $\mathbf{E} = (0, 0, E_z)$ (ただし、 $E_z = \text{const}$) として、 $-i\hbar \nabla = \mathbf{p} = m\mathbf{v}$ の関係を用いると有効磁場 \mathbf{B}_{eff} は以下のように計算できる:

$$\mathbf{B}_{eff} = \frac{-i\hbar \mathbf{E} \times \nabla}{2mc^2} = \frac{\mathbf{E} \times \mathbf{v}}{2mc^2} = \frac{E_z}{2c^2} [-v_y, v_x, 0]. \quad (96)$$

つぎに、 \mathbf{B}_{eff} と \mathbf{v} の内積を計算すると、

$$\mathbf{B}_{eff} \cdot \mathbf{v} = \frac{E_z}{2c^2} \begin{bmatrix} -v_y & v_x & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ 0 \end{bmatrix} = 0, \quad (97)$$

となる。 $\mathbf{B}_{eff} \cdot \mathbf{v} = 0$ より、有効磁場は電子の運動方向に対して、常に垂直方向にかかることがわかる。

D Nazarov の境界条件

D.1 マトリックス電流の遅延成分の計算

$(\mathbf{d}_R \cdot \mathbf{d}_R)^{-1}$ は汚れた常伝導体/トリプレット超伝導体 (DN/TS), 汚れた常伝導体/シングルレット超伝導体 (DN/USS) 接合に対して以下で与えられる.

$$(\mathbf{d}_R \cdot \mathbf{d}_R)^{-1} = \begin{cases} d_e^{(t)}(\phi) + d_o^{(t)}(\phi) \sin \psi_0 & \text{DN/TS} \\ d_e^{(s)}(\phi) & \text{DN/USS} \end{cases} \quad (98)$$

ここで $d_e^{(s)}(\phi)$ と $d_e^{(t)}(\phi)$ は ϕ の偶関数であり, $d_o^{(t)}(\phi)$ は ϕ の奇関数である. 便宜上

$$\mathbf{s}_z = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (99)$$

と定義する. いくらかの計算の後, 以下の関係式を得る:

$$-\frac{1}{2}(1 + T_1^2)(\mathbf{s}_{2+} - \mathbf{s}_{2-})^2 [\mathbf{s}_1 \times (\mathbf{s}_{2+} + \mathbf{s}_{2-})] \cdot \mathbf{s}_z \quad (100)$$

$$= \begin{cases} F_{1o}^{(t)}(\phi) \cos \psi_0 & \text{DN/TS} \\ F_{1e}^{(s)}(\phi) \cos \psi_0 & \text{DN/USS} \end{cases}$$

$$2T_1 \mathbf{s}_1 \cdot (\mathbf{s}_{2+} \times \mathbf{s}_{2-}) [\mathbf{s}_1 \times (\mathbf{s}_{2+} \times \mathbf{s}_{2-})] \cdot \mathbf{s}_z \quad (101)$$

$$= \begin{cases} F_{2e}^{(t)}(\phi) \cos \psi_0 \sin \psi_0 & \text{DN/TS} \\ F_{2e}^{(s)}(\phi) \cos \psi_0 \sin \psi_0 & \text{DN/USS} \end{cases}$$

$$2T_1 \mathbf{s}_1 \cdot (\mathbf{s}_{2+} - \mathbf{s}_{2-}) [\mathbf{s}_1 \times (\mathbf{s}_{2+} - \mathbf{s}_{2-})] \cdot \mathbf{s}_z \quad (102)$$

$$= \begin{cases} (F_{3e}^{(t)}(\phi) \sin \psi_0 + F_{3o}^{(t)}(\phi) \cos \psi_0) & \text{DN/TS} \\ F_{3e}^{(s)}(\phi) \cos \psi_0 & \text{DN/USS} \end{cases}$$

$$-i(1 + T_1^2)(1 - \mathbf{s}_{2+} \cdot \mathbf{s}_{2-}) [\mathbf{s}_1 \times (\mathbf{s}_{2+} \times \mathbf{s}_{2-})] \cdot \mathbf{s}_z \quad (103)$$

$$= \begin{cases} F_{4e}^{(t)}(\phi) \sin \psi_0 & \text{DN/TS} \\ F_{4o}^{(s)}(\phi) \sin \psi_0 & \text{DN/USS} \end{cases}$$

$$2iT_1(1 - \mathbf{s}_{2+} \cdot \mathbf{s}_{2-})[\mathbf{s}_1 \cdot (\mathbf{s}_{2+} - \mathbf{s}_{2-})\mathbf{s}_1 - (\mathbf{s}_{2+} - \mathbf{s}_{2-})] \cdot \mathbf{s}_z \quad (104)$$

$$= \begin{cases} F_{5e}^{(t)}(\phi) \sin \psi_0 + F_{5o}^{(t)}(\phi) & \text{DN/TS} \\ F_{5o}^{(s)}(\phi) \sin \psi_0 & \text{DN/USS} \end{cases}$$

ここで $F_{2e}^{(t)}(\phi)$, $F_{3e}^{(t)}(\phi)$, $F_{4e}^{(t)}(\phi)$, $F_{5e}^{(t)}(\phi)$, $F_{1e}^{(s)}(\phi)$, $F_{2e}^{(s)}(\phi)$, $F_{3e}^{(s)}(\phi)$, は ϕ の偶関数であり, $F_{1o}^{(t)}(\phi)$, $F_{3o}^{(t)}(\phi)$, $F_{4o}^{(t)}(\phi)$, $F_{5o}^{(t)}(\phi)$, $F_{5o}^{(s)}(\phi)$ は ϕ の奇関数である. \hat{I}_R の $\hat{\tau}_3$ 成分が角度 ϕ の平均によって消えるとする. DN/TS 接合に対しては $\sin \psi_0 = 0$, DN/USS 接合に対しては $\cos \psi_0 = 0$ を得る.

結果として境界条件は以下で与えられる.

$$\frac{L}{R_d} \left. \frac{\partial \theta}{\partial x} \right|_{x=0} = \frac{\langle F \rangle}{R_b} \quad (105)$$

$$F = \frac{2T(f_S \cos \theta_0 - g_S \sin \theta_0)}{2 - T + T(\cos \theta_0 g_S + \sin \theta_0 f_S)} \quad (106)$$

ここで DN/TS 接合に対して $g_S = (g_+ + g_-)/(1 + g_+ g_- + f_+ f_-)$, $f_S = i(f_+ g_- - g_+ f_-)/(1 + g_+ g_- + f_+ f_-)$, DN/USS 接合に対して $g_S = (g_+ + g_-)/(1 + g_+ g_- + f_+ f_-)$, $f_S = (f_+ + f_-)/(1 + g_+ g_- + f_+ f_-)$ であり $g_{\pm} = g_{\pm}(\phi)$, $f_{\pm} = f_{\pm}(\phi)$ とおいた.

D.2 マトリックス電流の Keldysh 成分の計算

つぎに Keldysh 成分を考える. I_b を以下のように定義する.

$$I_b = \frac{1}{4} \text{Tr}[\hat{\tau}_3 \hat{I}_K] \quad \hat{I}_K = 2(\hat{R}_1 \hat{B}_K + \hat{K}_1 \hat{B}_A - \hat{B}_R \hat{K}_1 - \hat{B}_K \hat{A}_1) \quad (107)$$

ここで $\hat{K}_1 = \hat{R}_1 \hat{f}_1(0) - \hat{f}_1(0) \hat{A}_1$, $\hat{f}_1(0) = f_{0N}(0) + f_{3N}(0) \hat{\tau}_3$ である. \hat{B}_R は次のように定義される.

$$\hat{B}_R = \begin{cases} b_1^{(t)} \hat{\tau}_1 + b_2^{(t)} \hat{\tau}_2 + b_3^{(t)} \hat{\tau}_3 & \text{DN/TS} \\ b_1^{(s)} \hat{\tau}_1 + b_2^{(s)} \hat{\tau}_2 + b_3^{(s)} \hat{\tau}_3 & \text{DN/USS} \end{cases} \quad (108)$$

$$b_1^{(t)} = -\frac{T_1(T_1 \sin \theta_0 + f_S)}{\Lambda}, \quad b_2^{(t)} = -\frac{T_1 \bar{f}_S}{\Lambda}, \quad b_3^{(t)} = -\frac{T_1(T_1 \cos \theta_0 + g_S)}{\Lambda},$$

$$b_1^{(s)} = -\frac{T_1 \bar{f}_S}{\Lambda}, \quad b_2^{(s)} = -\frac{T_1(T_1 \sin \theta_0 + f_S)}{\Lambda}, \quad b_3^{(s)} = -\frac{T_1(T_1 \cos \theta_0 + g_S)}{\Lambda},$$

$$\Lambda = (1 + T_1^2) + 2T_1(g_S \cos \theta_0 + f_S \sin \theta_0)$$

また, g_S , f_S , \bar{f}_S は

$$g_S = \begin{cases} (g_+ + g_-)/(1 + g_+g_- + f_+f_-) & \text{DN/TS} \\ (g_+ + g_-)/(1 + g_+g_- + f_+f_-) & \text{DN/USS} \end{cases} \quad (109)$$

$$f_S = \begin{cases} i(f_+g_- - f_-g_+)/(1 + g_+g_- + f_+f_-) & \text{DN/TS} \\ (f_+ + f_-)/(1 + g_+g_- + f_+f_-) & \text{DN/USS} \end{cases} \quad (110)$$

$$\bar{f}_S = \begin{cases} (f_+ + f_-)/(1 + g_+g_- + f_+f_-) & \text{DN/TS} \\ i(f_+g_- - g_+f_-)/(1 + g_+g_- + f_+f_-) & \text{DN/USS} \end{cases} \quad (111)$$

で定義される. \hat{B}_A も \hat{B}_R と同様に計算できて $\hat{B}_A = -\hat{\tau}_3 \hat{B}_R^\dagger \hat{\tau}_3$ が成り立つことが示せる. よって I_b は以下の形になる

$$I_b = \text{Trace}\{\hat{\tau}_3(\hat{R}_1 \hat{B}_K + \hat{R}_1^\dagger \hat{B}_K)\} \quad (112)$$

$$-[\hat{\tau}_3(\hat{R}_1^\dagger \hat{B}_R^\dagger + \hat{B}_R \hat{R}_1 + \hat{B}_R^\dagger \hat{R}_1 + \hat{R}_1^\dagger \hat{B}_R)]f_{0N}(0) - [(\hat{R}_1 + \hat{R}_1^\dagger)(\hat{B}_R + \hat{B}_R^\dagger)]f_{3N}(0)\}/2,$$

ϕ についての角度平均をとり, トレイスをとると $f_{0N}(0)$ に比例した第 2 項は $\langle I_b \rangle$ に寄与できないことが示すことができる. また, 以下で与えられる \hat{B}_K を計算する必要がある.

$$\hat{B}_K = \hat{D}_R^{-1} \hat{N}_K - \hat{D}_R^{-1} \hat{D}_K \hat{B}_A, \hat{B}_A = \hat{D}_A^{-1} \hat{N}_A \quad (113)$$

$$\hat{D} = -T_1[\hat{G}_1, \hat{H}_-^{-1}] + \hat{H}_-^{-1} \hat{H}_+ - T_1^2 \hat{G}_1 \hat{H}_-^{-1} \hat{H}_+ \hat{G}_1, \quad \hat{D} = \begin{pmatrix} \hat{D}_R & \hat{D}_K \\ 0 & \hat{D}_A \end{pmatrix},$$

ここで \hat{N}_K と \hat{N}_A はそれぞれ以下で与えられる \check{N} の Keldysh 成分と先進成分である.

$$\check{N} = T_1 - T_1 \hat{H}_-^{-1} + T_1^2 \hat{G}_1 \hat{H}_-^{-1} \hat{H}_+ \quad \check{N} = \begin{pmatrix} \hat{N}_R & \hat{N}_K \\ 0 & \hat{N}_A \end{pmatrix}.$$

DN/TS または DN/USS 接合に対して以下のように分布関数 $f_{0S}(0)$, $f_{0N}(0)$, $f_{3N}(0)$ の線形結合として \hat{N}_K と \hat{D}_K を表すことができる.

$$\hat{N}_K = \begin{cases} \hat{C}_1^{(t)} f_{0S}(0) + \hat{C}_2^{(t)} f_{0N}(0) + \hat{C}_{3e}^{(t)} f_{3N}(0), & \text{DN/TS} \\ \hat{C}_{1o}^{(s)} f_{0S}(0) + \hat{C}_{2o}^{(s)} f_{0N}(0) + \hat{C}_{3o}^{(s)} f_{3N}(0), & \text{DN/USS} \end{cases} \quad (114)$$

$$\hat{D}_K = \begin{cases} \hat{C}_4^{(t)} f_{0S}(0) + \hat{C}_5^{(t)} f_{0N}(0) + \hat{C}_6^{(t)} f_{3N}(0), & \text{DN/TS} \\ \hat{C}_{4o}^{(s)} f_{0S}(0) + \hat{C}_{5o}^{(s)} f_{0N}(0) + \hat{C}_{6o}^{(s)} f_{3N}(0), & \text{DN/USS} \end{cases} \quad (115)$$

$$\hat{D}_R^{-1} = \begin{cases} \hat{C}_{7e}^{(t)} + \hat{C}_{7o}^{(t)} & \text{DN/TS} \\ \hat{C}_{7o}^{(s)} & \text{DN/USS} \end{cases} \quad (116)$$

ここで 2×2 行列 $\hat{C}_{jk}^{(r)}$ ($r = t, s, j = 1, \dots, 7, k = e, o$) を用いて $\hat{C}_1^{(t)} = \hat{C}_{1e}^{(t)} + \hat{C}_{1o}^{(t)}$, $\hat{C}_2^{(t)} = \hat{C}_{2e}^{(t)} + \hat{C}_{2o}^{(t)}$, $\hat{C}_4^{(t)} = \hat{C}_{4e}^{(t)} + \hat{C}_{4o}^{(t)}$, $\hat{C}_5^{(t)} = \hat{C}_{5e}^{(t)} + \hat{C}_{5o}^{(t)}$, $\hat{C}_6^{(t)} = \hat{C}_{6e}^{(t)} + \hat{C}_{6o}^{(t)}$ とおいた. 添え字 k が e (o) のとき $\hat{C}_{jk}^{(r)}$ は ϕ の偶 (奇) 関数である. $\hat{C}_{1e}^{(t)}, \hat{C}_{2e}^{(t)}, \hat{C}_{4o}^{(t)}, \hat{C}_{5o}^{(t)}, \hat{C}_{6e}^{(t)}, \hat{C}_{7o}^{(t)}$ は $\hat{1}$ と $\hat{\tau}_2$ の線形結合であり, $\hat{C}_{1o}^{(t)}, \hat{C}_{2o}^{(t)}, \hat{C}_{3e}^{(t)}, \hat{C}_{4e}^{(t)}, \hat{C}_{5e}^{(t)}, \hat{C}_{6o}^{(t)}, \hat{C}_{7e}^{(t)}$ は $\hat{\tau}_1$ と $\hat{\tau}_3$ の線形結合である. $\hat{1}$ は電子-正孔空間での単位行列である. 一方, $\hat{C}_{1o}^{(s)}, \hat{C}_{2o}^{(s)}, \hat{C}_{6o}^{(s)}$ は $\hat{\tau}_2$ と $\hat{\tau}_3$ の線形結合であり, $\hat{C}_{3o}^{(s)}, \hat{C}_{4o}^{(s)}, \hat{C}_{5o}^{(s)}, \hat{C}_{7o}^{(s)}$ は $\hat{1}$ と $\hat{\tau}_1$ の線形結合である. これらのことを考慮に入れて ϕ についての角度平均を行うと $\langle I_b \rangle$ は DN/TS (DN/USS) 接合に対して

$$\langle I_b \rangle = \langle \text{Trace}\{(\hat{R}_1 + \hat{R}_1^\dagger)[\hat{B}_{KE}\hat{\tau}_3 - (\hat{B}_R + \hat{B}_R^\dagger)]f_{3N}(0)\} \rangle / 2,$$

$$\hat{B}_{KE} = \hat{D}_R^{-1}[\hat{C}_3 - \hat{C}_6\hat{D}_A^{-1}\hat{N}_A],$$

$$\hat{C}_3 = T_1^2(\hat{R}_1\hat{\tau}_3 - \hat{\tau}_3\hat{A}_1)\hat{A}_m^{-1}\hat{A}_p,$$

$$\hat{C}_6 = T_1[-(\hat{R}_1\hat{\tau}_3 - \hat{\tau}_3\hat{A}_1)\hat{A}_m^{-1} + \hat{R}_m^{-1}(\hat{R}_1\hat{\tau}_3 - \hat{\tau}_3\hat{A}_1)$$

$$-T_1(\hat{R}_1\hat{\tau}_3 - \hat{\tau}_3\hat{A}_1)\hat{A}_m^{-1}\hat{A}_p\hat{A}_1 - T_1\hat{R}_1\hat{R}_m^{-1}\hat{R}_p(\hat{R}_1\hat{\tau}_3 - \hat{\tau}_3\hat{A}_1)] \quad (117)$$

$\hat{C}_3 = \hat{C}_{3e}^{(t)}$ ($\hat{C}_3 = \hat{C}_{3o}^{(s)}$), $\hat{C}_6 = \hat{C}_6^{(t)}$ ($\hat{C}_6 = \hat{C}_{6o}^{(s)}$) で与えられる.

以下の条件が成り立っているので

$$\hat{D}_A^{-1}\hat{N}_A = -\hat{\tau}_3\hat{B}_R^\dagger\hat{\tau}_3, \quad \hat{A}_{m(p)} = -\hat{\tau}_3\hat{R}_{m(p)}^\dagger\hat{\tau}_3, \quad (118)$$

$$\hat{D}_R^{-1}(T_1 - T_1\hat{R}_m^{-1} + T_1^2\hat{R}_1\hat{R}_m^{-1}\hat{R}_p) = \hat{B}_R, \quad (119)$$

$$\hat{B}_R(1 + \hat{R}_m^{-1} + T_1\hat{R}_1\hat{R}_p\hat{R}_m^{-1}) = T_1\hat{R}_m^{-1}\hat{R}_p \quad (120)$$

$\langle I_b \rangle$ は次のようにかける.

$$\langle I_b \rangle = \frac{1}{2} \langle \text{Trace}\{-(\hat{R}_1 + \hat{R}_1^\dagger)\hat{B}_R(\hat{R}_1 + \hat{R}_1^\dagger)\hat{B}_R^\dagger - (\hat{R}_1 + \hat{R}_1^\dagger)(\hat{B}_R + \hat{B}_R^\dagger)\} \rangle f_{3N}(0)$$

$\langle I_{b0} \rangle$ を $\langle I_{b0} \rangle = \langle I_b \rangle / f_{3N}(0)$ で定義する. 最終的に $\langle I_{b0} \rangle$ の表式は以下で与えられる:

$$\langle I_{b0} \rangle = \left\langle \frac{T}{2} \frac{C_0}{|(2-T) + T(\cos\theta_0 g_S + \sin\theta_0 f_S)|^2} \right\rangle \quad (121)$$

$$\begin{aligned}
 C_0 = & T(1 + |\cos \theta_0|^2 + |\sin \theta_0|^2)[|g_S|^2 + |f_S|^2 + 1 + |\bar{f}_S|^2] \\
 & + 4(2 - T)[\text{Real}(g_S)\text{Real}(\cos \theta_0) + \text{Real}(f_S)\text{Real}(\sin \theta_0)] \\
 & + 4T[\text{Imag}(\cos \theta_0 \sin \theta_0^*)\text{Imag}(f_S g_S^*)].
 \end{aligned}$$

ここで g_S , f_S , \bar{f}_S は式 (109), (110), (111) で与えられている.

E サーマルコンダクタンスを計算するためのマトリックス電流の計算

ここでは d -波超伝導体接合のサーマルコンダクタンスを計算するためのマトリックス電流を計算する. \check{H}_+ , \check{H}_- , \check{B}_n , \check{I} を以下のように定義する:

$$\check{H}_+ = \begin{pmatrix} \hat{R}_p & \hat{K}_p \\ 0 & \hat{A}_p \end{pmatrix}, \quad \check{H}_- = \begin{pmatrix} \hat{R}_m & \hat{K}_m \\ 0 & \hat{A}_m \end{pmatrix}, \quad (122)$$

$$\check{B}_n = \begin{pmatrix} \hat{B}_R & \hat{B}_K \\ 0 & \hat{B}_A \end{pmatrix}, \quad \check{I} = \begin{pmatrix} \hat{I}_R & \hat{I}_K \\ 0 & \hat{I}_A \end{pmatrix}$$

$\check{H}_\pm = (\check{G}_{2+} \pm \check{G}_{2-})/2$. シングレット超伝導体では境界条件を満たすために $\hat{R}_1 = \cos \theta(x)\hat{\tau}_3 + \sin \theta(x)\hat{\tau}_2$ と選べる.

マトリックス電流は $\check{I} = \text{Tr}_n[\check{I}_n]$ で与えられる. ここで $\check{I}_n = 2[\check{G}_1, \check{B}_n]$,

$$\check{B}_n = (-T_{1n}[\check{G}_1, \check{H}_-^{-1}] + \check{H}_-^{-1}\check{H}_+ - T_{1n}^2\check{G}_1\check{H}_-^{-1}\check{H}_+\check{G}_1)^{-1}(T_{1n}(1 - \check{H}_-^{-1}) + T_{1n}^2\check{G}_1\check{H}_-^{-1}\check{H}_+)$$

$$T_{1n} = \frac{T_n}{2 - T_n + 2\sqrt{1 - T_n}}$$

である.

次に Keldysh 成分に着目する. I_b を以下のように定義する.

$$I_b = \frac{1}{2} \sum_n \text{Tr}[\hat{I}_K]. \quad (123)$$

計算を進めると I_b は

$$I_b = \frac{1}{2} \sum_n \text{Tr}[(\hat{R}_1 - \hat{A}_1)\hat{B}_K + f_l(L_-)(\hat{R}_1 - \hat{A}_1)(\hat{B}_A - \hat{B}_R)]$$

で与えられることがわかる. 以下で与えられる \hat{B}_K を計算しなければならない.

$$\hat{B}_K = \hat{D}_R^{-1}\hat{N}_K - \hat{D}_R^{-1}\hat{D}_K\hat{D}_A^{-1}\hat{N}_A, \quad (124)$$

$$\check{D} = -T_{1n}[\check{G}_1, \check{H}_-^{-1}] + \check{H}_-^{-1}\check{H}_+ - T_{1n}^2\check{G}_1\check{H}_-^{-1}\check{H}_+\check{G}_1, \quad \check{D} = \begin{pmatrix} \hat{D}_R & \hat{D}_K \\ 0 & \hat{D}_A \end{pmatrix},$$

ここで \hat{N}_K と \hat{N}_A はそれぞれ \check{N} の Keldysh、遅延成分であり、 \check{N} は以下で与えられる。

$$\check{N} = T_{1n} - T_{1n}\check{H}_-^{-1} + T_{1n}^2\check{G}_1\check{H}_-^{-1}\check{H}_+, \quad \check{N} = \begin{pmatrix} \hat{N}_R & \hat{N}_K \\ 0 & \hat{N}_A \end{pmatrix}.$$

\hat{N}_K と \hat{N}_A を以下のように分布関数 f_S , $f_l(L_-)$, $f_t(L_-)$ の線形結合で表すことができる。

$$\hat{N}_K = \hat{C}_1 f_S + \hat{C}_2 f_l(L_-) + \hat{C}_3 f_t(L_-),$$

$$\hat{D}_K = \hat{C}_4 f_S + \hat{C}_5 f_l(L_-) + \hat{C}_6 f_t(L_-),$$

$C_i (i = 1 - 6)$ は 2×2 行列である。 $\hat{D}_R^{-1}\hat{C}_1$, $\hat{D}_R^{-1}\hat{C}_2$, $\hat{D}_R^{-1}\hat{C}_4\hat{D}_A^{-1}\hat{N}_A$, $\hat{D}_R^{-1}\hat{C}_5\hat{D}_A^{-1}\hat{N}_A$ が $\hat{\tau}_2$, $\hat{\tau}_3$ の線形結合でかけ、 $\hat{D}_R^{-1}\hat{C}_3$, $\hat{D}_R^{-1}\hat{C}_6\hat{D}_A^{-1}\hat{N}_A$ が $\hat{\tau}_1$ と $\hat{\tau}_1$ の線形結合でかけることを考慮に入れると以下の I_b の表式を得る：

$$I_b = \frac{1}{2} \sum_n \text{Tr}[f_S(\hat{R}_1 - \hat{A}_1)(\hat{D}_R^{-1}\hat{C}_1 - \hat{D}_R^{-1}\hat{C}_4\hat{D}_A^{-1}\hat{N}_A) + f_l(L_-)(\hat{R}_1 - \hat{A}_1)(\hat{D}_R^{-1}\hat{C}_2 - \hat{D}_R^{-1}\hat{C}_5\hat{D}_A^{-1}\hat{N}_A) + (\hat{R}_1 - \hat{A}_1)(\hat{B}_A - \hat{B}_R)] \quad (125)$$

$$\hat{C}_1 = T_{1n}[\hat{A}_m^{-1} - \hat{R}_m^{-1} + T_{1n}(\hat{R}_1\hat{R}_m^{-1}(\hat{R}_p - \hat{A}_p) - \hat{R}_1(\hat{A}_m^{-1} - \hat{R}_m^{-1})\hat{A}_p)]$$

$$\hat{C}_2 = T_{1n}^2(\hat{R}_1 - \hat{A}_1)\hat{A}_m^{-1}\hat{A}_p$$

$$\hat{C}_4 = T_{1n}[\hat{R}_1(\hat{A}_m^{-1} - \hat{R}_m^{-1}) - (\hat{A}_m^{-1} - \hat{R}_m^{-1})\hat{A}_1] + \hat{R}_m^{-1}\hat{R}_p - \hat{A}_m^{-1}\hat{A}_p + T_{1n}^2[-\hat{R}_1\hat{R}_m^{-1}(\hat{R}_p - \hat{A}_p)\hat{A}_1 + \hat{R}_1(\hat{A}_m^{-1} - \hat{R}_m^{-1})\hat{A}_p\hat{A}_1] \quad (126)$$

$$\hat{C}_5 = T_{1n}[-(\hat{R}_1 - \hat{A}_1)\hat{A}_m^{-1} + \hat{R}_m^{-1}(\hat{R}_1 - \hat{A}_1) - T_{1n}(\hat{R}_1\hat{R}_m^{-1}\hat{R}_p(\hat{R}_1 - \hat{A}_1) + (\hat{R}_1 - \hat{A}_1)\hat{A}_m\hat{A}_p^{-1}\hat{A}_1)]. \quad (127)$$

以下の式が成り立つことに注意が要る：

$$\hat{D}_R^{-1}(T_{1n} - T_{1n}\hat{R}_m^{-1} + T_{1n}^2\hat{R}_1\hat{R}_m^{-1}\hat{R}_p) = \hat{B}_R,$$

$$\hat{B}_R(1 + \hat{R}_m^{-1} + T_{1n}\hat{R}_1\hat{R}_p\hat{R}_m^{-1}) = T_{1n}\hat{R}_m^{-1}\hat{R}_p \quad (128)$$

\hat{B}_R は $\hat{B}_R = b_1\hat{\tau}_1 + b_2\hat{\tau}_2 + b_3\hat{\tau}_3$

$$\begin{aligned} b_1 &= \frac{-iT_{1n}(f_+g_- - f_-g_+)}{(1 + T_{1n}^2)(1 + g_+g_- + f_+f_-) + 2T_{1n}[\cos\theta_L(g_+ + g_-) + \sin\theta_L(f_+ + f_-)]}, \\ b_2 &= \frac{-T_{1n}[T_{1n}\sin\theta_L(1 + g_+g_- + f_+f_-) + f_+ + f_-]}{(1 + T_{1n}^2)(1 + g_+g_- + f_+f_-) + 2T_{1n}[\cos\theta_L(g_+ + g_-) + \sin\theta_L(f_+ + f_-)]}, \\ b_3 &= \frac{-T_{1n}[T_{1n}\cos\theta_L(1 + g_+g_- + f_+f_-) + g_+ + g_-]}{(1 + T_{1n}^2)(1 + g_+g_- + f_+f_-) + 2T_{1n}[\cos\theta_L(g_+ + g_-) + \sin\theta_L(f_+ + f_-)]} \end{aligned} \quad (129)$$

で与えられる．最終的に以下で与えられる I_b の表式を得る：

$$I_b = \sum_n \frac{T_n}{2} \frac{C'_0(f_s - f_l(L_-))}{|(2 - T_n)(1 + g_+g_- + f_+f_-) + T_n[\cos\theta_L(g_+ + g_-) + \sin\theta_L(f_+ + f_-)]|^2} \quad (130)$$

$$\begin{aligned} C'_0 &= T_n(1 + |\cos\theta_L|^2 - |\sin\theta_L|^2)(|g_+ + g_-|^2 - |f_+ + f_-|^2 \\ &\quad + |1 + f_+f_- + g_+g_-|^2 - |f_+g_- - g_+f_-|^2) \\ &\quad + 4(2 - T_n)[\text{Real}[(1 + g_+^*g_-^* + f_+^*f_-^*)(g_+ + g_-)]\text{Real}(\cos\theta_L) \\ &\quad - \text{Imag}(\sin\theta_L)\text{Imag}[(1 + g_+^*g_-^* + f_+^*f_-^*)(f_+ + f_-)]] \\ &\quad + 4T_n\text{Real}(\cos\theta_L\sin\theta_L^*)\text{Real}[(f_+ + f_-)(g_+^* + g_-^*)]. \end{aligned} \quad (131)$$

これは時間反転対称性の破れていない任意のシングルレット超伝導体に使える一般的な表式である．

謝辞

この修士論文を作成するにあたっては、多くの方々にお世話になりました。以下の方々に感謝します。井上順一郎教授には磁性に関することや論文の書き方まで様々なことを教えて頂きました。私の研究の問題点についても沢山の助言を頂きました。田仲由喜夫助教授には、私の研究テーマの選定から理論計算の手法、結果の解釈、プレゼンテーションの仕方に至るまで、御自身が忙しいにも関わらず色々と面倒を見て下さいました。伊藤博介助手には、セミナーを通じて助言を頂きました。生田博志助教授には、実験家の立場から貴重な御意見を頂きました。Alexander Golubov 博士には超伝導接合の物理や計算方法まで懇切丁寧に教えていただきました。浅野泰寛助手には、私の研究についての議論や相補的な計算をやっていただきました。また、私と議論して下さったすべての方々に感謝します。

最後に私をここまで育ててくれた両親に深く感謝し、この修士論文が多くの人に読まれることを願います。

論文リスト

1. *Influence of magnetic impurities on charge transport in diffusive-normal-metal/superconductor junctions*,
T. Yokoyama, Y. Tanaka, A. A. Golubov, J. Inoue, and Y. Asano
Phys. Rev. B **71**, 094506 (2005).
2. *Theory of enhanced proximity effect by midgap Andreev resonant state in diffusive normal-metal/triplet superconductor junctions*,
Y. Tanaka, S. Kashiwaya, and T. Yokoyama
Phys. Rev. B **71**, 094513 (2005).
3. *Resonant peak in the density of states in normal-metal/diffusive-ferromagnet/superconductor junctions*,
T. Yokoyama, Y. Tanaka, and A. A. Golubov
Phys. Rev. B **72**, 052512 (2005).
4. *Theory of thermal and charge transport in diffusive normal metal/superconductor junctions*,
T. Yokoyama, Y. Tanaka, A. A. Golubov, and Y. Asano
Phys. Rev. B **72**, 214513 (2005).
5. *Intrinsically s -wave-like property of triplet superconductors with spin-orbit coupling*,
T. Yokoyama, Y. Tanaka, and J. Inoue
Phys. Rev. B **72**, 220504(R) (2005).
6. *Resonant proximity effect in normal metal / diffusive ferromagnet / superconductor junctions*,
T. Yokoyama, Y. Tanaka, and A. A. Golubov
Phys. Rev. B **73**, 094501 (2006).
7. *Nonmonotonic temperature dependence of critical current in diffusive d -wave junctions*,
T. Yokoyama, Y. Tanaka, A. A. Golubov, and Y. Asano
Submitted to Phys. Rev. B.
8. *Wiedemann-Franz law in proximity bilayers*,
T. Yokoyama, Y. Tanaka, A. A. Golubov, J. Inoue and Y. Asano
Journal of Physics and Chemistry of Solids Volume **66**, Issues **8-9**, 2005, Pages 1398-1400.
9. *Meissner effect in diffusive normal metal / d -wave superconductor junctions*,
T. Yokoyama, Y. Tanaka, A. A. Golubov, J. Inoue and Y. Asano

- Journal of Physics and Chemistry of Solids Volume 66, Issues 8-9, 2005, Pages 1395-1397.
10. *Meissner effect in diffusive normal metal / s-wave superconductor junctions*,
T. Yokoyama, Y. Tanaka, A. A. Golubov, J. Inoue and Y. Asano
Physica C: Superconductivity Volumes **426-431**, Part 1, 2005, Pages 262-267.
 11. *Charge transport in the normal metal / diffusive ferromagnet / s-wave superconductor junctions*,
T. Yokoyama, Y. Tanaka, A. A. Golubov, J. Inoue and Y. Asano
Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures Volume **29**, Issues 3-4 ,
2005, Pages 520-524.
 12. *Theory of charge transport in diffusive normal metal / superconductor point contacts in the presence of magnetic impurity*,
T. Yokoyama, Y. Tanaka, A. A. Golubov, J. Inoue and Y. Asano
Accepted in Journal of Physics and Chemistry of Solids.
 13. *Josephson current between p-wave superconductors*,
T. Yokoyama, Y. Tanaka, A. A. Golubov and Y. Asano
Accepted in Physica C.
 14. *Theory of charge transport in high- T_C superconductor junctions from the view point of the mid gap Andreev resonant state*,
Y. Tanaka, S. Kashiwaya, Y. Asano and T. Yokoyama
Submitted to Physica C.
 15. *Thermal broadening effect on the tunneling conductance in diffusive normal metal / superconductor junctions*,
I. Shigeta, T. Yokoyama, Y. Asano, Y. Tanaka
Submitted to AIP Conference Proceedings.
 16. *Spin-polarized proximity effect in superconducting junctions*,
T. Yokoyama, Y. Tanaka
Accepted in Comptes Rendus de l'Academie; mie des Sciences (Comptes Rendus Physique) Special Issue " Magnetism and Superconductivity Coexistence".